507 鉄棒ロボットの下り技の姿勢制御 (トルク入力の導出)

The aerial posture control of a horizontal bar robot (Control law of the driving torque)

○学 服部 邦雄 (東工大) 正 山浦 弘 (東工大) 正 小野 京右 (東工大)
Kunio HATTORI, Tokyo Institute of Technology,
12-1, Ookayama 2-chome, Meguroku, Tokyo
Hiroshi YAMAURA, Tokyo Institute of Technology
Kyosuke ONO, Tokyo Institute of Technology

In this paper, we discuss an aerial posture control problem of a 2-link horizontal bar robot with nonzero initial angular momentum in order to realize an acrobatic motion of the horizontal bar. First, the equations of motion and the law of conservation of angular momentum are shown. Next, we derive a strict feedback system to be able to apply backstepping procedure by coordinate transformation. Then the control problem is formulated as designing a control law such that the state variables of the system go to the origin at a given time. We design a controller of the driving torque by applying backstepping procedure to the system. Finally, we present simulation results to validate the controller.

Key Words: Horizontal bar robot, Angular momentum, Nonlinear system, Backstepping procedure

1. 緒 言

本研究では、体操競技の鉄棒における手を離してから着地するまでの下り技を、人間型ロボットにより実現させることを目的とする。これまでに本課題には Backstepping 法⁽¹⁾が適用され、加速度を入力とした制御手法が提案されている⁽²⁾が、さらにトルク入力を計算するためには困難な計算が必要となる。本稿では、制御系設計の負担の軽減を目的に、文献⁽³⁾の手法を参考に新たに逐次安定化型 Backstepping 法を開発し、実機に適用できるトルク入力による制御則を示すと共に、計算機シミュレーションによりその有効性を示す。

2. 鉄棒ロボットのモデル

2.1 運動方程式と角運動量保存則の式

Fig.1 は空中にある 2 リンクの鉄棒ロボットの解析モデルである。 m_i, I_i, L_i, L_{gi} ($i = 1, 2$) はそれぞれ、質量、慣性モーメント、リンクの長さ、リンクの端からリンクの重心までの距離とする。また、 θ, ψ はそれぞれ、胴体の絶対角と胴体と脚部の相対角である。このとき、運動方程式は

$$\begin{cases} (N_1 + E \cos \psi) \ddot{\theta} + (E \cos \psi) \ddot{\psi} - (E \sin \psi) \dot{\theta}^2 \\ - (E \sin \psi) \dot{\psi}^2 - (2E \sin \psi) \dot{\theta} \dot{\psi} = -u \\ (N_2 + E \cos \psi) \ddot{\theta} + N_2 \ddot{\psi} + (E \sin \psi) \dot{\theta}^2 = u \end{cases} \quad (1)$$

であり、初期角運動量を P_0 とすれば角運動量保存則の式は

$$-(N_1 + N_2 + 2E \cos \psi) \dot{\theta} - (N_2 + E \cos \psi) \dot{\psi} = P_0 \quad (2)$$

と表される。ここで、 N_1, N_2, E は

$$N_1 = I_1 + \frac{m_1 m_2 L_1^2}{m_1 + m_2}, \quad N_2 = I_2 + \frac{m_1 m_2 (L_2 - L_{g2})^2}{m_1 + m_2}$$

$$E = \frac{m_1 m_2 L_{g1} (L_2 - L_{g2})}{m_1 + m_2}$$

であり、 u は関節に働くトルク入力である。

2.2 制御モデルの導出

式(1),(2)に対して座標変換 $[x_1, x_2, x_3] = [\phi - \phi_r, \psi - \psi_r, \psi]$ を施し整理すると、原点に平衡点をもつ非線形な制御モデル

$$\dot{x}_1 = f_1(x_2) \quad (3a)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_3) \quad (3b)$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x_2, x_3) + g_3(x_2)u \quad (3c)$$

を得る。ここで、

$$\begin{aligned} \phi &= \theta - \theta_r + \int_{\psi_r}^{\psi} \frac{N_2 + E \cos \lambda}{N_1 + N_2 + 2E \cos \lambda} d\lambda \\ \phi_r &= -\frac{P_0}{N_1 + N_2 + 2E \cos \psi_r} (t - T) \\ f_1(x_2) &= -\frac{P_0}{N_1 + N_2 + 2E \cos(x_2 + \psi_r)} + D \\ f_2(x_3) &= x_3 \\ f_3(x_2, x_3) &= \frac{E}{K_0 K_1} \{ (N_2 - N_1 - K_2) K_2 x_3^2 \\ &\quad - P_0^2 \} \sin(x_2 + \psi_r) \\ g_3(x_2) &= \frac{N_1 + N_2 + 2E \cos(x_2 + \psi_r)}{N_1 N_2 - E^2 \cos^2(x_2 + \psi_r)} \\ D &= \frac{P_0}{N_1 + N_2 + 2E \cos(\psi_r)} \\ K_0(x_2) &= N_1 N_2 - E^2 \cos^2(x_2 + \psi_r) \\ K_1(x_2) &= N_1 + N_2 + 2E \cos(x_2 + \psi_r) \\ K_2(x_2) &= N_2 + E \cos(x_2 + \psi_r) \end{aligned} \quad (4)$$

