○ 学 岡野 憲司 (阪大院) 正 三宅 裕 (阪大工)
正 太田 貴士 (阪大工)

Kenji OKANO, Graduate School of Osaka Univ., 2-1, Yamadaoka, Suita, Osaka
Yutaka MIYAKE, Dept. of Mech. Eng., Osaka Univ.
Takashi OHTA, Dept. of Mech. Eng., Osaka Univ.

A turbulence model for flow field affected by external forces is proposed, and the performance of the model is verified, using the budgets for the turbulence transport equations by the DNS(Direct Numerical Simulation) database. This model can be applied to eddy viscosity models and second moment closure models, and does not depend on the particular formation of the external forces, for example, Coriolis force, buoyancy, roughness drag force and more complex forces affecting to the flow field. Especially, in this study, turbulence flows in channels having rough walls under some conditions are used as the test case for the model verification by a priori testing using DNS database.

Key Words: Turbulence Model, External Force, Roughness, Computational Fluid Dynamics

1 はじめに

工業的な流れ場の設計, 解析において, CFD(Computational Fluid Dynamics) が用いられことが多くなり, 今後, 適用範囲はますます広がっていく。その中で, 計算機性能が向上したというものの, 解析対象が, 乱流である場合には, 層流にはない乱流の性質を代表する乱流モデルが用いられることがほとんどである。

実用問題において, 乱流モデルの性能を考える場合, 乱流の自立的 (内部) 特性のみならず, 外的作用に対する乱流独特の応答特性の精度向上も不可欠である。例えば, この外的作用が, 回転場, 成層流れ場などでの外力, 乱流制御にかかわる外力など, 流れ場の状況に応じた応答特性を持っていることが多い。

これまで, 外的な作用による乱流の応答特性について注目して, 乱流モデルの検証を行った例はほとんど見当たらない。例えば, Hanjalic⁽¹⁾ らは, 回転場, 成層流れ場などにおいて考察を行っているが, 外的影響下での乱流特性に注目した検証で, 外力自身およびその乱流特性への作用について注目されることはなかった。

大型計算機の発達により乱流の直接計算が可能になり, 乱流エネルギー収支を含めた乱流統計量の高精度データベースが構築されつつある⁽²⁾。これにより, モデル性能のより厳密な検証, 改良が期待される。さらに, 各種の外力が作用する条件での, 乱流データベースを用いて, 乱流モデル中での外力の効果を直接比較して検証することが可能になった。

本研究では, 高次輸送方程式中での外力効果を示す項のモデル化を提案して, 直接計算によって得られた乱流統計量データベースとの比較によりモデルの性能を検証する。具体的には, 壁面上に粗さ要素を配置し, その粗さ効力を外力で表した粗面壁を有する流れ場において, 十分発達した溝乱流⁽³⁾での検証を行う。

2 基礎方程式

外力が作用している粘性非圧縮乱流の支配方程式から求まるレイノルズ平均方程式は, 式 (A-1)(A-2) のようになる。た

だし, u_i は速度, p は圧力, ρ は密度, ν は動粘性係数, f_i は流体に作用する外力を示している。アンサンブル平均を $-$ で表す。一般に, 外力 f_i は, その種類に応じて, 位置, 流体の速度等に依存すると考えられる。

さらに, Navier-Stokes 方程式と式 (A-2) を用いて, 式 (A-2) に含まれているレイノルズ応力 $\overline{u_i' u_j'}$ の輸送方程式を求めると, 式 (A-3) のようになる。右辺の各項はそれぞれ生成項, 消散項, 速度圧力勾配項, 乱流・粘性拡散項であり, これらに加えて, 外力のレイノルズ応力に対する効果として, 外力, 速度の変動相関項が存在する。ただし, $f_i' = f_i - \bar{f}_i$ である。同様に, 乱流エネルギーの消散率 ϵ の輸送方程式 (A-4) にも, 外力による効果が含まれる。

流体に作用する外力 f_i は, その種類に応じて異なる性質を表すが, ここまでの式変形では, その具体的なかたちは想定していない。したがって, 以上の輸送方程式は, 外力 f_i を含めて, モデルは含まれておらず, 厳密な基礎式である。

ただし, レイノルズ応力と消散率の輸送方程式 (A-3)(A-4) の中に, そのままでは求めることができない項が含まれている。外力による効果を表している各式の最後の項も同様に, 仮に外力の定義式が与えられても, そのままでは未知な相関項になっている。外力に関わる項以外は, 各種の応力方程式乱流モデルが提案されており, 高精度な検証と改良が行われている。それらは, 各項の物理特性を考慮しつつ, 独立に提案されており, 各モデル項の輸送方程式中での, バランスなどは, 特に考慮されていない。また, モデル項どうしの相互作用は, 想定されていない。よって, 外力項が加わったことによる修正は必要ないと考えて, ここでは, 既存の応力方程式モデルをそのまま使用することにする。

