Structural Failure Probability Estimation Based on Directional Importance Simulation Using Design point

学 ○小林 宏彰 (近畿大) 正 奥田 昇也 (近畿大高専)

正 米澤 政昭 (近畿大)

Hiroaki KOBAYASHI, Kinki University, 341 Kowakae, Higashi-Osaka

Syoya OKUDA, Technical college, Kinki University

Masaaki YONEZAWA, Kinki University

1 はじめに

本研究では、方向シミュレーション法に重点サンプリング法を結合した設計点方向重点サンプリング法を提案し、構造破損確率を推定する効率的な信頼性解析シミュレーション法のアルゴリズムを提案する。

2 方向ベクトルを条件とする条件付期待値法

標準化された k 次元の基本確率変数 U を、動径 R と単位ベクトル $A=(A_1, A_2, \dots, A_k)^T=U/\|U\|$ を用いて $U=RA$ と表わすと、構造破損確率 P_f は、 U, A の確率密度関数 $f_U(u), f_A(a)$ を用いて次式で与えられる¹⁾。

$$P_f = \int_{all a} \int_{all r} I_{D_f}(ra) \cdot f_U(ra) \cdot r^{k-1} dr da \quad (1)$$

ここで、 $I_{D_f}(u)$ は破損領域内の u に対して 1、安全領域内の u に対して 0 の値をとる状態指標関数である。

構造破損確率 P_f は、自由度 k のカイ分布密度関数 $f_\chi(r; k)$ の $f_A(a)$ に関する期待値として、式(2)のように表わされる。

$$P_f = \int_{all a} \int_{all r} f_\chi(r; k) dr \cdot f_A(a) da = E_{f_A} \left[\int_{all r} f_\chi(r; k) dr \right] \quad (2)$$

3 設計点方向重点サンプリング法

本研究では、標準化座標系における設計点 u_β に中心をもつ結合正規確率密度関数 $h_U(u)$ に従うサンプル $u^{(i)}$ を生成し、これに対応する単位方向ベクトルサンプル $a^{(i)}$ を $A=U/\|U\|$ として決定する。このとき、多くのサンプル $u^{(i)}$ は設計点付近に発生するので、多くのサンプルベクトル $a^{(i)}$ は設計点付近の方向に発生することが期待される。

ある方向ベクトル $a^{(i)}$ に対して微小区間 $a^{(i)} + \Delta a$ で挟まれる Fig. 1 に示す領域 $D_{\Delta a}^{(i)}$ の確率体積から、サンプル生成密度関数の標本値 $h_A(a^{(i)})$ を次式に基づいて決定し、これを設計点方向重点サンプリング密度関数とよび、これを用いて方向重点サンプリング法を適用することを提案する。

$$h_A(a^{(i)}) = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta a} \int_{D_{\Delta a}^{(i)}} h_U(u) du \quad (3)$$

式(3)で決定されるサンプル生成密度関数 $h_A(a)$ を式(2)に導入すると、構造破損確率 P_f は、次式で表わされ、その不偏推定量は、式(5)のように標本平均値により求められる。

$$P_f = \int_{all a} \int_{all r} f_\chi(r; k) dr \cdot \frac{f_A(a)}{h_A(a)} h_A(a) da \quad (4)$$

Fig. 1. Probability content in the domain of $D_{\Delta a}^{(i)}$

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_{all r} f_\chi(r; k) dr \frac{f_A(a^{(i)})}{h_A(a^{(i)})} \quad (5)$$

本研究では、生成されたサンプルベクトル $a^{(i)}$ に対するサンプル生成密度関数の標本値 $h_A(a^{(i)})$ を、各サンプルが生成されるたびに、区積分法によって近似的に計算し、式(5)の修正項を決定し、構造破損確率 P_f を推定する。

4 数値計算例

提案手法の有効性を調べるために、次式の限界状態関数について、単純モンテカルロ・シミュレーション(MCS)、方向シミュレーション(DS)、重点サンプリング・シミュレーション(IS)、設計点方向重点サンプリング・シミュレーション(DDS)による構造破損確率 P_f の推定結果を Table 1 に示す。目標精度は P_f の推定量の変動係数 $cov < 0.01$ とする。

$$g_U(u) = (0.75u_1 + 15)(0.5u_2 + 10) - 3.78(5u_3 + 25) \quad (5)$$

Table 1. Comparison of estimation results

Method	Sample size	Estimated P_f	CPU time[sec]
MCS	1,962,212	5.0708×10^{-3}	1.937
DS	87,983	5.0601×10^{-3}	0.203
IS	29,095	5.0831×10^{-3}	0.062
DDS(10^{-15})	1,463	5.0258×10^{-3}	0.031
Exact	10^9 , $cov=0.0004$	5.0598×10^{-3}	965.937

ここで、Sample size を 10^9 としたときの MCS による推定結果を厳密解とする。

5 むすび

提案手法は、従来法と比較して少ないサンプル数および計算時間で所定の精度の破損確率の推定値を与える。

参考文献

- 1) M. Yonezawa, Y. T. Park and S. Okuda, Hybrid directional simulation for structural reliability estimation, Structural Safety and Reliability, Proc. of ICOSSAR'01, Swets & Zeitlinger, (2001), (CD-ROM).