Meshless Three-Dimensional Thermo-Elastoplastic Analysis by Triple-Reciprocity BEM

○ 落合 芳博 (近畿大)

Yoshihiro OCHIAI Kinki University, 3-4-1 Kowakae, Higashi-Osaka, 577-8502 Japan

Key Words: Boundary Element Method, Elastoplasticity, Thermal Stress, Computational Mechanics, Initial Strain

1. 緒言

従来の境界要素法により熱弾塑性解析をする場合、内部セルが必要になる。内部セルを使用する方法では、データが容易に作成できるという境界要素法の利点が損なわれる。また、従来の境界要素法では熱弾塑性状態の内部応力を計算する際、強い特異性の問題を考慮しなければならなかった。筆者は2次元熱弾塑性解析においても、三重相反境界要素法によって、内部セルを用いずに解析が可能であることを示している。本論文では、メッシュレスで定常熱応力を考慮した三次元熱弾塑性解析を行うための解法を、三重相反境界要素法を用いて示す。定式化に際して、初期ひずみ法を用いる。なお、三重相反法で使用する高次基本解は可能ながざり一般解で示した。

2. 理論 変形量があり大きくない場合の熱弾塑性問題は初期ひずみを伴う線形弾性問題を繰り返し解くことにより解を求めることができる。境界要素法を用いて任意の初期ひずみの増分 $\varepsilon_{ijk}^{[1]}$ が作用する場合、次の境界積分方程式を解かなければならない⁽¹⁾。

$$c_{ij} u_j(P) = \int_{\Gamma} [u_{ij}^{[1]}(P, Q) p_j(Q) - p_{ij}(P, Q) u_j(Q)] d\Gamma + \int_{\Gamma} \left[\frac{\partial u_i^T(P, Q)}{\partial n} \bar{T}(Q) - u_i^T(P, Q) \frac{\partial \bar{T}(Q)}{\partial n} \right] d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma_{ijk}^{[1]}(P, q) \varepsilon_{ijk}^{[1]}(q) d\Omega \quad \dots(1)$$

ただし、記号 u_j および p_j は変位増分および表面力増分の j 方向成分であり、 Γ および Ω は境界および領域を示す。 c_{ij} は滑らかな境界上では $0.5 \delta_{ij}$ 、内点では δ_{ij} であり、 $\bar{T}$ は温度増分である。式(1)に示すように初期ひずみが存在する場合、領域積分を考慮しなければならない。 $\sigma_{ijk}^{[1]}$ は、次式で与えられる。

$$\sigma_{ijk}^{[1]} = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^2} \{ (1-2\nu)(\delta_{ji}r_{,k} + \delta_{ki}r_{,j} - \delta_{jk}r_{,i}) + 3r_{,i}r_{,j}r_{,k} \} \quad \dots(2)$$

式(1)には領域積分が含まれる。そこで、積分方程式を用いた補間法を活用して領域積分を境界積分に変換する。初期ひずみ $\varepsilon_{ijk}^{[1]}$ は次式で表現することができる。

$$\nabla^2 \varepsilon_{ijk}^{[1]S} = -\varepsilon_{ijk}^{[2]S} \quad \dots(3)$$

$$\nabla^2 \varepsilon_{ijk}^{[2]S} = -\varepsilon_{ijk}^{[3]PA} \quad \dots(4)$$

ただし、補間は初期ひずみ $\varepsilon_{ijk}^{[1]}(j, k = x, y, z)$ のそれぞれの成分に対して考えるものとする。関数 $\sigma_{ijk}^{[1]}$ に対して次式を満足する関数 $\sigma_{ijk}^{[1]J}$ が存在すると仮定する。

$$\nabla^2 \sigma_{ijk}^{[1]J} = \sigma_{ijk}^{[1]J} \quad \dots(5)$$

式(2)、(3)およびグリーンの定理より、式(1)は次式になる。

$$c_{ij} u_j(P) = \int_{\Gamma} [u_{ij}^{[1]}(P, Q) p_j(Q) - p_{ij}(P, Q) u_j(Q)] d\Gamma + \int_{\Gamma} \left[\frac{\partial u_i^T(P, Q)}{\partial n} \bar{T}(Q) - u_i^T(P, Q) \frac{\partial \bar{T}(Q)}{\partial n} \right] d\Gamma$$

$$+ \sum_{j=1}^2 (-1)^j \int_{\Gamma} \left\{ \frac{\partial \sigma_{ijk}^{[1]J}(P, Q)}{\partial n} \varepsilon_{ijk}^{[1]S}(Q) - \sigma_{ijk}^{[1]J}(P, Q) \frac{\partial \varepsilon_{ijk}^{[1]S}(Q)}{\partial n} \right\} d\Gamma - \sum_{m=1}^M \sigma_{ijk}^{[3]A}(P, q) \varepsilon_{ijk}^{[3]PA}(q) \quad \dots(6)$$

本補間法では実際の計算において $\sigma_{ijk}^{[1]}$ は用いない。 $\sigma_{ijk}^{[1]J}$ は次式となる。

$$\sigma_{ijk}^{[1]J} = \frac{(2f-1)(2f-3)r^{2f-4}}{4\pi(1-\nu)(2f)!} \{ (2f-1-2f\nu)(\delta_{jk}r_{,i} + \delta_{ik}r_{,j}) - (1-2f\nu)\delta_{ij}r_{,k} - (2f-5)r_{,i}r_{,j}r_{,k} \} \quad \dots(7)$$

3. 解析例

内表面の温度が 500°C 、外表面の温度が 0°C の円筒の熱弾塑性解析を行った。円筒は上下方向に拘束されているものとし、材料は弾完全塑性体とし、ミーゼスの降伏条件を使用した。内半径 10mm 、外半径を 30mm とし、縦弾性係数 $E=210\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、降伏点応力を $Y=250\text{MPa}$ とし、線膨張係数を 0.000011K^{-1} とした。図1に示す内点を使用し、本手法での計算結果と FEM との比較を図2に示す。この計算例においては、円筒の内側に塑性領域が発生していることが、円周方向応力分布よりわかる。

Fig.1 Quarter-region of circular cylinder

Fig.2 Thermal stress distribution in circular cylinder

参考文献

- (1) Ochiai Y. and Kobayashi T., Initial Strain formulation without Internal Cells for Elastoplastic Analysis by Triple-Reciprocity BEM. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.50, (2001), pp.1879-1891.