406 モータ代数によるカム機構動力学解析シミュレーション

Dynamic Simulation of Cam Mechanisms using Motor Algebra

正 城 道介 (茨大)

○ 八幡 光明 (茨大院)

Michisuke Jo, Ibaraki University, 4-12-1, Nakanarusawa, Hitachi, Ibaraki
Mitsuaki Yahata, Ibaraki University

We have been developing a dynamic simulation system for variety of cam mechanisms. A cam mechanism is composed of three parts connected with three pair axes. Pair axis, velocity, acceleration, momentum and force are represented as a motor. Velocity function and acceleration function derived from cam-diagram are prepared as input data to determine the cam-follower pair axis. Mushroom cam, swinging cam and translation cam are modeled to simulate the motion of cam, follower and supporting link.

Key Words: Motor algebra, Cam mechanism, Dynamic simulation, Link-pair graph

1. はじめに

現在、動力学解析の主要なソフトとして ADAMS・DADS などがあげられる。これらは、機構を N 体問題として扱っており、基本変数と拘束条件が多い。本研究では、モータ代数^[1]を用いたカム機構の動力学解析のアルゴリズムを提案する。モータ代数を用いることにより、閉ループ機構において、最小限の変数により運動方程式が記述される。

2. カム機構

カム機構とは、特殊な形状を持ったカム(原動節)とフォロア(従動節)からなる機械的機構のことである。カムを機構学的に見ると、運動を変換する機構であり、カムの形状を適切にすることで、希望するおりの運動を得ることができる。カム機構の利点として、

- ・高速で安定しており、信頼性が高い
- ・再現精度が高い
- ・同期制御が簡単

などがある。

Fig. 1 に代表的なカム機構を示す。

Fig. 1 : Cam Mechanism

カムの回転角に対するフォロアの変位は、カム変位関数として表される。本研究では、速度関数、加速度関数を用いて機構のシミュレーションを行っている。カムの回転角を θ_1 、フォロアの基準点からの変位率を θ_2 とすると、カム変位関数は(1)のように表される。これを微分して速度関数(2)、加速度関数(3)を求める。

$$\theta_2 = f(\theta_1) \quad (1)$$

$$\omega_2 = \omega_1 f'(\theta) \quad (2)$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 f'(\theta_1) + \omega^2 f''(\theta_1) \quad (3)$$

3. 動力学解析システム MODEST

本システムは Fortran で開発されている。

MODEST の特長の一つは、入力データから速度関数、加速度関数の式を文字列データとして読み込み、数式インタプリタルーチンにより計算していることである。

MODEST におけるカム機構の運動方程式^[2]は、各ペア軸における力(トルク)の釣り合い式を連立させたものである(4)。基本未知数は、ペア軸における相対角加速度である。

$$\begin{bmatrix} [\eta_{jn}] & [S^*]^T \\ [S^*] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\alpha_j\} \\ \{X^*\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\tau_j + \sigma_j\} \\ \{-Z^*\} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$[\eta_{ij}]$ は 3 次正方対称行列となる機構慣性行列、 τ_j は外力と速度により発生するトルク、 σ_j は駆動トルクである。 $\{Z^*\}$ は縮小閉路加速度モータ、 $[S^*]$ は、ペアループ基底行列である。

以下に、MODEST のフローチャートを示す。

Fig. 2 : Flowchart of System

4. ペアループ方程式

4.1 モータ代数

モータとは、実数部 m 、微数部 m_0 と呼ぶ二つの三次元ベクトルを微数単位 ε ($\varepsilon^2 = \varepsilon^3 = \dots = 0$) により、式(5)の形式に合併したベクトルの拡張形式である。

$$M = m + \varepsilon m_0 \quad (5)$$

モータを用いて、ペア軸、速度(角速度)、加速度(角加速度)、力(トルク)、運動量(角運動量)を一意に記述できる。

二つのモータ M, N から一つのモータを求めるモータ積は、次式で定義される。

$$M \times N = (m \times n) + \varepsilon(m \times n_0 + m_0 \times n) \quad (6)$$

