Transient Thermal Crack Analysis by Hybrid Finite Methods

学 ○橋爪 啓輔 (阪府大・院) 正 石田 良平 (阪府大)

Keisuke HASHIZUME, Graduate School of Osaka Prefecture University, 1-1, Gakuenchou, Naka-ku, Sakai, Osaka
 Ryohei ISHIDA, Osaka Prefecture University

1 緒 言

本報告では、き裂をもつ平板を解析モデルとして扱う。ここで扱うき裂とは、線形破壊力学における理想的なき裂で、き裂先端近傍で応力特異性を持つ。

従来の変位法に基づく有限要素解析を用い、き裂先端近傍での応力の特異性を表現するためには、その付近の要素数を多くしなければならない。それでも応力特異性を正確に表現するには限界があり、線形破壊力学で重要な物理量である応力拡大係数を正しく求められないという問題がある。このような問題を解決するため、き裂先端に応力特異性を表現できる要素を配置し、その部分での応力と変位、応力拡大係数を求める。き裂先端の特異性を表現する要素を特異要素、変位法に基づく標準的な要素を標準要素と呼ぶ。

き裂先端に特異要素を配置したハイブリッド有限要素法を用いて、き裂をもつ平板を様々な条件下での応力解析を行った。その結果得られるき裂開口変位、応力の値と標準要素のみを用いたそれらの値を比較し評価する。同様に、応力拡大係数についても求める。

2 ハイブリッド有限要素法を用いた解析

2.1 ハイブリッド有限要素法

ハイブリッド有限要素法は1973年、Pian⁽²⁾によって考案された。従来の変位法に基づく有限要素法と異なる点は、基礎となるポテンシャルエネルギーの原理を要素境界において変位が不連続な場合に拡張したことであり、変位の連続条件を緩和したものと考えられることができる。この方法は、本報告のようなき裂問題などに使用される。

2.2 解析方法

上記ハイブリッド有限要素法を用いて、平板に温度変化が生じたときのき裂先端近傍での熱応力、変位を求めた。特異要素中に入れるき裂先端近傍の応力特異性を表現する式を(1)に示す。

$$\{\sigma_y\} = \sum_{n=1}^9 \left(\beta_{1n} \frac{n}{2} \right) r^{\frac{n}{2}-1} \left\{ \left\{ 2 - (-1)^n + \frac{n}{2} \right\} \cos\left(\frac{n-1}{2}\theta\right) + \left(\frac{n-1}{2}\right) \cos\left(\frac{n-3}{2}\theta\right) \right\} - \sum_{n=1}^9 \left(\beta_{2n} \frac{n}{2} \right) r^{\frac{n}{2}-1} \left\{ \left\{ 2 + (-1)^n - \frac{n}{2} \right\} \sin\left(\frac{n-1}{2}\theta\right) + \left(\frac{n-1}{2}\right) \sin\left(\frac{n-3}{2}\theta\right) \right\} \quad (1)$$

式(1)中の r はき裂からの距離を表す。この中に $r^{-1/2}$ の項が含まれており、この項がき裂の応力特異性を表現する。図1-(c)に、解析対象である非定常温度変化があるき裂をもつ平板の解析モデルを示す。図のように、本解析には図1-(a), (b)の重ね合わせの原理を用いた。

図1 解析対象 (重ね合わせの原理)

2.3 解析結果

上記の解析モデルについて、ハイブリッド有限要素法を利用した解析プログラムと標準要素のみを用いたNastranの結果を y 方向応力について比較した。その結果を図2に示す。凡例の数字は要素数である。また、非定常解析結果として応力拡大係数と時間の関係を図3に示す。

図2 き裂先端近傍 y 方向応力

図3 応力拡大係数の時間的変化

3 結言

解析結果より、ハイブリッド有限要素法は弾性き裂問題だけでなく、重ね合わせの原理を用いることで熱き裂問題にも適用できることがわかった。また、同様の手法を用い、非定常熱解析を行うことで応力拡大係数の過渡的变化を求めることができた。

参考文献

- (1) 岡村弘之:線形破壊力学入門, 培風館, 1993
- (2) Pin Tong, T. H. H. Pian, S. J. Lasry: A Hybrid-Element Approach to Crack Problems in Plane Elasticity, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.7,297-308(1973)