Identification Method of Unbalance and Sensor Runout
on Rigid Rotor Supported by Magnetic Bearings
(2'nd Report Effect of Model Error)

○学 朴 泰眞 (九州大学院)

正 金光 陽一 (九州大学)

正 雉本 信哉 (九州大学)

正 松田 浩一 (九州大学)

Teajin PARK, Kyushu University, Hakozaki Higashi-ku Fukuoka Japan

Yoichi KANEMITSU, Shin'ya KIJIMOTO, Koichi MATSUDA, Kyushu University

Key Words: Identification, Magnetic Bearings, Unbalance, Sensor Runout

1. 序論

磁気軸受は、電磁場を変化させて対象物位置を能動的に制御、支持する装置であり、対象物を何らの物理的な接触なしに浮上されて作動するようになる。磁気軸受は古典的な軸受に比べて多くの長所をもっているため盛んに研究され、その適用範囲も広がっている。

一般に回転機械において、回転体に存在する不つりあいは振動発生の原因となっており、回転体のつりあわせを行うことが必要となる。磁気軸受支持回転体は電磁力によって安定な回転状態を得ているので回転体表面のセンシング部に存在する磁気的不均一性（ランナウト）も回転体に振れまわりを引き起こす要因となる。そのため、それらの値を知ることは、より理想的な磁気軸受の制御を行う上で必要であり、その結果、高速回転領域で安定な回転が可能となる。

本研究では、回転体を支持した磁気軸受の制御性を改善するため、回転体の不つりあいと、センサランナウトの同定法について検討する。まず数値シミュレーションを行い、回転体の振れ回りデータから逐次最小二乗法⁽¹⁾⁽²⁾により不つりあいとランナウトの推定が行えることを確認する。つぎに、動的モデルの質量、慣性モーメントなどのモデルパラメータの誤差により推定値が受ける影響を考察する。

2. 運動方程式の導出

図1に示すモデルロータについて x, y 方向の並進と回転運動を考えると、ロータの運動方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} - f_x &= \varepsilon\omega^2 m \cos(\omega t + \alpha) \\ m\ddot{y} - f_y &= \varepsilon\omega^2 m \sin(\omega t + \alpha) \\ I_d\ddot{\theta}_x + I_p\omega\dot{\theta}_y - M_x &= (I_p - I_d)\tau\omega^2 \sin(\omega t + \beta) \\ I_d\ddot{\theta}_y - I_p\omega\dot{\theta}_x - M_y &= (I_p - I_d)\tau\omega^2 \cos(\omega t + \beta) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここでロータの質量を m 、慣性モーメントを I_d, I_p とする。

静的不つりあいと動的な不つりあいの振幅と位相を $\varepsilon, \tau, \phi, \psi$ で与える。ランナウトとしては回転同期成分だけが存在すると考え、軸受1と軸受2での振幅と位相を $\lambda_1, \lambda_2, \phi_1, \phi_2$ で与えた。磁気軸受からロータに働く力⁽³⁾は次のようになる。

$$f = -F \cdot i + G \cdot x \quad (2)$$

運動方程式(1)をマトリックス表示すると次のようになる。

$$M\ddot{x} + \omega M_1\dot{x} + F_i + GL^{-1}x = U_i \quad (3)$$

ここで軸心の変位、磁気軸受1, 2, 5, 6における制御電流、ランナウトと軸変位の測定値をそれぞれ次のようにおく。

$$x = [x \ y \ \theta_x \ \theta_y]^T, \quad i = [i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_6]^T,$$

$$x_r = [x_{1r} \ x_{2r} \ x_{5r} \ x_{6r}]^T, \quad \hat{x} = [\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \hat{x}_3 \ \hat{x}_6]^T \quad (4)$$

