Topology Design of Planar Structure Subjected to Mechanical and Thermal Loads

学 ○速水 直希 (阪府大院)

正 大多尾 義弘 (阪府大院)

Naoki HAYAMI, Graduate School of Engineering, Osaka Prefecture University, 1-1, Gakuencho, Naka-ku, Sakai, Osaka
Yoshihiro OOTAO, Graduate School of Engineering, Osaka Prefecture University

1 緒 言

構造部材の形状決定は機械構造物の設計において重要な課題である。なおかつ、近年は資源の有効活用も無視することのできない問題となっている。そのため、構造部材は必要な強度を保ち、かつ軽量である必要がある。効率的な形状を求める形態設計法については古くから様々な研究が行われているが、その方法の一つとして構造全体の応力を均一にする方法がある。

応力均一化を目標とする構造設計方法として、CA 法 (Cellar Automaton) 等を用いた位相設計法が考えられている。有限要素法により応力を求め、応力が小さい部分を構造物から削除することにより、構造物全体の応力が均一になる形状を得る方法である。しかし、今までの報告例⁽¹⁾⁽²⁾は力学的荷重のみを考慮した平面構造設計の研究であり、そこに熱負荷が加わった場合の研究はあまり行われていない。そこで本研究では、熱負荷の影響が平面構造設計に与える影響を調べることを目的とし、CA 法を用いて局所的なルールを設定し位相設計を行う。そして、得られた形状および数値計算結果に対する考察を行う。

2 位相設計

2.1 応力解析

任意の初期領域を均一な正方形セルに分割したものを、4 節点 8 自由度平面応力要素の有限要素モデルとする。力学的荷重と熱負荷の両方が作用しているので、まず有限要素法により各節点の温度分布を求め、式(1)により各節点にかかる熱荷重を求める。

$$\{f_i\} = \frac{E\alpha Tt}{2(1-\nu)}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

ただし、 E はヤング率、 α は線膨張係数、 T は各節点温度、 t は板厚、 ν はポアソン比である。式(1)を考慮することにより、各節点にかかる全荷重が得られ、応力を求めることができる。応力の評価は式(2)で与える相当応力 $\sigma_i(\mathbf{x})$ を用いる。下付き添字 i は世代数を示す。

$$\sigma_i(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ (\sigma_{i,x}(\mathbf{x}) - \sigma_{i,y}(\mathbf{x}))^2 + \sigma_{i,x}(\mathbf{x})^2 + \sigma_{i,y}(\mathbf{x})^2 + 6\tau_{i,xy}(\mathbf{x})^2 \right\}} \quad (2)$$

2.2 設計変数

構造における材料の有無を次の密度関数 $\rho_i(\mathbf{x})$ を用いて次式のように表現することにする。

$$\rho_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1.0 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_s \\ \rho_L & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega/\Omega_s \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 Ω_s , Ω/Ω_s はそれぞれ材料のある領域、材料のない領域を示す。なお、計算の都合上、生存セルの密度を 1.0、死滅セルの密度 ρ_L を非常に小さな正の値とする。この密度関数の変化によって、ヤング率、熱伝導率を式(4),(5)のように更新する。

$$E_i(\mathbf{x}) = E_0 \rho_i(\mathbf{x}) \quad (4)$$

$$k_i(\mathbf{x}) = k_0 \rho_i(\mathbf{x}) \quad (5)$$

ただし、 E_0 はヤング率の初期値、 k_0 は熱伝導率の初期値である。

3 更新則

各セルの局所的な相当応力の大きさ表す変化率 $R_i(\mathbf{x})$ を設ける。

$$R_i(\mathbf{x}) = \frac{\sigma_i^0}{\text{Ave}\sigma_i} \quad (6)$$

ただし、 σ_i^0 は当該セルの相当応力値である。ここで、 $\text{Ave}\sigma_i$ は当該セル近傍の平均応力である。上記の設計変数の更新のためのルールを表 1 のように定める。

Table.1 Basic rule

	$\sigma_i(\mathbf{x}) \leq \sigma_{i,cut1}$	$\sigma_i(\mathbf{x}) \geq \sigma_{i,cut2}$
$R_i \geq 1$	Stay	Revive
$R_i \leq 1$	Delete	Stay

ただし、 $\sigma_{i,cut1}$, $\sigma_{i,cut2}$ はそれぞれ削除ルール・復活ルールの閾値である。

当該セルが表 1 の Delete を満たすときセルの削除を行う。また、当該セルが表 1 の Revive を満たすとき、当該セルの近傍セルを生存セルとする。当該セルが Stay の状態の場合はセルの更新を行わない。

4 数値計算例

図 1 の $L=90[\text{mm}]$, $H=210[\text{mm}]$ の片持ちはりに対し、荷重 $P=100[\text{N}]$ が作用する場合を考える。板厚 $t=1.0[\text{mm}]$ 、セル分割数を 18×42 、ポアソン比 $\nu=0.28$ 、線膨張係数 $\alpha=11.5 \times 10^{-6}[1/\text{K}]$ 、初期状態のヤング率 $E_0=207[\text{GPa}]$ 、熱伝導率 $k_0=52[\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})]$ とする。また、式(3)の ρ_L を 1.0×10^{-3} とする。一例として上記の荷重に加え、温度上昇値 $T=10[^\circ\text{C}]$ の場合での最も応力の均一性が高い形状を図 2 に示す。

Fig.1 Design domain

Fig.2 Optimum construction

参考文献

- [1] 牧野・大多尾・谷川, 機構論, No.054-1(2005)5.3-4
- [2] 石田・大多尾・谷川, 機構論, No.06-4(2006)541-542