である。また、 θ_r, ψ_r はそれぞれ、 θ と ψ に対する目標姿勢角、 T は制御開始から着地までの時間である。

Fig. 1 2-link horizontal bar robot

3. 制御系設計

式(3)で表される制御モデルをもとに逐次安定化型 Backstepping 法を用いて制御系設計を行う。

Step.1: サブシステム式(3a)に対して、 $x_1 \rightarrow 0$ となるような仮想制御入力 $Q = x_2$ を求める。リアプノフ関数を

$$V_1(x_1) = \frac{1}{2} x_1^2 \quad (5)$$

とし、式(3a)を考慮すれば $V_1(x_1)$ の時間微分は

$$\dot{V}_1(x_1) = x_1 \dot{x}_1 = x_1 f_1(x_2) \quad (6)$$

となる。さらに式(6)の $f_1(x_2)$ を x_1 の関数 $\xi(x_1)$ を用いて

$$-\xi(x_1) = -\frac{P_0}{N_1 + N_2 + 2E \cos(x_2 + \psi_r)} + D \quad (7)$$

とおく。このとき、 $x_1 \xi(x_1) > 0$ となるような $x_2 = Q$ が存在すれば、式(6)の $\dot{V}_1(x_1)$ は負定となり仮想制御入力 Q によって $x_1 \rightarrow 0$ とすることができる。式(7)より、制御入力 $Q = x_2$ は逆関数 $\cos^{-1}$ を用いて

$$Q = \begin{cases} -\psi_r - \cos^{-1} \Omega & (-\pi < \psi_r < 0) \\ -\psi_r + \cos^{-1} \Omega & (0 < \psi_r < \pi) \end{cases} \quad (8)$$

と求まる。ここで、 Ω は

$$\Omega = \frac{P_0}{2E(\xi(x_1) + D)} - \frac{N_1 + N_2}{2E} \quad (9)$$

である。また、式(8)の Q が存在するためには逆関数の中の Ω が $|\Omega| < 1$ でなければならないので、 Q が存在するための条件として $\xi(x_1)$ について $S_2 < \xi(x_1) < S_1$ という制限が与えられる。本報告では、関数 $\xi(x_1)$ を

$$\xi(x_1) = \begin{cases} S_1 \{1 - \exp(k_1 S_2 x_1)\} & (x_1 \geq 0) \\ S_2 \{1 - \exp(k_1 S_1 x_1)\} & (x_1 < 0) \end{cases} \quad (10)$$

と設定した。ここで、 S_1, S_2 は

$$S_1 = \frac{P_0}{N_1 + N_2 + 2E} - D \quad (> 0) \quad (11)$$

$$S_2 = \frac{P_0}{N_1 + N_2 - 2E} - D \quad (< 0) \quad (12)$$

であり、 $k_1 (> 0)$ は制御器の調整パラメータである。

Step.2: サブシステム式(3a,b)に対して、 $x_2 \rightarrow Q$ となるような仮想制御入力 $R = x_3 = \dot{x}_2$ を求める。リアプノフ関数を

$$V_2(x_1, x_2) = V_1(x_1) + \frac{1}{2}(x_2 - Q)^2 \quad (13)$$

とおく、式(3a),(3b)を考慮すると $V_2(x_1, x_2)$ の時間微分は

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1(x_1) + (x_2 - Q)(\dot{x}_2 - \dot{Q}) \\ &= \dot{V}_1(x_1) + (x_2 - Q)(R - \dot{Q}) \end{aligned} \quad (14)$$

となる。よって、仮想入力 R を

$$R = -k_2(x_2 - Q) + \dot{Q} \quad (k_2 > 0) \quad (15)$$

とすれば、

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1(x_1) - k_2(x_2 - Q)^2 \quad (16)$$

を得る。したがって、式(15)の仮想入力 R を用いれば、式(16)の第2項が負定となるため式(13)の第2項より $x_2 \rightarrow Q$ となる。その後、仮想入力 Q によって式(16)の第1項が負定となり、式(16)全体が負定となる。

