[キーノートスピーチ]

1200 シート類の運搬シミュレーション

A Numerical Simulation for Sheet Handling Process

竹平 修 (リコー)

Osamu Takehira, Ricoh COMPANY LTD.

Two-dimensional numerical simulation of cross sectional behavior of sheet moved along a handling path in electrophotograph equipment is reviewed. The two-dimensional analysis is very useful for layout design, because a lot of simulation jobs can run with various cases economically. In this paper, a computational method to analyze transient behavior of the sheet with friction force from a paper guide and gravity is explained. Furthermore, several studies of the behavior unique to electrophotograph equipment are shown.

Key Words: Sheet, Simulation, Paper Jamming, Finite Element Method

1. はじめに

複写機やプリンタといった、シートへ画像を印刷する画像形成機器は、デジタル化やカラー化といった高機能化が進んでいる。それに比べ、基本機能であるシートの運搬方法は、ローラによる摩擦送りと案内板（搬送ガイド）を組合わせた古典的な機構が従来より用いられている。その運搬プロセスにおいて、シート自身の2次元的な曲げ変形と、スリップによるローラ送りの速度変動は重要で、前者は紙詰まり（ジャム）などの信頼性に、後者は画像の伸縮といった画質や、シートとシートとの間隔制御といった生産性に、それぞれ関連する。そこで、これらを数値シミュレーションにて解析するための手法をまとめ、画像形成機器設計に適用した事例を紹介する。

2. シート類変形解析のための数値シミュレーション手法

シート類の運搬プロセスにおいて、2次元的な曲げ変形を解析するための数値シミュレーション手法をまとめる。

2. 1. シートの変位場

運搬中のシート変形は、進行方向に対して垂直な奥行き方向にほぼ均一な2次元的な曲げが中心となっている。このような変形問題の最も基礎的な取り扱いに、はりの曲げがある。そこで、

- (a) オイラー・ベルヌーイの仮説が成立
- (b) 材料は Hook の法則に従い、均一
- (c) 厚み方向の応力、および剪断応力は発生しない
- (d) 横断面形状は変形前および変形後も長方系

と仮定し、有限要素法による解法を適用した⁽¹⁾。要素は Fig.1 のような2節点を有するはり要素で、一節点あたりの変位は、はりの伸縮方向変位(w)とたわみ方向変位(u)、たわみ角(θ)の3自由度とした。

Fig.1 Beam Element

2. 2. 非線形問題の解法⁽²⁾

シート類の曲げは変位が大きく微小変形では扱えず、幾何学的非線形問題となる。そこで反復解法の一つである Newton-Raphson 法を用いた。Fig.2 にその概念を示す。第 i 回目反復計算では、第 $i-1$ 回目の近似解から求められる内力ベクトル $Q^{(i-1)}$ と外力ベクトル F との残差ベクトル

$$R^{(i-1)} = F - Q^{(i-1)} \quad (1)$$

と、接線剛性マトリックス $K_T^{(i-1)}$ とから増分変位ベクトル

$$\Delta\delta^{(i)} = K_T^{(i-1)^{-1}} R^{(i-1)} \quad (2)$$

が求まる。第 i 回目の変位ベクトルは

$$\delta^{(i)} = \delta^{(i-1)} + \Delta\delta^{(i)} \quad (3)$$

となり、これが収束するか残差ベクトルがゼロとなるような平衡解が得られまで、反復計算を続行する。

Fig.2 Newton-Raphson Method

2. 3. 接触問題の解法

シート類の運搬プロセスのもう一つの非線形問題が、接触問題である。この解法には一般的にペナルティ係数法やラグランジュの未定乗数法が用いられるが、ここでは収束

性の面から添加型ラグランジュ未定乗数⁽³⁾

$$gn = fn + rdn \quad (4)$$

を用い、ラグランジュ汎関数の停留条件を満たすような定式化を行った。 fn は節点が搬送ガイドから受ける垂直抗力、 dn はギャップで搬送ガイドを突き抜けた節点のガイドからの最短距離、 r は任意の定数である。連立一次方程式は接触に関わる定式が追加され、混合形式となる。

2. 4. 直接時間積分法

ニュートンの運動方程式に Newton-Raphson 法による反復解法を適用すると、

$${}^{t'}\hat{K}_T {}^{\Delta t(i)}\hat{\delta} = {}^{t'}R^{(i-1)} - {}^{t'}\hat{F}_c^{(i-1)} - M {}^{t'}\ddot{\delta} - C {}^{t'}\dot{\delta} \quad (5)$$