3 外力効果モデル

基礎方程式 (A-2)-(A-4) に含まれている外力に関係する項について考える。外力 f_i の関数形は, 想定している流れ場に応じて決められる。しかし, その速度変動との相関は, 未知のままである。平均速度, レイノルズ応力などの既知の値から予測するモデルを使用することが必要である。

$$\sum_k \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} = 0 \quad (\text{A-1})$$

$$\frac{D\bar{u}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \sum_k \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k^2} + \sum_k \frac{\partial \overline{u'_i u'_k}}{\partial x_k} + \bar{f}_i \quad (\text{A-2})$$

$$\frac{D\overline{u'_i u'_j}}{Dt} = P_{ij} - \epsilon_{ij} + \Phi_{ij} + D_{ij}^t + D_{ij}^v + (\overline{f'_i u'_j} + \overline{f'_j u'_i}) \quad (\text{A-3})$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = P_\epsilon^1 + P_\epsilon^2 + P_\epsilon^3 + P_\epsilon^4 - Y + T_\epsilon + \Phi_\epsilon + D_\epsilon + \left(\nu \sum_{i,k} \frac{\partial \overline{f'_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k} \right) \quad (\text{A-4})$$

$$\bar{f}_i(u_i) = \bar{f}_i(\bar{u}_i + u'_i) = \bar{f}_i(\bar{u}_i) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{f}_i}{\partial u_i^2}(\bar{u}_i) \cdot \overline{u_i'^2} + \dots \quad (\text{B-1})$$

$$\overline{f'_i u'_j} + \overline{f'_j u'_i} = \left(\frac{\partial \bar{f}_i}{\partial u_i}(\bar{u}_i) \cdot \overline{u'_i u'_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{f}_i}{\partial u_i^2}(\bar{u}_i) \cdot \overline{u_i'^2 u'_j} + \dots \right) + \left(\frac{\partial \bar{f}_j}{\partial u_j}(\bar{u}_j) \cdot \overline{u'_j u'_i} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{f}_j}{\partial u_j^2}(\bar{u}_j) \cdot \overline{u_j'^2 u'_i} + \dots \right) \quad (\text{B-2})$$

ここでは、外力 f_i が、流体の速度 u_i の関数の場合に関して考える。速度の変動成分 u' が平均速度 $\bar{u}$ に比べて小さいとすると、外力の定義関数 $f_i(u_i) = f_i(\bar{u}_i + u'_i)$ を u'_i に関する Taylor 展開を適用して、 $f'_i = f_i - \bar{f}_i$ の関係を使うと、式 (1)(2) が得られる。これらは、関数 $f_i(u_i)$ のかたちには依存しない。また、外力 f_i が速度 u_i の 2 次以下が支配的な場合には、比較的良好な近似になっていると考えられる。

$$\begin{aligned} \bar{f}_i(u_i) &= \bar{f}_i(\bar{u}_i + u'_i) \\ &= \bar{f}_i(\bar{u}_i) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{f}_i}{\partial u_i^2}(\bar{u}_i) \cdot \overline{u_i'^2} + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f'_i(u_i) &= f_i(\bar{u}_i + u'_i) - \bar{f}_i(\bar{u}_i + u'_i) \\ &= \frac{\partial \bar{f}_i}{\partial u_i}(\bar{u}_i) \cdot u'_i + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{f}_i}{\partial u_i^2}(\bar{u}_i) \cdot (u_i'^2 - \overline{u_i'^2}) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

外力 f_i が流体の速度以外の関数である場合にも、以上の手順にしたがったモデル化が可能であるが、ここでは、速度以外に関しては考えないものとする。

レイノルズ平均方程式 (A-2) に含まれる外力項 $\bar{f}_i$ は、式 (1) によって導かれる。外力 f_i が速度 u_i の 2 次以上の関数である場合には、 $\bar{f}_i(u_i) = \bar{f}_i(\bar{u}_i + u'_i)$ とはならないことに注意しなければならない。

レイノルズ応力 $\overline{u'_i u'_j}$ の輸送方程式 (A-3) に含まれる外力と速度の変動成分の相関項を式 (2) を用いて変形すると、式 (B-2) のように表せる。右辺には、速度の変動成分の相関のみが含まれており、これらに既存の乱流モデルを適用することができる考えられる。消散率 ϵ の輸送方程式に含まれる外力項も同様にして導くことができるが、ここでは省略する。

4 粗さ要素

モデルの検証のために具体的な例を考える。壁面上に、図 1 のような粗さ要素を配置する。粗さ要素から流体に作用する力として、式 (3) を考える。

$$f_i = \frac{1}{2} \frac{C_D D(y)}{L_x L_z} u_i^2 \quad (3)$$

Fig. 1: Configuration of roughness element.

$$\frac{df_i}{du_i} = \frac{C_D D(y)}{L_x L_z} u_i \quad (4)$$

$$\frac{d^2 f_i}{du_i^2} = \frac{C_D D(y)}{L_x L_z} \quad (5)$$

ここで、 $D(y)$ は高さ y における粗さ要素の直径を表し、 C_D は局所的な流速に基づく抵抗係数、 L_x, L_z は粗さ要素に割り当てられた空間の x, z 方向の長さで、すべて定数とする。

モデル検証の結果は、講演時に示す。

5 まとめ

既存の応力方程式モデルに、流体に作用する外力の効果を表す項を加えて、モデル化する方法を提案して、DNS データベースを用いて、その精度を検証した。この外力モデルは、流れ場の基礎方程式に含まれている限りは、特定の外力を前提としない汎用性を持っている。これまでに考えられた、浮力、コリオリ力等を含めて、また、今後、提案されることが期待される何らかの外力による乱流制御を含めて、適用可能と考えられる。

参考文献

- (1) K., Hanjalic, "Closure Models for Turbulent Flows Driven by Thermal Bouyancy and other Body Forces", *Proc. JSME TED Short Course* (2000).
- (2) N.N., Mansour, "Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow", *J. Fluid Mech.*, **194**(1988), pp.15-44.
- (3) 懸 康明, 粗さ要素を持つ溝乱流の構造 (大阪大学院工学研究科, 修論). (1999).