アングルプライ CFRP 積層板の層間における 3 次元微視的応力分布解析

Analysis of Three-Dimensional Microscopic Interlaminar Stress Distribution of Angle-Ply CFRP Laminates

○学 窪田 直人 (筑波大院) 正 松田 哲也 (筑波大) 学 後藤 圭太 (筑波大院)

Naoto KUBOTA, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennodai, Tsukuba, Ibaraki
Tetsuya MATSUDA, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennodai, Tsukuba, Ibaraki
Keita GOTO, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennodai, Tsukuba, Ibaraki

In this study, the distribution of microscopic stress around interlaminar areas of angle-ply carbon fiber-reinforced plastic (CFRP) laminates subjected to in-plane uniaxial tension is analyzed based on a homogenization theory. In this analysis, an analysis model for angle-ply CFRP laminates and its unit cell containing interlaminar areas are defined. Then, three kinds of laminate configurations, i.e., $[\pm 30^\circ]$, $[\pm 45^\circ]$ and $[\pm 60^\circ]$ are considered. It is shown from the analysis results that microscopic shear stress noticeably occurs at the interlaminar areas irrespective of laminate configurations. It is also shown that the magnitude and distribution of such shear stress remarkably vary depending on the laminate configurations.

Key Words : Angle-Ply Laminate, Interlaminar, Microscopic Stress, Homogenization

1. 緒言

CFRPは、単位重量あたりの強度である比強度や、単位重量あたりの剛性である比剛性がともに高いという優れた特性を有することから、主に軽量化が必要な輸送機器分野や航空宇宙分野において使用が拡大しており、CFRPの使用率は今後さらに増加していくものと考えられる。

CFRPは、樹脂材料を炭素繊維で一方に強化したシート状のプリプレグ (ラミナ) を様々な配向角で積層したCFRP積層板として使用される。このためCFRP積層板では、ラミナ同士の接着面である層間において、層間剥離や樹脂割れなどの微視的損傷が生じやすく、積層板全体の巨視的破壊を引き起こす原因の一つとなり得る。したがって、CFRP積層板の層間およびその近傍における微視的応力分布を明らかにすることは、積層板を開発・製造・使用する上で非常に重要な課題となる。

そこで本研究では、アングルプライCFRP積層板の微視的層間応力分布を均質化理論に基づき解析する。このためにまず、繊維と母材からなる微視構造を有するアングルプライCFRP積層板を考え、層間を含む解析領域 (ユニットセル) を定義する。積層構成として、 $[\pm 30^\circ]$ 、 $[\pm 45^\circ]$ および $[\pm 60^\circ]$ の3種類を考え、それぞれの場合における層間応力分布について調べるとともに、積層構成の違いによる層間応力分布の変化について考察する。

2. 積層板の層間における均質化理論

2.1 アングルプライ積層板のモデル化

本研究では、図1に示すような、積層構成 $[\pm \theta]$ のアングルプライ積層板を考える。繊維は y_1 軸に対して $[\pm \theta]$ の配向角を有しており、積層方向は y_1 軸方向である。また、積層板を構成する一方強化ラミナは、一般的なプリプレグを

Fig.1 Angle-ply laminates, unit cell Y and semiunit cell $\bar{Y}$.

想定し、積層方向に 16 本の炭素繊維を含むとする。このときユニットセルは、図1中の Y が示すように定義できる。

2.2 弾性変形の均質化理論

ユニットセル Y に対して直交座標系 y_i を設ける。ユニットセルにおける応力分布と擾乱変位場 $u_i^*(y)$ の任意の変分をそれぞれ $\sigma_{ij}(y)$ および $v_i(y)$ と表すと、微視的応力の釣合式は次のように書ける。

$$\int_Y \sigma_{ij} v_{i,j} dY - \int_{\Gamma} \sigma_{ij} n_j v_i d\Gamma = 0 \quad (1)$$

