Numerical simulation of dynamic tube law of collapsible tube

○学 山下 大輔 (関大院) 正 板東 潔 (関大工) 正 大場 謙吉 (関大工)

Daisuke YAMASHITA, Graduate School of Kansai University, Yamate-cho 3-3-35, Suita, Osaka
Kiyoshi BANDO, Kansai University
Kenkichi OHBA, Kansai University

In order to study collapsible tube phenomena such as flow in the tube, self-excited oscillation of the tube and so on, it is important to elucidate the deformation characteristics of the collapsible tube as a model blood vessel when it is subjected to transmural pressure. Hence, we have studied a dynamic tube law that shows a dynamic deformation of the tube by numerical simulation. In this paper, we made a calculation about the deformation of a tube section by using a dynamic explicit finite element method. To evaluate the validity of our calculation, we calculated the static tube deformation and compared our data with conventional valid one. Also, we investigated the tube deformation when the tube is subjected to impulsive pressure. Their agreements with the conventional results are good.

Key Words : Finite Element Method, collapsible tube, dynamic tube law

1. はじめに

コラプシブルチューブとは、非常に薄いつぶれやすい弾性管のことであるが、これは血液循環系疾患に対する生体外模擬実験での模擬血管として等、広く用いられている。コラプシブルチューブ内の液体の流れ、またチューブに発生する自励振動などの研究を行うにあたり、チューブ変形の特徴を示すチューブ則を知ることは非常に重要である。チューブ則とは、一般的に Fig.1 に示されるような、管内外圧差 p_{tr} とチューブ断面積 A の関係で表されるが、チューブの動的な挙動の解析には従来から用いられている静的なチューブ則ではなく動的なチューブ則が不可欠であるため、数値計算によりこれを求める試みを行った。今回、仮想仕事の原理の式を基礎式として、動的陽解法を用いた有限要素法によりコラプシブルチューブ断面の動的変形について数値計算を行った。

Fig.1 General tube law

2. 基礎式と計算手順

式(1)は、チューブ形状の変形に対する数値計算において、基礎式として用いている仮想仕事の原理の式である。

$$\int_V \rho_0 \dot{\alpha} \cdot \delta^t u dV + \int_V {}^t_0 S_{ij} \delta^t_0 E_{ij} dV = \int_{S_t} {}^t_0 \dot{\alpha} \cdot \delta^t u dS \quad (1)$$

ここで、 ρ はチューブの密度、 α は加速度、 u は変位、 S は第 2Piola-Kirchhoff 応力テンソル、 E は Green-Lagrange 歪みテンソル、 t^* は公称表面力ベクトル、 V は時刻 0 の物体に対する体積分領域、 S_t は応力が指定される時刻 0 の境界面、左肩添字 t は時刻 t における値、左下添字 0 は参照時刻を表している。上式は、各項が左から慣性力、チューブの応力、管内外圧差によるそれぞれの仕事であり、これらの平衡状態を表している。式(1)をベクトルで表示すると次式ようになる。

$$\delta^t \underline{U}^T \underline{\dot{M}}^t \underline{\ddot{U}} + \delta^t \underline{U}^T {}^t_0 \underline{Q} = \delta^t \underline{U}^T \underline{F} \quad (2)$$

ここで、 $\underline{U}$ は変位ベクトル、 $\underline{M}$ は質量マトリクス、 $\underline{Q}$ は内力ベクトル、 $\underline{F}$ は外力ベクトルを表している。中心差分法を用いると次式が得られる。

$${}^{t+\Delta t} \underline{U} = \Delta t^2 \underline{\dot{M}}^{-1} ({}^t \underline{F} - {}^t_0 \underline{Q}) + 2 {}^t \underline{U} - {}^{t-\Delta t} \underline{U} \quad (3)$$