4.2 ペア軸モータ

1 自由度の低次のペアは一つのモータにより記述され、これをペア軸モータと呼ぶ。これは、並進ペア、回転ペア、螺旋ペアの三つに分類される。たとえば、点 $p=(2,3,4)$ を通る z 軸回りの回転ペア軸は、次のように表される。

$$M = m + \varepsilon(p \times m) = (0,0,1) + \varepsilon(3,-2,0)$$

4.3 ペアループ方程式

(a) Cam Mechanism (b) Link-Pair Graph
Fig. 3 : Model of Cam Mechanism

Fig. 3 に示した V 端カムを例にカム機構のモデルについて述べる。ペア軸 M_1, M_2 で支持リンク L 上に支持されたカム C とフォロア F の接触点に仮想のカムペア M_3 を考える。ここで、 C と F の L に対する相対角速度を ω_1, ω_2 とし、さらに、 C の F に対する相対角速度を ω_3 とすると、部品接続グラフ(b)より速度に関するペアループ方程式は式(7)の同次方程式で表される。

$$-\omega_1 M_1 + \omega_2 M_2 + \omega_3 M_3 = 0 \quad (7)$$

カムフォロアペア軸 M_3 は、微動するたびに式(8)により再位置決め^[3]する。

$$U_3 = \omega_3 M_3 = \omega_1 (M_1 - f'(\theta_1) M_2) \quad (8)$$

加速度に関するペアループ方程式は式(9)の様な非同次方程式で表される。

$$-\alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_2 + \alpha_3 M_3 = -Z \quad (9)$$

Z は閉路加速度モータといい、フォロアに対するカムの相対速度モータを U_3 、カムフォロアペア軸 M_3 の移動速度モータを V_3 とすると、以下の式で表される。

$$Z = V_3 \times U_3 = V_3 \times \omega_3 M_3 \quad (10)$$

この V_3 は、カムの種類によって決定される。

5. カム機構のモデル化

揺り腕カムを Fig. 4 のように軸間距離 c (一定) で、半径 h_1, h_2 が刻一刻変化する歯車機構としてモデル化する。カムフォロアペア軸は、 x 軸方向に直進運動し、その移動速度モータ V_3 は、式(11)となる。

$$V_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{f''(\theta_1)c\omega_1}{(f'(\theta_1)-1)^2} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

(a) Model (b) Link-Pair Graph
Fig. 4 : Model of swinging cam

フォロアが直進する V 端カム、きのこ型カムはピニオンの半径が変化するラックピニオン機構としてモデル化する。カムフォロアペア軸は、 x 軸方向に直進運動し、その移動速度モータ V_3 は、式(12)となる。

$$V_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \omega_1 f''(\theta_1) & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

カムが左右に動くフォロアが上下する直動カムは、刻一刻傾きが変化する直進ペアによりモデル化する。カムフォロアペア軸は、刻一刻傾きが変化する(回転)している。移動速度モータ V_3 は、式(13)となる。

$$V_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\omega_1 f''(\theta_1)}{1+f'(\theta_1)^2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

6. 実行例

以下に、直動カムのシミュレーション結果を示す。

translation cam

Fig. 5 : Simulation Result

7. おわりに

各種カム機構の閉路加速度モータを定義し、動力学解析のアルゴリズムを構築した。

今後の課題として、

- (1)カムとフォロアの衝突接触モデルを作り、跳躍現象のシミュレーションを行う
- (2)立体カムのモデルを作成する

8. 参考文献

- [1]城道介, 鳥原冬輝: モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析(第1報) - 自由度の定義と速度解析 -, 精密工学会誌, 54, 7(1988)1272
- [2]城道介, 佐々木智義: モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析(第4報) - 機構の動力学解析 -, 精密工学会誌, 61, 4(1995)537
- [3]城道介, 松崎知雄, 田谷篤嗣, 佐々木智義: モータ代数とグラフ理論による機構の記述と解析(第6報) - 歯車とカムを含む機構の動力学解析 -, 精密工学会誌, 64, 5(1998)715
- [4]Michisuke Jo and Tomoyoshi Sasaki: Dynamic Analysis of Mechanisms using Motor Algebra and Graph Theory, Journal of Robotics and Mechatronics Vol.10, No.6, pp.464-474 (1998)