均質化法による CFRP 積層板の熱粘塑性構成式の評価

Characterization of Viscoplastic Property of CFRP Laminate
Using Homogenization Method

諏訪 貴昭 (信州大 [院生]) 荒井 政大 (信州大)
西村 正臣 (信州大) 松田 哲也 (筑波大)

Takaaki SUWA, Graduate Student, Shinshu University, 4-17-1, Wakasato, Nagano-Shi, Nagano, Japan
Masahiro ARAI, Shinshu University, 4-17-1, Wakasato, Nagano-Shi, Nagano, Japan
Masaomi NISHIMURA, Shinshu University, 4-17-1, Wakasato, Nagano-Shi, Nagano, Japan
Tetsuya MATSUDA, Tsukuba University, 1-1-1, Tennoudai, Tsukuba-Shi, Ibaraki, Japan

Key Words: Finite Element Method, Constitutive Equation, Viscoplasticity, Composite Material
Homogenization Method, Numerical Analysis, Strain Rate

1. 緒 論

樹脂基複合材料は、総じて優れた耐熱性、絶縁性、機械的特性などの特徴を生かして、飛行機や自動車の構造材、スポーツ用具、電気・電子機器の外装材など、さまざまな用途で利用されている。中でも、強化材に長繊維型の炭素繊維を用いた強化プラスチック (CFRP) は、比強度、比剛性に優れているため航空宇宙分野を中心に幅広く利用されている。そのため、需要の拡大とともにこれらの複合材料の材料特性の高精度な評価方法が求められている。

一般的に材料特性の評価を行うにはその構成式を評価することが必要である。しかし、複合材料は複数の材料から構成されるため内部構造に不均質性を有している。そのため、巨視的な材料特性は内部構造によって決まり、マクロな材料特性を得るために複雑なマイクロ構造の影響を考慮した評価手法を用いなければならない。

そこで、本研究では CFRP 積層板の内部構造をユニットセルを用いてモデル化し、「均質化法」と呼ばれる数学的手法を用いて、構成方程式の評価を行った。均質化法では個々の材料の非線形的な特性が、マクロ的な構成方程式に及ぼす影響を統一的に議論することが可能であり、ひずみ速度依存性および温度依存性を有する樹脂の熱粘塑性特性を考慮した複合材料の構成方程式の評価が可能となる。

今回はエポキシ樹脂のひずみ速度依存性の同定および CFRP 積層板の粘塑性構成式の解析的評価を行った。

2. 粘塑性構成式

粘塑性理論としては一般的な J2 流れ理論に基づき、速度形での粘塑性構成式を次式で表すものとする⁽¹⁾。

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} (\dot{\epsilon}_{kl} - \beta_{kl}) \quad (1)$$

ここで、 D_{ijkl} は弾性剛性テンソル、 β_{kl} は粘塑性関数を表す。そして、粘塑性関数は以下に示す形で定義する。

$$\beta_{ij} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon}_y \left[\frac{\bar{\sigma}}{g(\bar{\epsilon}^{vp})} \right]^{1/m} \frac{\sigma'_{ij}}{\bar{\sigma}} \quad (2)$$

ここで、 m はひずみ速度感受性、 $\dot{\epsilon}_y$ は基準ひずみ速度、 $\bar{\sigma}$ は Mises 形の相当応力、 σ'_{ij} は偏差応力、 $g(\bar{\epsilon}^{vp})$ は相当粘塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^{vp}$ に依存する硬化関数である流れ応力を表す。流れ応力は塑性挙動に関係しており材料によって異なる関数をとるため、実験から求める必要がある。

3. 時間依存均質化法理論

3・1 特性関数の導出 周期的な内部構造を有する構造物を考え、周期構造の最小構成単位ユニットセルについて均質化法の式展開を行う⁽²⁾。周期構造を満たすように周期的に変形する変位の速度を擾乱変位速度 $\dot{u}_i^\#$ とする。これを用いて、ユニットセル内のマイクロ変位速度 $\dot{u}_i$ を次のように表す。

$$\dot{u}_i = \dot{F}_{ij} y_j + \dot{u}_i^\# \quad (3)$$

ここで $\dot{F}_{ij}$ は、マクロ構造の一樣な変位速度勾配の場合、 y_j はユニットセルの領域 Y 内における直交座標系を示す。なお、式 (3) からマイクロひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}$ は、マクロひずみ速度 $\dot{E}_{ij}$ と擾乱ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^\#$ を用いて次式で表される。

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{E}_{ij} + \dot{\epsilon}_{ij}^\# \quad (4)$$

次に、重み関数 v_i^* を用いて、マイクロ構造の支配方程式を積分し、発散定理を用いることで弱形式が得られる。さらに、粘塑性構成式 (1) 及び変位-ひずみ関係式 (4) を代入すると次式が得られる。

$$\int_Y v_{i,j}^* D_{ijpq} \dot{u}_{p,q}^\# dY = -\dot{E}_{kl} \int_Y v_{i,j}^* D_{ijkl} dY + \int_Y v_{i,j}^* D_{ijkl} \beta_{kl} dY \quad (5)$$