ここで、 Γ はユニットセル Y の境界、 n_j が Γ の外向き単位法線、 v_i は Y -周期性を満足する任意の変分を表す。上式の境界積分項は、境界において σ_{ij} および v_i が Y -周期性を満足し、 n_j が向かい合う境界において互いに反対向きであることから零となり、次式が得られる。

$$\int_Y \sigma_{ij} v_{i,j} dY = 0 \quad (2)$$

これは、ユニットセル Y における境界値問題に帰着でき、次式で表される。

$$\int_Y c_{ijkl} \chi_{p,q}^{kl} v_{i,j} dY = - \int_Y c_{ijkl} v_{i,j} dY \quad (3)$$

ここで χ^{kl} は、上式を Y -周期境界条件のもとに解くことで得られる Y -周期関数であり、特性関数と呼ばれる。

式(3)を解き、 χ^{kl} が求めれば、次の式(4)と式(5)を用いることで積層板の巨視的弾性挙動および微視的応力分布を計算できる。すなわち、積層板の層間およびその近傍での応力やひずみの分布を調べることができる。

$$\Sigma_{ij} = \langle c_{ijkl} (\delta_{pk} \delta_{ql} + \chi_{p,q}^{kl}) \rangle_Y E_{kl} \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} (\delta_{pk} \delta_{ql} + \chi_{p,q}^{kl}) E_{kl} \quad (5)$$

3. 解析領域の低減

3.1 半ユニットセルの導入

ユニットセル Y の半分の領域である半ユニットセル $\bar{Y}$ に着目する。このとき、図1からわかるように、積層板の内部構造は、 $\bar{Y}$ の左右端面の中心点 C_A と C_B に関して点対称となる。この結果、特性関数 χ^{kl} も、これらの点に関する点対称性を満足する。このような点対称分布を境界条件に用いることで、 Y の代わりに $\bar{Y}$ を解析領域に取ることができ、次式のような $\bar{Y}$ に関する境界値問題が導かれる。

$$\int_{\bar{Y}} c_{ijkl} \chi_{p,q}^{kl} v_{i,j} d\bar{Y} = - \int_{\bar{Y}} c_{ijkl} v_{i,j} d\bar{Y} \quad (6)$$

ただし、 $\bar{Y}$ の左右端面においては、 Y -周期境界条件ではなく、点 C_A と C_B に関する点対称境界条件を適用する。

3.2 サブストラクチャ法の導入

半ユニットセル $\tilde{Y}$ が立方体サブストラクチャ A_i と B_i ($i=1,2,\dots,8$) からなることに着目し, A_i と B_i をサブストラクチャとして $\tilde{Y}$ を分割する. このときまず, サブストラクチャ A_i に対する境界値問題が, 境界値問題(6)に基づき, 有限要素解析用のマトリックス表記を用いて次のように導かれる.

$$\mathbf{K}_A \mathbf{x}_A^H = \mathbf{F}_A^H, \quad (i=1,2,\dots,8) \quad (7)$$

つづいて, $\mathbf{x}_A^H$ をサブストラクチャの内部節点に関する成分 $\mathbf{x}_A^{H(i)}$ と境界節点に関する成分 $\mathbf{x}_A^{H(r)}$ に分離し, $\mathbf{x}_A^{H(r)}$ についてまとめることで, 境界値問題(7)から次式を得る.

$$\overline{\mathbf{K}}_A^{(r)} \mathbf{x}_A^{H(r)} = \overline{\mathbf{F}}_A^{H(r)}, \quad (i=1,2,\dots,8) \quad (8)$$

式(8)は, サブストラクチャ B_i に関してもまったく同様に導かれるから, 次式を得る.

$$\overline{\mathbf{K}}_B^{(r)} \mathbf{x}_B^{H(r)} = \overline{\mathbf{F}}_B^{H(r)}, \quad (i=1,2,\dots,8) \quad (9)$$

最後に, 式(8)と(9)を一つにまとめることにより, サブストラクチャの境界節点のみに関する境界値問題が次のように導かれる.