重心とセンサ位置の関係をマトリックス L で表現し、 L を用いれば軸心の変位 x 、ランナウト x_r と測定値 $\hat{x}$ との関係は次のように表せる。

$$x = L(\hat{x} - x_r) \quad (5)$$

Fig. 1 Model of rotor and magnetic bearing

磁気軸受のアナログ制御器特性を PID 制御⁽⁴⁾で近似する。ただし K_c はパワーアンプゲインとセンサ感度を考慮した比例定数である。

$$i = K_c \left(k_p \hat{x} + k_i \int \hat{x} dt + k_d \frac{d\hat{x}}{dt} \right) \quad (6)$$

制御電流ベクトルは次のようになる。

$$i = K_D \dot{\hat{x}} + K_P \hat{x} + K_I \int \hat{x} dt \quad (7)$$

また式(5)(7)を運動方程式(3)に代入して、測定値 $\hat{x}$ について整理すると、

$$ML\ddot{\hat{x}} + (\omega M_1 L + FK_D)\dot{\hat{x}} + (FK_P + G)\hat{x} + FK_I \int \hat{x} dt = U_i + ML\ddot{x}_r + \omega M_1 L\dot{x}_r + Gx_r \quad (8)$$

3. 逐次最小二乗法による推定

次に測定値を用い推定を行うために運動方程式の離散化を行う。そのために運動方程式をラプラス変換し、それをさらに双一次変換する。

推定量 E (不つりあい、ランナウト) を次のようにおく。

$$\begin{aligned} E_0 &= [\varepsilon \cos \phi \ \varepsilon \sin \phi \ \tau \cos \psi \ \tau \sin \psi]^T \\ E_1 &= [\lambda_1 \cos \phi_1 \ \lambda_1 \sin \phi_1 \ \lambda_2 \cos \phi_2 \ \lambda_2 \sin \phi_2]^T \\ E &= [E_0 \ E_1]^T \end{aligned} \quad (9)$$

運動方程式(8)をラプラス変換し $\mathbb{E}$ について整理すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned} [MLs^3 + (\omega M_1 L + FK_D)s^2 + (FK_P + G)s + FK_I] \hat{X}(s) \\ = [H_1(\omega)s^2 + H_2(\omega)s] U(s) \mathbb{E} \end{aligned} \quad (10)$$

次に式(10)を離散化するため双一次変換すると次のようになる。

$$\begin{aligned} W_0 \hat{x}(k) + W_1 \hat{x}(k-1) + W_2 \hat{x}(k-2) + W_3 \hat{x}(k-3) \\ = [V_0 u(k) + V_1 u(k-1) + V_2 u(k-2) + V_3 u(k-3)] \mathbb{E} \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)は次のように表すことができる。

$$W(k) = V(k) \mathbb{E}, \quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \quad (12)$$

n 番目までのデータを用いると $4n$ 行からなる次式を得る。

$$\Phi = \Omega \mathbb{E} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Phi &= [W(1) \ W(2) \ \dots \ W(n)]^T \in R^{4n} \\ \Omega &= [V(1) \ V(2) \ \dots \ V(n)]^T \in R^{4n \times 8} \end{aligned}$$

最小2乗法により $\mathbb{E}$ の推定値 $\hat{\mathbb{E}}$ はつぎの式で与えられる。

$$\hat{\mathbb{E}} = (\Omega^T \Omega)^{-1} \Omega^T \Phi = P_n b_n \in R^8 \quad (14)$$

大マトリックスの計算を避けるため、逐次計算方式による最小2乗推定は次の計算アルゴリズムを適用すると、

$$\hat{\mathbb{E}}_n = \hat{\mathbb{E}}_{n-1} - k_n [V(n) \hat{\mathbb{E}}_{n-1} - W(n)] \quad (15)$$

$$\begin{aligned} k_n &= P_{n-1} V^T(n) (I + V(n) P_{n-1} V^T(n))^{-1} \\ P_n &= P_{n-1} - P_{n-1} V^T(n) (I + V(n) P_{n-1} V^T(n))^{-1} V(n) P_{n-1} \end{aligned}$$