となる⁽⁴⁾。ここで M は質量マトリックス、 C は減衰マトリックス、 $\hat{F}_c$ は接触力ベクトル、 ${}^{t'}\delta$ と ${}^{t'}\dot{\delta}$ はそれぞれ時刻 t' における節点の加速度と速度ベクトルである。

動解析は時間方向へ Step-by-Step に解き進める直接時間積分法として、Houbolt 法を用いた。これから求めようとする時刻 t' の変位と過去の 3 つの時系列変位

$${}^{t-2\Delta t}\delta, {}^{t-\Delta t}\delta, {}^{t'}\delta, {}^{t'}\dot{\delta} \quad (6)$$

とが滑らかな連続性が保たれるように、3 次の Lagrange 補間公式を適用する。これの 1 階および 2 階微分から速度と加速度の漸化式

$${}^{t'}\dot{\delta} = \frac{1}{6\Delta t} \left\{ 2 {}^{t-2\Delta t}\delta + 9 {}^{t-\Delta t}\delta - 18 {}^{t'}\delta + 11 {}^{t'}\dot{\delta} \right\} \quad (7)$$

$${}^{t'}\ddot{\delta} = \frac{1}{\Delta t^2} \left\{ {}^{t-2\Delta t}\delta + 4 {}^{t-\Delta t}\delta - 5 {}^{t'}\delta + 2 {}^{t'}\dot{\delta} \right\} \quad (8)$$

が得られ、式(5)に代入し増分変位でまとめ解いていく。式(7)と(8)の漸化式は、過去の時系列変位が等間隔の時間ステップとした場合であるが、解析途中で時間ステップが可変となるような漸化式に変更⁽⁵⁾すると利便性が向上する。その理由は、途中で収束解が得られない場合でも、最初から計算をやり直さずに、その時刻でのみ時間ステップを細かくして継続できるからである。

2. 5. シートの静的たわみ変形⁽⁶⁾

はり曲げ理論をシート類の変形場に適用した事の妥当性を評価するため、水平支持による片持ちはりのたわみを計算し、実際の複写用紙での実験とを比較した。

紙のヤング率は振動リード法という、動的な測定方法による結果を用いた。厚みおよび密度は、複数枚の束をマイクロメータで計測し平均化した値と、坪量からの換算値を用いた。Table 1 に紙の物性値を、Fig.3 に長さを 5 種類変えた場合の、計算および実験結果を比較した。

Table 1 Mechanical properties of paper specimen

Thickness (μm)	Density (g/m^2)	Young's Modulus (N/m^2)
89.0	71	6.26×10^9

たわみ量が 50mm あたりまでは、紙の曲げ変形に、はり

曲げ理論が非常に良く一致している事がわかる。それ以上の変位領域では実際の変位の方が大きくなり、材料非線形性が表れ始めていると考えられる。

Fig.3 Bending Curves

2. 6. シート運搬中の変形⁽⁵⁾

接触解析の検証のため、画像機器でのレジスタリング中の紙変形挙動にシミュレーションを適用した。

Fig.4 Deformation of paper in Registering Process

Fig.4 の上図は、厚さ 20mm 程度の搬送モデルに短冊紙を右側から送り、左側にあるレジストローラに先端を突き当て、余分に 5mm 送り込んだ状態の実験結果である。下図はそれに対応するシミュレーション結果である。紙の変形状やガイドとの接触位置などがほぼ一致しており、運搬中シートの変形が十分に予測できる事が確認できた。

3. 画像機器への適用

現実の画像機器内部で運搬される用紙の挙動解析に、本手法によるシミュレーションの有用性が確認されている。例えば、初めからカール形状を有する用紙を運搬した時の信頼性評価や、電子写真プロセスと用紙の変形挙動が密接に関連するトナーの転写不良や、トナーの粘着力が介在する定着部材からの用紙の分離挙動の解析がある⁽⁷⁾。ここでは、画像の読取と、スリップによるローラ送りの速度変動の解析に、シミュレーションを活用した事例を紹介する。

3. 1. シートスルーADFでの画像読取⁽⁸⁾

複写機の自動原稿送り装置(ADF)の読取り方法に、シートスルー方式がある。Fig.5 に読取部近傍の断面図を示した。左上から送られた原稿はスリットガラスを通過しながら、