このとき、擾乱変位速度は以下のように解くことができる。

$$\dot{u}_i^\# = \chi_i^{kl} \dot{E}_{kl} + \varphi_i \quad (6)$$

ここで、 χ_i^{kl} 、 φ_i は弾性変形と粘塑性変形の不均質性を表す Y-周期関数である。これらは特性関数と呼び、以下のような

境界値問題を満たしている．

$$\int_Y v_{i,j}^* D_{ijpq} \chi_{p,q}^{kl} dY = - \int_Y v_{i,j}^* D_{ijkl} dY \quad (7)$$

$$\int_Y v_{i,j}^* D_{ijpq} \varphi_{p,q} dY = \int_Y v_{i,j}^* D_{ijkl} \beta_{kl} dY \quad (8)$$

3・2 局所化と均質化 式 (1) に式 (4) を代入することで，ユニットセル内の構成式が導出できる．

$$\dot{\sigma}_{ij} = a_{ijkl} \dot{E}_{kl} - r_{ij} \quad (9)$$

$$a_{ijkl} = D_{ijpq} (\delta_{pk} \delta_{ql} + \chi_{p,q}^{kl}) \quad (10)$$

$$r_{ij} = D_{ijkl} (\beta_{kl} - \varphi_{k,l}) \quad (11)$$

次に，上式に関して体積平均を適用することで，マクロ構造の構成式 (12) を得る．なお $\dot{\Sigma}_{ij}$ はマクロ応力速度， $\langle \rangle$ 内は変数の体積平均であることを示している．

$$\dot{\Sigma}_{ij} = \langle a_{ijkl} \rangle \dot{E}_{kl} - \langle r_{ij} \rangle \quad (12)$$

4. エポキシ樹脂のひずみ速度依存性の同定

流れ応力の定義と粘塑性係数の同定を行うために複数のひずみ速度ごとでの一軸引張試験を行った．ひずみ速度は $0.002 \sim 20 \text{ s}^{-1}$ の5速度とし，試験結果を Fig. 1 に示す．Fig. 1 より，エポキシ樹脂は粘塑性特性に起因して任意のひずみ量に対する応力応答が大きくなっていることが確認できる．試験結果から得られたエポキシ樹脂の塑性挙動を満たす流れ応力は以下の関数であると定義した．

$$g(\bar{\varepsilon}^{vp}) = Y + \sigma_y \left(\frac{\bar{\varepsilon}^{vp}}{\varepsilon_y} \right)^n \tanh(k \bar{\varepsilon}^{vp}) \quad (13)$$

ここで， n は加工硬化指数， σ_y は基準応力， ε_y は基準ひずみ， Y, k は材料定数を表す．これらの粘塑性係数は粘塑性構成式を用いて探索計算し，応力-ひずみ関係を近似することで求められる．実験値と近似値の比較もまた Fig. 1 に示し，同定したエポキシ樹脂の粘塑性係数を Table 1 に示す．

5. 均質化法を用いた粘塑性構成式の評価

5・1 解析条件 Fig. 2 に示す CFRP 積層板の内部構造に相当するユニットセルモデルを用いて均質化法による粘塑性構成式の評価を行った．炭素繊維の弾性定数は実験から逆解析的に算出することで得られ， $E_L=217.3\text{GPa}$ ， $E_T=26.0\text{GPa}$ ， $G_{LT}=26.4\text{GPa}$ ， $\nu_{LT}=0.337$ ， $\nu_{TT}=0.530$ とした．そして，マクロひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_{33}$ を $0.002 \sim 20 \text{ s}^{-1}$ の範囲で与えた際の引張解析を行った．

5・2 粘塑性構成式の評価 繊維含有率及びひずみ速度ごとの相当応力-相当ひずみ線図を Fig. 3 に示す．エポキシ樹脂単体の挙動には，粘塑性特性に起因する明らかな非線形性が確認できる．繊維含有率の増加に伴い曲線の接線係数が増加してゆくことが分かる．このことから，繊維含有率の増加に伴い，構成式に対する樹脂の特性の寄与が小さくなり，結果として粘塑性的挙動から弾性的挙動へと変化することがわかる．

ひずみ速度が小さい場合には，相当応力-相当ひずみ曲線は非線形性が大きい，ひずみ速度が増加するに伴い接線係数

Fig.1 Stress-strain curve.

Table 1 Material constant

$E[\text{GPa}]$	3.59	ε_y	0.02
ν	0.36	$\dot{\varepsilon}_y[\text{s}^{-1}]$	0.02
n	0.20	$Y[\text{MPa}]$	10.0
m	0.05	k	100
$\sigma_y[\text{MPa}]$	90.0

Fig.2 Analysis model.

Fig.3 Stress-strain curve by volume and speed.

も増加して剛性が向上していることが確認できる．このことから，エポキシ樹脂のひずみ速度依存性が CFRP 積層板のマクロ構造における材料特性に大きな影響を及ぼしていることが確認できる．また，繊維含有率が増加するに伴い，ひずみ速度ごとの相当応力-相当ひずみ曲線の差異が小さくなるのも，炭素繊維の材料特性の影響が支配的となるためである．

参考文献

- (1) 富田佳宏：数値弾塑性力学，株式会社養賢堂 (1990)
- (2) 松田哲也：均質化法による周期複合材料の時間依存変形解析，名古屋大学博士論文 (2001)