4. 数値シミュレーション

まず既知のつりあい、ランナウトを与え、ルンゲクッタ法⁶⁾で数値シミュレーションを行い回転体の振れ回りデータを得る。つぎに逐次最小2乗法により不釣り合いとランナウトを推定し、その有効性を確認する。

図2は与えたつりあい、ランナウト(破線)と推定結果(実線、一点鎖線)の比較を示している。表1にはシミュレーションを行った回転数とサンプリング周期の条件を記した。

Fig. 2 Identification result by simulation data

Table 1 Simulation condition of unbalance response

	First data	Second data
Sampling time (μ sec)	600	600
	1500	1500
Rotor speed (rpm)	3000	4000

図2の結果から、2種類の回転数のデータを用い、2つ目の回転数のデータが用いられた直後から推定値が収束しており、異なるサンプリング時間での逐次最小2乗法によりつ

りあい、ランナウトの推定が正しく行われていることが分かる。サンプリング時間が異なった時の推定結果から同様の同定試験を行う実験装置の制御系はサンプリング時間に影響されないと思われる。

Fig. 3 Change of ε by K_c, K_p, K_i, K_d

Fig. 4 Change of τ by K_c, K_p, K_i, K_d

実機を用いての同定試験を行う時、実験装置での同定ではモデル誤差が存在する恐れがあり、この誤差が推定精度に影響する懸念がある。そのため、同定誤差を考慮してパワーアップゲインとセンサの比例定数 K_c と PID 制御の近似係数を変えて、逐次最小2乗法による静的につりあい、動的な釣り合い、ランナウトを推定する。図3は静的な釣り合い ε の変化を示している。推定結果によると K_c, K_p を $\pm 30\%$ 変えた時約 2% 程度変化した。図4は動的な釣り合い τ の変化を示している。動的な釣り合いの推定結果も K_c, K_p を $\pm 30\%$ 変えた時約 0.2% 変動した。

5. 結論

本研究において得られた成果は以下の通りである。

- (1) 回転体のつりあいと、回転体表面のセンシング部に存在するランナウトの同定法を既知のつりあい、ランナウトを与え、ルンゲクッタ法により数値シミュレーションを行い、そのデータを用いて逐次最小2乗法によりつりあいとランナウトの推定を行うことができた。
- (2) 推定結果の安定性を確認するために2種類の回転数で異なるサンプリング時間データを用いて推定を行い、その結果が一致した。
- (3) パワーアップゲインとセンサの比例定数 K_c と PID 制御の同定誤差を考慮して推定した結果比例定数 K_c と PID 制御係数の誤差にほとんど影響されないことが分かった。

6. 参考文献

1. 中溝：コロナ社発行 信号解析とシステム同定
2. 田島：東洋書店発行 最小2乗法の理論とその応用 (1993)
3. 日本機械学会：養賢堂発行 磁気軸受の基礎と応用
4. 中野、美多：昭晃堂発行 制御基礎理論
5. 三井田、荒井：(株)森北出版発行 情報工学入門シリーズ 第5巻 数値計算法
6. 金光：磁気軸受：機械の研究 第44巻 第1号(1992)
7. 金光、大沢、渡辺：磁気軸受で支持した弾性ロータのリアルタイムバランス：エバラ時報 No.151 (1991)
8. 三輪：回転体の釣り合せ技術：日本機械学会第681回講習会教材 (1988)
9. 水野、樋口：オブザーバによるつり合い信号を利用した磁気軸受の制御について：電学論D, 110巻8号 (1990)
10. Conrad Gahler, Raoul Herzog : Identification of Magnetic Bearing Systems : Fourth International Symposium on Magnetic Bearings (1994)
11. K.Eritate, Y.Kanemitsu : Identification Method of Unbalance and Sensor Runout on Rigid Rotor Supported by Magnetic Bearings : Dynamics and Design Conference '99 (1999)