時間 t と $t - \Delta t$ の変位より、時間 $t + \Delta t$ の変位を計算する。 Δt は時間刻みであり、これを順次積み重ねていくことで目的の時間まで計算を行う。式(3)を要素分割したチューブ断面の各要素に適用することにより数値計算を行った。Fig.2 は要素に分割したチューブ断面の初期形状を示している。計算領域は二次元のチューブ断面であり、この全体を等間隔に要素に分割した。チューブの肉厚は一定としたので、内壁と外壁の中間面上の要素節点に対して計算を行った。Table1 はチューブの物性値と形状の値を表しており、 E はヤング率、 ν はポアソン比、 d_i は内径、 h は肉厚である。

計算を行うにあたって、管内外圧差 p_{tr} を時間の関数として与える。今回 p_{tr} は、Fig.3 に示すような、直線を与えた。時間 Δt ごとにこの p_{tr} を適用することで計算を行う。

Fig.2 Initial tube shape Fig.3 Applied pressure

ρ (kg/m ³)	E (MPa)	ν	d_i (mm)	h (mm)
910.0	1.05	0.495	16.0	1.0

3. 計算結果

1) 静的チューブ則の計算と比較

これまでに静的なチューブ則の計算は多くなされている⁽¹⁾。我々の計算においても静的な変形について計算し、結果の比較、検討をすることで計算の妥当性の評価を行った。静的変形に関しては、Fig.3の管内外圧差 p_{tr} の時間勾配を緩やかにすることにより計算した。Fig.4は、 p_{max} を-5.5に固定し、時間 t_{max} を長くしていったときの、 p_{tr} とチューブ断面積の関係を示している。 t_{max} が長くなるにつれて、慣性の効果がなくなっていくことが分かる。 $t_{max}=10s$ のときの結果と、静的チューブ則⁽¹⁾との比較を行った。Fig.4(d)の実線、破線は肉厚 1mm、0.03mm としたときの動的陽解法による計算結果であり、白丸は薄肉を仮定した静的チューブ則を表している。肉厚を薄くすることにより、計算結果は静的チューブ則とよく一致した。また Fig.5 は、Fig.4(d)において、 $p_{tr}=0, -3.25, -4.75, -5.2$ のときのチューブ形状である。初期形状が円形であったチューブが、座屈により楕円状に変形し、壁が接触するまでの変形過程が分かる。

2) 動的座屈現象

円筒シェル構造物に対して外からの一様な衝撃荷重を加える場合、荷重がより衝撃的であるとき、すなわち荷重のピークが大きく継続時間が短いとき、座屈時の円周方向の波数は、より多くなる傾向があることは知られている⁽²⁾。そこで Fig.6 に、 p_{tr} の時間勾配を急にさせたときの計算結果を示す。 p_{tr} の勾配が急になっていくにつれて、座屈の周方向のモード数が多くなるという結果が得られた。このとき、勾配が急になるにつれ、また座屈のモード数が多くなるにつれ、座屈の発生する p_{tr} が低くなる傾向が見られた。

4. まとめ

動的陽解法を用いた有限要素法により、コラプシブルチューブの動的チューブ則を数値計算し、以下の結果を得た。

- (1) 管内外圧差の増加を時間的に緩やかに与えることにより静的チューブ則を計算することができ、静的解法により求めたチューブ則との良い一致が得られた。
- (2) 管内外圧差の増加の時間的変化を大きくすると、座屈発生時の周方向の波数が増加する。

Fig.4 Calculated results of dynamic tube law
($p_{max} = -5.5$)

Fig.5 Calculated tube shapes
($p_{max} = -5.5, t_{max} = 10s$)

Fig.6 Tube shapes in applying impulsive pressure

参考文献

- (1) 上村ほか 2 名、機論、B 編、2000 (投稿中)
- (2) Anderson, D. L. and Lindberg, H. E., "Dynamic Pulse Buckling of Cylindrical Shells under Transient Lateral Pressures," AIAA Journal, Vol.6, No.4, 1968, pp.589-598