$$\mathbf{K}^{(r)} \mathbf{x}^{H(r)} = \mathbf{F}^{H(r)} \quad (10)$$

ここで, $\mathbf{K}^{(r)}$ は $\overline{\mathbf{K}}_A^{(r)}$ と $\overline{\mathbf{K}}_B^{(r)}$ から構成されるマトリックス, $\mathbf{F}^{H(r)}$ は $\overline{\mathbf{F}}_A^{H(r)}$ と $\overline{\mathbf{F}}_B^{H(r)}$ から構成されるベクトル, $\mathbf{x}^{H(r)}$ はサブストラクチャ A_i と B_i ($i=1,2,\dots,8$) の境界節点における特性関数の節点値ベクトルをそれぞれ表す. この境界値問題(10)を解くことで, サブストラクチャの境界節点における特性関数が求まる. さらに, 境界節点の特性関数から内部節点での特性関数が計算でき, $\tilde{Y}$ の全節点での特性関数が得られる.

4. 解析条件

本研究では, $[\pm 30^\circ]$, $[\pm 45^\circ]$ および $[\pm 60^\circ]$ の3種類のアングルプライCFRP積層板について解析を行う. サブストラクチャは, 炭素繊維とエポキシで構成されており, 繊維軸は y_3 軸に対して $\pm\theta$ の傾きを有している. また, これらのサブストラクチャは8節点アイソパラメトリック要素により有限要素分割 (4320要素, 5005節点) されている. なお, 繊維体積率は, 前報⁽¹⁾と同じく約56%とする. 炭素繊維およびエ

Table 1 Material constants⁽¹⁾.

Carbon Fiber	$E_{LL} = 240[\text{GPa}]$	$\nu_{TT} = 0.49$
	$E_{TT} = 15.5[\text{GPa}]$	$\nu_{LT} = 0.28$
	$G_{LT} = 24.7[\text{GPa}]$	
Epoxy	$E = 3.5[\text{GPa}]$	$\nu = 0.35$

ポキシの材料定数を表1⁽¹⁾に示す. この表1において, 炭素繊維の材料定数の添字LとTはそれぞれ繊維軸方向および横方向を意味する. 負荷条件として, y_3 軸方向の単軸引張負荷を考える. 引張方向における巨視的弾性ひずみ E_{33} が0.5% となるように負荷を与え, 巨視的平面応力条件のもとに解析を行う.

5. 解析結果

はじめに, 層間におけるせん断応力分布の解析結果について示す. 図2からわかるようにどの積層構成においてもせん断応力の発生が確認でき, これは繊維が引張軸に向かって回転するためである. また, 層間に生じるせん断応力の最大値をMisesの相当応力に換算した値と巨視的引張応力の比は, 積層構成が $[\pm 30^\circ]$ で約10%, $[\pm 45^\circ]$ で約21%, $[\pm 60^\circ]$ では約27%に及ぶ. また, この割合を見ると, 引張負荷軸に対して配向角が大きいほど, 増加する傾向にあることがわかる.

次に, 層間における面外垂直応力分布についての解析結果を図3に示す. 積層構成が $[\pm 30^\circ]$ のとき, 中心部には引張応力, 周辺部には圧縮応力が生じていることがわかる. これは, $[\pm 30^\circ]$ のアングルプライ積層板が面外方向について負のポアソン比 (ν_{31}) を有しているためであると考えられる. $[\pm 45^\circ]$ では, y_3 軸方向に沿って圧縮応力が生じていることがわかる. $[\pm 60^\circ]$ の場合は, $[\pm 30^\circ]$ の場合と逆の面外垂直応力が働いていることがわかる. これらの面外垂直応力分布もまた, 繊維回転に起因するものと考えられる.

文 献

- (1) Matsuda, T., Ohno, N., Tanaka, H. and Shimizu, T., *JSME Int. J., Ser. A*, Vol.45 (2002), pp.538-544.

Fig. 2. Distributions of resultant shear stress at the interlaminar plane; (a) $[\pm 30^\circ]$, (b) $[\pm 45^\circ]$ and (c) $[\pm 60^\circ]$.

Fig. 3. Distributions of out-of-plane normal stress at the interlaminar plane; (a) $[\pm 30^\circ]$, (b) $[\pm 45^\circ]$ and (c) $[\pm 60^\circ]$.