複写機本体のスキヤナ機能で画像を読み取られ、右上に排出される。このタイプは高い生産性が得られる反面、読取部での紙の通過速度にバラツキを生じると、副走査の読取誤差になる。その一つに原稿先端がスケールガイドを駆け上っていく時の、画像伸びがある。Fig.6 はこの時の読取画像を出力したサンプルで、出力用紙先端の近くにおいて、原稿では約 2mm の文字高さが約 2.4mm に伸びている。

Fig.5 ADF Layout around the scan line

Fig.6 Printed image with jitter

Fig.7 Simplified procedure of roller feeding

ローラによる送りは、Fig.7 に示すような強制変位を節点に付与する簡易処理を適用した。送り速度 V とローラニップからの紙排出角度 ϕ が一定であると仮定し、ローラニップ出口の境界線から上流領域に位置するそれぞれの節点に強制変位として、

$$\{V\Delta t \cos \phi \quad V\Delta t \sin \phi \quad 0\}^T \quad (9)$$

を付与する。ここで、 Δt は時間ステップである。

シミュレーションでは各時刻における節点座標が求まり、その時系列データから水平方向の紙の通過速度を算出した。その計算結果とレーザードップラ速度計による実測結果の一例を Fig.8 に示す。通過速度が極端に低下する時間帯があり、計測結果ともほぼ一致した。この時の紙変形挙動のシミュレーション結果を Fig.9 に図示した。左が速度低下が始まる前の時刻 0.06 秒、右が速度低下が終了した時刻 0.09 秒付近の様子である。図中、点線で囲んだ紙の位置を見ると、変動前は上ガイド(曲げの内側)に沿っているが、変動後は下ガイド(曲げの外側)に沿っていることがわかる。この曲げ方向へのわずかな変形が原因で、読取誤差が生じている

事がわかった。対策方法の一つに、この挙動を抑制するような搬送ガイド形状の改良が有効で、実際にも効果が確かめられている。

Fig.8 Comparison of simulation with experiment for passing velocity through the scanning line

Fig.9 Dynamic behavior of sheet.

3. 2. 電子写真転写部でのスリップ解析⁹⁾

電子写真方式では、トナー画像をシートへ転写する転写部におけるシート速度変動が、そのまま画像の伸縮に影響する。Fig.10 にはローラ転写方式によるシートの運搬の様子を模式的に示した。各ローラ間の送り速度はローラ間で用紙の引張り合いによるスティックスリップを避け、一般的に上流側がやや速くなるように設定されている。ところが長いシートを送るとローラ間にたるみが生じ、これが原因で転写部での速度変動が生じる場合もある。さらに、トナーの転写効率を上げるために感光体に対してシートが速度差を持つように、転写ローラの周速度を意図的に速く設計する場合もある。そこで、転写ローラユニットを例に、ローラ送りによる速度変化を数値シミュレーションで解析する。

Fig.10 Schematic diagram of forces acting on paper at the roller transfer unit.

Fig.10 のように、転写ニップにあるシートを切出した小さな紙片には、4つの力が作用している。切断面には内部応力に応じた軸力が相互に作用し合っており、レジストロー

ラおよび定着ローラ側のそれぞれを Q_R と Q_F とする。次に、転写ニップでは、感光体周速<紙速度<転写ローラ周速、という速度差がある場合、紙はその速度差に応じて転写ローラからは送りの順方向に T_T 、感光体ドラムからは逆方向に T_D のトラクションを受ける。紙片が十分に小さく、さらにシートの送り速度が一定と見なせる時、この4つの力は平衡状態になる。

$$T_T + T_D + Q_R + Q_F = 0 \quad (10)$$

トラクションと速度差(すなわちスリップ率)の関係は、Fig.11のような測定システムを用いて、求める事ができる。半径 $r(mm)$ の試料ローラと、充分回転負荷の少ないフリーローラとで、短冊状の紙を加圧力 P で挟持する。紙の後端へ、錘などによる送り方向と逆向きの搬送負荷力 W をかける。この状態で試料ローラを所定の回転数 $\theta(rps)$ で駆動し、非接触の光学式移動量センサで紙の送り速度 $V_P(mm/sec.)$ を計測する。この時スリップ率は

$$\text{スリップ率} = \frac{V_0 - V_P}{V_0} \times 100 \quad (\%) \quad (11)$$

と定義した。ここで $V_0 = 2\pi r\theta$ は、変形前の半径で換算したローラの周速度である。

Fig.11 Schematic diagram of measuring slip ratio

Fig.12 Traction characteristics of drum and rollers used in electrophotographic equipment.