Step.3: システム式(3)に対して、 $x_3 \rightarrow R$ となるような仮想制御入力 $p = \dot{x}_3$ を求める。リアプノフ関数の候補を

$$V_3(x_1, x_2, x_3) = V_2(x_1, x_2) + \frac{1}{2}(x_3 - R)^2 \quad (17)$$

とおく、式(3)を考慮すると $V_3(x_1, x_2, x_3)$ の時間微分は

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2(x_1, x_2) + (x_3 - R)(\dot{x}_3 - \dot{R}) \\ &= \dot{V}_2(x_1, x_2) + (x_3 - R)(p - \dot{R}) \end{aligned} \quad (18)$$

となる。よって、 $k_3 (> 0)$ を定数として仮想入力 p を

$$\begin{aligned} p &= -k_3(x_3 - R) + \dot{R} \\ &= -k_2 k_3(x_2 - Q) - (k_2 + k_3)(x_3 - \dot{Q}) + \ddot{Q} \end{aligned} \quad (19)$$

とすれば、式(18)より

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 - k_3(x_3 - R)^2 \quad (20)$$

を得る。したがって、仮想入力 p によって式(20)の第2項が負定となるので式(17)の第2項より $x_3 \rightarrow R$ となる。その後、仮想入力 R によって式(20)の第1項が負定となるので、式(20)全

体が負定となる。以上より、アクチュエータによって発生させるべき制御トルク u は、式(19)の p を式(3c)に代入し

$$u = \frac{p - f_3(x_2, x_3)}{g_3(x_2)} \quad (21)$$

となる。このとき逐次的にリアプノフ安定性が保証され、 $x_1 \rightarrow 0, x_2 \rightarrow 0, x_3 \rightarrow 0, (t \rightarrow \infty)$ が達成される。

4. シミュレーション結果

2リンク鉄棒ロボットの物理パラメータを

$$\begin{aligned} m_1 &= 2.76 \text{ [kg]}, & m_2 &= 1.94 \text{ [kg]} \\ I_1 &= 7.50 \times 10^{-3} \text{ [kgm}^2\text{]}, & I_2 &= 21.5 \times 10^{-3} \text{ [kgm}^2\text{]} \\ L_{g1} &= 2.80 \times 10^{-2} \text{ [m]}, & L_{g2} &= 25.8 \times 10^{-2} \text{ [m]} \end{aligned}$$

と設定し、ロボットの初期姿勢と目標姿勢を

$$\begin{aligned} \theta(0) &= -9.97 \text{ [rad]}, & \psi(0) &= 0.694 \text{ [rad]} \\ \dot{\theta}(0) &= 12.5 \text{ [rad/s]}, & \dot{\psi}(0) &= -1.28 \text{ [rad/s]} \\ \theta_r &= \frac{7}{18}\pi \text{ [rad]}, & \psi_r &= \frac{2}{18}\pi \text{ [rad]} \end{aligned}$$

とした。このとき、初期角運動量は $P_0 = -0.588 \text{ [kgm}^2\text{/s]}$ となる。Fig.2は、着地までの時間を $T = 0.8 \text{ [s]}$ 、制御器のゲインを $k_1 = 42, k_2 = 41, k_3 = 41$ としてシミュレーションを行った結果である。Fig.2において、胴体は直立状態 ($\theta = -1.5\pi \text{ [rad]}$) を一度通過し、着地時刻においてさらに1回転後の直立状態 ($\theta = 0.5\pi \text{ [rad]}$) に近い目標姿勢角度 θ_r にほぼ到達している。また、相対角 ψ は一度大きな値をとるが、着地時刻には目標姿勢角 ψ_r にほぼ一致している。これらの結果から、二回宙返り着地が実現できていることが分かる。着地時刻における目標姿勢角に対する θ, ψ の誤差はそれぞれ、 $3.41 \times 10^{-2} \text{ [rad]}$ 、 $4.22 \times 10^{-2} \text{ [rad]}$ であった。これは、ロボットの着地を想定すると十分な精度と思われる。

Fig. 2 Time responses of θ, ψ and u

5. 結 言

2リンク鉄棒ロボットの空中飛遊時の姿勢制御トルク入力を逐次安定化型 Backstepping 法を用いて設計した。計算機シミュレーションにより、設計したトルク入力の有効性を示した。

文 献

- (1) M.Kristic, I.Kanellakopoulos, P.Kokotovic: Nonlinear and Adaptive Control Design, John Wiley & Sons, 1995
- (2) X.Xin, T.Mita, M.Kaneda: The Design of Posture for Free Flying Robot with Initial Angular Momentum, 31st SICE Symposium on Control Theory, pp.49-54, 2002
- (3) J.Alfredo Rosas-Flores, Jamie Alvarez-Gallegos and Rafael Castro-Linares: Stabilization of Class of Under-actuated System, Proceedings of IEEE of the 39th CDC, pp.2168-2173, 2000