1006 ローラーコースターの運動と振動に関する座標系の扱いの影響 Dynamic Behavior of A Moving Body on 3-D Trajectory

○学 船越裕二 (阪府大院) 正 藤田勝久 (阪府大) 学 渡邊頌子 (阪府大)

Yuji FUNAKOSHI, Mechanical Systems Engineering, Graduate school of Engineering, Osaka Pref. Univ. 1-1 Gakuen-cho, Sakai, Osaka, 599-8531, Katsuhisa FUJITA, Osaka Pref. Univ. NOBUKO Watanabe, Osaka Pref. Univ.

Abstract : Dynamics of a moving body restrained on a 3-D trajectory considering resistance to forward motion is investigated. The equation of motion of the moving body is derived by using differential algebraic equations (DAE). By using this equation, the time history simulation analysis is performed. Also, the kinematics and vibrational experiment have been performed using the actual roller coaster in site. The accelerations in simulation are compared to those in experiment. Both show a good coincidence qualitatively.

Key Words: multi-body dynamics, moving body, 3D trajectory, DAE, roller coaster

1 緒言

近年、輸送産業技術の発展により、遊戯施設の開発も進んでいる。これに伴いローラーコースター (以下、RC とする) においても高速化や軌道の複雑化が求められており、安全性、または乗り心地を考える上で、その動的挙動解析が重要になってきている。本研究では、RC を 3 次元軌道の上に拘束された移動体としてとらえ、その動的挙動解析を行うことを考える。その手法として、3 次元軌道の上に拘束される移動体の質点を仮想質点とし、車両質点と仮想質点とをバネ・ダンパーで結んだモデルの運動方程式を導出し、拘束条件と連立させ、乗客にかかる動的挙動のシミュレーションを行う。また、シミュレーション値と実測値を比較し、アルゴリズムの妥当性を検討する。

2 座標軸の定義

Fig.1 に示す座標系を考える。まず、固定座標として絶対座標系 $x_g - y_g - z_g$ を定義する。RC の軌道は、この座標系に拘束されている。次に、RC の軌道を $x_g - y_g$ 平面に射影した軌道の上に、進行方向が正となるように s 軸をとり、 z_g 軸と同じ方向に z 軸をとり、 $s - z$ 平面に直交する方向を u 軸とした座標系を $s - u - z$ 座標系とする。また、RC の軌道上で進行方向を正とした接線方向の軸を x_l 軸、垂直な方向に z_l 軸、 $x_l - z_l$ 平面に直交するように y_l 軸をとった座標系を局所座標系 $x_l - y_l - z_l$ とする。なお、 y_l 回りの回転角をピッチ角 α [rad]、 x_l 軸回りの回転角をカント角 β [rad]、 z_l 軸まわりの回転角をヨー角 γ [rad] とする。RC の軌道は絶対座標系 $x_g - y_g - z_g$ に拘束されているとする。ピッチ角 α は上りを正とし、カント角 β 、ヨー角 γ は左回りを正とする。

3 車両モデル

Fig.2 に示すように車両を 3 次元でモデル化した。レールとタイヤの接点を仮想的に質量を与え、この質点の質量を m_0 とする。また、タイヤ、キャビン、フレーム、乗客などの質点の質量を $m_i (i = 1 \sim n)$ とし、各方向 x_l, y_l, z_l 方向にバネ定数 k_n 、減衰係数 c_n の線形バネ・ダンパ要素で置き換える。今回は数値解析を簡単にするため仮想質点 m_0 と、その他フレーム、乗客などを合わせた質点 m_1 の 2 質点系で解析を行っている。RC のタイヤとサスペンションは自動車のそれらよりはるかに硬い。そのため自由度を表す程度として単純なモデルで十分である。

Fig. 1: definition of plane

c) simulation model

Fig. 2: Modeling of a vehicle

4 解析理論

Fig.1 に示す $s - z$ 平面で解析を行う場合、 s, z 方向の非拘束時の運動方程式を導出し、 u 軸方向は遠心力より求める。次に、 s, u, z 方向の拘束条件と連立させ、得られた加速度に回転座標変換を行い、実験値と同等の加速度を得る。ここでは、絶対座標系 $x_g - y_g - z_g$ (Fig.1 参照) で表現された軌道に拘束されて運動する質点の $x_g - y_g - z_g$ 方向の運動方程式を導出する手法を述べる。絶対座標系を移動する仮想質点 m_0 の x_g, y_g, z_g 方向の運動方程式は次式によって得られる。

$$[M_{xyz0}]\{\ddot{q}_{xyz0}\} = [T]\{f_{l1}\} + [M_{xyz0}]\{G_{xyz}\} \quad (1)$$

ここで, $\{\ddot{q}_{xyz0}\} = [\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}]^T$, $[M_{xyz0}] = \text{diag}(m_0, m_0, m_0)$, $\{G_{xyz}\} = [0, 0, -g]^T$ とし, g は重力加速度とする. 絶対座標系で求めることにより 3 軸方向同時に求めることができる. ここで用いている回転マトリクス T は, $x_l - y_l - z_l$ 座標系から $x_g - y_g - z_g$ 座標系に変換する座標変換行列である. Fig.1 より, そのとき回転マトリクス T は次式のようになる.

$$[T] = [T_\alpha][T_\beta][T_\gamma] \quad (2)$$

また, 仮想質点 m_0 の拘束条件を次式のように表す.

$$\{\Phi_{xyz0}\{q_{xyz0}\}\} = 0 \quad (3)$$

次に, Fig.2 に示されている車両質点について, 非拘束時の運動方程式を導出する. まず, 質点 m_i に働く外力 $\{F_{xyzi}\}$ は次のように構成されていると考えられる.