錘による搬送負荷力がトラクションと釣り合っていると仮定し、トラクション係数(T/P)に対してスリップ率をプロットすると Fig.12 のようなトラクションカーブが得られる。感光体ドラムと転写ローラの周速度をそれぞれ V_T と V_D とし、トラクションカーブは近似関数として

$$\frac{V_D - V_P}{V_D} \times 100 = f(T_D/P) \quad (12)$$

$$\frac{V_T - V_P}{V_T} \times 100 = f(T_T/P) \quad (13)$$

と表せる。

以上より計5つの未知数 V_P 、 T_T 、 T_D 、 Q_R 、 Q_F (転写ローラと感光体は回転駆動されているので V_T と V_D は既知)と、3つの関係式(10)、(12)、(13)が得られた。転写ニップ部の紙片の送り速度 V_P を求めるには、2つの関係式が不足しているが、有限要素法によるシート変形シミュレーションにて、ローラ間での紙のたるみ状態から紙断面に作用する軸力 Q_R 、 Q_F が算出でき既知となる。結果として、5元連立方程式が構成でき、各時刻での転写部送り速度 V_P が求められる。

Fig.13 に示す紙搬送レイアウトの実験機に予め既知間隔の線パターンを印刷したA3サイズ用紙を画像形成なしで通紙し、光学式センサで計測した各線の通過時間から転写ニップ近傍の紙速度を算出した。レジストローラ、定着ローラ、感光体、転写ローラの各ローラ周速度はそれぞれ114.2、113.8、110.3、114.7 (mm/秒)に設定した。Fig.14 に上記方法による転写速度の計測結果とシミュレーション結果を示した。一枚の用紙が通過する時に発生する特徴的な速度変動が、紙速度予測モデルで良く表されている。(A)の領域はレジストローラと転写部で搬送され、レジストローラが速いために転写部速度が徐々に増加する。(B)の領域は紙先端が定着ローラに到達したため(A)に比べ速度増加がわずかになっている。(C)では急に速度が増加した後、速度一定が長く続いている。これは、転写前での紙たるみ量が大きくなり、ガイド板と接触したのが原因である。(D)は紙後端がレジストローラニップを通過し、増速要因が解除されたため急激に速度が低下した。

Fig.13 Paper behavior predicted by numerical simulation

Fig.14 Sheet velocity at the roller transfer unit

4. まとめ

シート類の運搬プロセスで基本となる 2 次元的な曲げ変形のシミュレーション手法をまとめた。紙は湿度などにより力学的な特性が変化し取り扱いが難しい面はあるが、非常にシンプルな、はりの曲げ理論を適用した変形場を仮定しても、十分に設計上役立つ事が確認できた。

また、ローラ送りにおけるスリップとトラクションの関係を計測し、上記シミュレーションと紙面に作用する力の釣合い式を満たせば、運搬中の特徴的な速度変動も予測できる事を実証した。

参考文献

- (1) 鷲津久一郎：有限要素法ハンドブックⅡ(培風館)
- (2) 久田俊明, 野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用(丸善)
- (3) J.H.Heegaard, A.Curnier : An Augmented Lagrangian Method for Discrete Large-Slip Contact Problems, Int.J.Numer. Methods Eng., 36 (1993), pp.569-593
- (4) 吉田, 原田：有限要素法による非線形動解析の時間積分スキームに関する一検討, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第 14 巻(平成 2 年 7 月)
- (5) 竹平, 藤原：はり要素を用いた有限要素法による紙搬送シミュレータの開発と複写機への適用, 計算工学講演会論文集, Vol.3, pp1039-1042, 1998
- (6) 竹平：シート類の運搬シミュレーション, Ricoh Technical Report, No.25(1999), pp.125-131
- (7) 竹平 修：用紙の搬送挙動シミュレーション, 日本画像学会誌, 149 号, pp.67-75 (2004)
- (8) 竹平, 清水, 糸魚川：自動原稿送り装置(ADF)内の動的な紙挙動解析, Japan Hardcopy 2000 論文集, pp.257-260
- (9) 岡野, 竹平, 羽山：電子写真における転写ユニットでの紙速度予測方法, Japan Hardcopy 2002 Fall Meeting, pp.57-60