901 切り替えフィードバック制御による旋回クレーンの安定化

Stabilization of Rotary Crane via Switching Control

○ 島原 聖 (茨城大学大学院) 近藤 良 (茨城大学)

○ Sei Shimhara, Ryou Kondo, Ibaraki Univ.

Abstract: A stabilization method of a rotary crane via switching control has been proposed in this paper. The rotary crane can be approximated by a piecewise linear system. Since each linear system has uncontrollable subspace, uncontrollable mode of the final control stage should be stabilized in the previous stage. To this end, the energy control is used to control the amplitude of sway, because each linearized system has a different equilibrium point.

Keywords: crane system, piecewise linear system, switching control, backstepping

1 序論

旋回クレーンでは、作業後にワイヤロープ上端を中心に荷物の振動が生じる。この振動を旋回動作のみにより振れ止めを行なう。

本論文では、2つのモードからなる区分線形システムとして旋回クレーンを表し、モードによって異なる制御則を適用し切替えることによって目標位置に静止させる方法を提案する。まずモード1では、あるブームの角度において質点のエネルギーの制御 [2] を行ない、質点の振幅の調整を行なう。これによりモード2での不可制御部の安定化を行い、モード2では可制御部のみ安定化を行なう。

2 旋回クレーンのモデリング

Fig. 1(a) のようにブームが z 軸周りのみ旋回するクレーンを考える。質点 (吊荷) の質量を m 、ワイヤの長さを ℓ とする。ここでは、吊荷の振れが十分に小さいと仮定し、 x - y 平面に投影して考える。このモデルの運動方程式は、吊荷の位置を (x, y) 、ブームの旋回半径を r とすると次式で表される。

$$\begin{cases} \ddot{x} + \lambda^2 x = r \lambda^2 \cos \theta \\ \ddot{y} + \lambda^2 y = r \lambda^2 \sin \theta \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 $\lambda = \sqrt{g/\ell}$ は質点の固有角周波数である。このモデルは Fig. 1(b) のように質点とブームをバネ定数 k のバネで結合したシステムと等価である。この場合には $\lambda = \sqrt{k/m}$ とする。

3 切り替えシステム

ブームの旋回角を $\theta = \theta_i + v$ で表し、 $\theta = \theta_i$ 近傍での線形化システムを考える (Fig. 2)。ただし、可制御と不可制御の向きは Fig. 2 の通りである。

$$\dot{x} = A_i(x - x_{i0}) + B_i v, \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

ただし、

$$x = \begin{bmatrix} x_x \\ x_y \end{bmatrix}, \quad x_x := \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}, \quad x_y := \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} A_{1x} & 0 \\ 0 & A_{1y} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} B_{1x} \\ B_{1y} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} A_{2x} & 0 \\ 0 & A_{2y} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{2y} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Fig. 1 Crane Model

Fig. 2 Linearized Systems

$$A_{1x} = A_{1y} = A_{2x} = A_{2y} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B_{1x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -r \lambda^2 \sin \theta_1 \end{bmatrix}, \quad B_{1y} = \begin{bmatrix} 0 \\ r \lambda^2 \cos \theta_1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$B_{2y} = \begin{bmatrix} 0 \\ r \lambda^2 \end{bmatrix}, \quad x_{10} = \begin{bmatrix} r \cos \theta_1 \\ 0 \\ r \sin \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x_{20} = \begin{bmatrix} r \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

制御の目的は、状態 x をモード2の平衡点 x_{20} に収束させることである。そこで次のような戦略を考える。

Step 1: $\theta = \theta_1 \neq 0$ の近傍でのブームの制御を行なう。

Fig. 3(a) のように、質点の x 方向の振幅に着目し、目標静止位置の接線と接するようにブームを制御する。

Step 2: 質点が接線と楕円軌道の接点を通過する瞬間に $\theta = \theta_2 = 0$ 近傍での制御に切替え、 y 方向の振れを制御し、安定化する。

4 振幅制御 (Step 1)

Fig. 1(b) より、適当な対称行列 P を用いると質点の x 軸方向のエネルギーを表せる。

Fig. 3 Strategy of crane stabilization

$$E = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{10})^T P(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{10}), P = \text{diag}\{P_x, 0\} \quad (9)$$

$$A_1^T P + P A_1 = 0 \quad (10)$$

ブームの旋回角を $\theta = \theta_1 + v$ で表すと, v が制御入力になる. ここで, エネルギー E を目的の振幅のエネルギー $E_0 = \frac{1}{2} \mathbf{x}_{10}^T P \mathbf{x}_{10}$ へ近づける制御入力 v を求めたい. そこで次のようなリアプノフ関数を考える [2].

$$V(t) := \frac{1}{2}(E - E_0)^2 \quad (11)$$

ことになり, 目標の振幅を生成することが可能となる. 式 (11) の時間微分を考えると,

$$\dot{V} = (E - E_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{10})^T P B_1 v \quad (12)$$

ここで,

$$v = \phi \quad (13)$$

$$\phi := -k_1 \text{sgn}\{B_1^T P(E - E_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{10})\}, k_1 > 0 \quad (14)$$

とおくと, $\dot{V}$ は

$$\dot{V}|_{\phi} = -k_1 |E - E_0| |(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{10})^T P B_1| \leq 0 \quad (15)$$

となる. A_{1x} は原点に固有値を持たないので, ラサールの定理により $t \rightarrow \infty$ のとき $E \rightarrow E_0$ となることが保証される.

また, (14) の代わりに

$$\phi := -k_1 \text{sat}\{k_{12} B_1^T P(E - E_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{10})\} \quad (16)$$

としても安定化可能である.

5 Step 2

Step 2 に切替えると, ブームの基準位置を $\theta = 0$ にし, その位置で状態フィードバックによる振れ止めを行なう. 位置制御では以下のような状態フィードバックで安定化できる.

$$v = -F_1 x_y \quad (17)$$

6 シミュレーション

本論文で提案した方法の有効性を確かめるためにシミュレーションを行なった. 従来 [4] は制御則を

$$\phi := -k_1(\sqrt{E} - \sqrt{E_0})B_1^T P(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{10}) \quad (18)$$

としていた. 本シミュレーションではブームが位置指令が可能な場合の (16) と (18) の制御則の応答を比較する. Fig. 4 は, 質点の応答を示している. また, Fig. 5 は, それぞれの制御則を用いた場合の振幅制御時のエネルギーの応答を示している. Fig. 4 より, 目標静止位置に静止させる

Fig. 4 Simulation results of switching control

Fig. 5 Simulation results of energy control

ことができている. 振幅制御では, (18) よりも saturation を用いる (16) の方が収束速度が速いという結果がシミュレーション結果より得ることができた.

7 結論

本論文では, ブームの位置によって二つのモードをもつ区分線形システムとして旋回クレーンを近似して安定化制御則を得る方法を提案した. また, それぞれのモードで異なるフィードバック制御則を設計し, モードを切替えることによって振れ止めを行うことができた. また振幅制御での本論文の制御則は, 従来の制御則よりも速く目標値に追従することができた.

参考文献

- [1] 近藤, 伊藤, 鈴木: 離散化手法に基づく旋回クレーンの振れ止め制御: 機械学会論文集 (C 編), vol. 68, no. 665, pp. 68-75 (2002)
- [2] K.J. Åström, K. Furuta: Swinging up a pendulum by energy control, Automatica, vol. 36, pp. 287-295 (2000)
- [3] H.K. Khalil: Nonlinear Systems, Prentice Hall (2002)
- [4] 近藤, 島原, 本多: 計測自動制御学会制御部門大会予稿集, pp. 745-748 (2003)