(a) 重力項

車両はそれ自身にエンジンは付いていないので, 重力によって動いている. それゆえ, 質点 m_i にかかる重力項は次式のようになる.

$$\{f_{xyzi}^{(g)}\} = [M_i]\{G\} \quad (4)$$

ここで, $[M_i] = \text{diag}[m_i, m_i, m_i]$, $\{G\} = [0, 0, -g]^T$ とする.

(b) 隣接している質点にかかる外力

隣接する質点 m_{i-1} , m_{i+1} によって受ける質点 m_i の外力は次のように表せる.

$$\{f_{xyzi}^{(C)}\} = [T][C_i][\dot{q}_{i-1}^T, \dot{q}_i^T, \dot{q}_{i+1}^T]^T \quad (5)$$

$$\{f_{xyzi}^{(K)}\} = [T][K_i][q_{i-1}^T, q_i^T, q_{i+1}^T]^T \quad (6)$$

ここで, $[C_i]$, $[K_i]$ は $x_l - y_l - z_l$ 座標系での質点 m_i に対する減衰マトリクス, バネマトリクスである. また, 式(1)で用いられている $\{f_{i1}\}$ はこれらを用いると次式のように表せる.

$$\{f_{i1}\} = [C_1]\{\dot{q}_{i1}\} + [K_1]\{q_{i1}\} \quad (7)$$

よって絶対座標系を移動する質点 $m_1 \sim m_n$ の x_g, y_g, z_g 方向の運動方程式は次式のようになる.

$$[M_v]\{\ddot{q}_{xyzv}\} = \{F_{xyzv}\} \quad (8)$$

$$\text{ここで, } [M_v] = \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_n \end{bmatrix}$$

$$\{q_{xyzv}\} = [\{q_{xyz1}\}^T \cdots \{q_{xyzn}\}^T]^T.$$

また, 質点 $m_1 \sim m_n$ についての拘束条件は次式のようになる.

$$\{\Phi_{xyzv}(\{q_{xyzv}\})\} = 0 \quad (9)$$

式(1), (3), (8), (9)を連立させると, 質点 $m_0, m_1 \sim m_n$ に対する変位ベクトル q_{xyz} を導くことができる. そのときの混合微分代数方程式は次のようになる.

$$\begin{bmatrix} M & \frac{\partial \Phi_{xyz}}{\partial q_{xyz}}^T \\ \frac{\partial \Phi_{xyz}}{\partial q_{xyz}} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_{xyz} \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial}{\partial q_{xyz}} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_{xyz}} \dot{q}_{xyz} \right) \\ \dot{q}_{xyz} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\text{ここで, } \{q_{xyz}\} = [\{q_{xyz0}\}^T, \{q_{xyzv}\}^T]^T$$

$$\{\Phi_{xyz}\} = [\{\Phi_{xyz0}\}^T, \{\Phi_{xyzv}\}^T]^T$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M_0 & 0 \\ 0 & M_v \end{bmatrix}$$

$$\{F_{xyz}\} = [\{F_{xyz0}\}^T, \{F_{xyzv}\}^T]^T.$$

式(10)を $\ddot{q}_{xyz}$ について解くと, x_g, y_g, z_g 方向の加速度が次式のように得られる.

$$\{\ddot{q}_{xyz}\} = [\{\ddot{q}_{xyz0}\}^T, \{\ddot{q}_{xyzv}\}^T]^T \quad (11)$$

式(11)の加速度に回転座標変換を行うと, 実際の車両で計測した実験値と同等の加速度が得られる.

5 実験結果と解析結果

Fig.3 は, 実際の RC の車両の床に加速度計を取り付けて RC を走行させ, そのときの 3 方向, x_l, y_l, z_l の計測した加速度応答の時刻歴波形を示している. また, Fig.4 は s-z 平面での解析結果を示している.

Fig. 3: Measured vibration response of an actual roller coaster filtered by 10 Hz

Fig. 4: simulation analysis of s-z plane

参考文献

- 1) E.J.Haug, Allyn and Bacon (1989).
- 2) K.Fujita, T.Kimura, Y.Yamamoto, Proc. of the 2001 ASME Design Engineering Technical Conference and Computers and Information in Engineering Conferences, VIB-21337 in CD-ROM.
- 3) K.Fujita, Y.Uemura, Y.Funakoshi, Y.Yamamoto, Proc. of the First Asian Conference on Multibody Dynamics 2002, Iwaki, Fukushima, Japan (2002).