705 機台振動系に対する簡単化デジタル制御

Suppression Control of Vibration for a system with vibration of a machine stand

○久保山 幸司 (九州工業大学大学院) 本田 英己 (安川電機) 小黑 龍一 (安川電機)
小林 順 (九州工業大学) 正 大川 不二夫 (九州工業大学)

Kouji Kuboyama, Kyushu Institute of Technology, 680-4, Kawazu, Iizuka-City, Fukuoka
Hideki Honda, Yasukawa Electric Co., 2-1 Shiroishi Kurosaki Yahata-nishi-ku, Kitakyushu-City, Fukuoka
Ryuichi Oguro, Yasukawa Electric Co., 2-1 Shiroishi Kurosaki Yahata-nishi-ku, Kitakyushu-City, Fukuoka
Jun Kobayashi, Kyushu Institute of Technology, 680-4, Kawazu, Iizuka-City, Fukuoka
Fujio Ohkawa, Kyushu Institute of Technology, 680-4, Kawazu, Iizuka-City, Fukuoka

1. はじめに

近年、基盤に IC などの電子部品を挿入するチップマウンタなどの製造装置では、高速位置決め要求やコスト低減、装置の設置環境制約などの理由から、小型化・軽量化が進んでいる。しかし、負荷部の軽量化には限界があるため、機台の軽量化を主体にせざるを得ないのが現状である。この結果、機台と負荷の慣性比が小さくなり、装置の稼働時に負荷側の反作用から機台が振動し、高速位置決めや整定時間の短縮に支障をきたすという問題が生じている。

そこで本論文では、まず、今回対象とするシステムに対して、離散時間近似モデル⁽¹⁾に基づく制御手法の有効性を検証する。次に、このモデルにスライディングモード制御⁽²⁾を導入することで、よりロバスト性に優れた制御系を構成し、計算機シミュレーションによりその有効性を示す。

2. 機台振動システム

Fig.1 System for vibration of a machine stand

J_M : モータイナーシャ, M_B, M_L : 機台, 負荷の質量
 D_M, D_B, D_L : モータ, 機台, 負荷の粘性摩擦係数
 x_M, x_B, x_L : モータ, 機台, 負荷の絶対位置, N : 減速比
 x_m, x_l : モータ, 負荷の相対位置, K_B : 機台のバネ定数
 f : モータ発生推進力, f_L : 負荷の反作用による推進力

Fig.1 に今回対象とする機台振動システムを示す。土台とバネ要素により結合された機台があり、その機台上にリニアモータ、負荷が取り付けられている。モータを駆動することにより負荷が左右に移動し、その反作用で機台が左右に振動する仕組みとなっている。制御目的は負荷の位置決めである。

Fig.1 より、システムの運動方程式は以下のように表せる。

$$\text{【駆動部】 } J_M \ddot{x}_M + D_M \dot{x}_M = f \quad (1)$$

$$\text{【機台部】 } M_B \ddot{x}_B + D_B \dot{x}_B = -f_L - K_B x_B \quad (2)$$

$$\text{【負荷部】 } M_L \ddot{x}_L + D_L \dot{x}_L = f_L \quad (3)$$

$$f_L = \frac{x_M}{N} \quad (4)$$

$$x_L = x_l + x_B \quad (5)$$

(1)~(5)式より、機台振動システムのブロック線図は Fig.2 のように表せる。

Fig.2 Block Diagram of system for vibration of machine stand

また、以下の状態方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_M(t) \\ \dot{x}_B(t) \\ \dot{x}_l(t) \\ \dot{x}_M(t) \\ \dot{x}_B(t) \\ \dot{x}_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & a_{52} & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & a_{62} & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_M(t) \\ x_B(t) \\ x_l(t) \\ x_M(t) \\ x_B(t) \\ x_l(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix} f(t) \quad (6)$$

ここで、

$$a_{44} = -D_M/J_M, a_{52} = K_B/M_B, a_{55} = -D_B/M_B, a_{62} = K_B/M_B$$

$$a_{65} = D_B/M_B - D_L/M_L, a_{66} = D_L/M_L$$

$$b_4 = 1/J_M, b_5 = -1/NM_B, b_6 = J_M/NM_B + J_M/NM_L$$

である。

3. 離散時間近似モデル

ここでは、(6)式の状態方程式をもとに離散時間近似モデルを導出すると、次式が得られる。

$$x(k+1) = 2Tx(k) + x(k-1) + \frac{T^2 B \{f(k) - f(k-1)\}}{2} \quad (7)$$

(7)式において、状態量を $x(t) = [x_B(t) \ x_l(t)]^T$ とした場合、

$B = \begin{bmatrix} -1/NM_B & J_M/NM_B + J_M/NM_L \end{bmatrix}^T$ である。また、未来値 $x(k+1)$ を目標値 $x_d(k+1)$ に置き換えて制御入力 $f(k)$ を求めると次式となる。

$$f(k) = \frac{2}{T^2} B^* \{x_d(k+1) - 2Tx(k) - x(k-1)\} + f(k-1) \quad (8)$$

ここで、 $x_d(k+1) = [x_{Bd}(k+1) \ x_{ld}(k+1)]^T$ である。

ただし、以下に示すように、 B^* は B の疑似逆行列、 Q は正定対称の重み行列である。

$$\left. \begin{aligned} B^* &= (B^T Q B)^{-1} B^T Q \\ Q &= \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \\ q_2 & q_3 \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

4. スライディングモード制御

ここでは、ロバスト性をより優れたものにするために、スライディングモード制御を導入する。

目標軌道 $x_d(k+1)$ の追従のために、(8)式の入力トルクを次式とする。

$$f(k) = \alpha W_d(k+1) + f(k-1) \quad (10)$$

ここで、

$$W_d(k+1) = x_d(k+1) - 2T\dot{x}(k) - x(k-1) \quad (11)$$

である。

(10)式より求められる入力トルクをシステムに与えるとき、モデル化誤差や外乱が全くなければ、制御がうまくいくと思われる。

ここで、状態量を拘束するための切関数を次式のように定義する。

$$s(k) = x(k) - x_d(k) \quad (12)$$

境界層の内側と外側の両方についての制御則を次式とする。

$$f(k) = \alpha \left[s(k) + W_d(k+1) - K \text{sat} \left\{ \frac{s(k)}{\Phi} \right\} \right] + f(k-1) \quad (K > 0) \quad (13)$$

ここで、

$$\text{sat} \left\{ \frac{s(k)}{\Phi} \right\} = \begin{cases} +1 & \text{for } \Phi \leq s(k) \\ \frac{s(k)}{\Phi} & \text{for } -\Phi < s(k) < \Phi \\ -1 & \text{for } s(k) \leq -\Phi \end{cases} \quad (14)$$

である。

(7)式と(13)式より、システムのダイナミクスは次式となる。

$$s(k+1) = s(k) - K \text{sat} \left\{ \frac{s(k)}{\Phi} \right\} \quad (15)$$

境界層の外側において、状態が境界層に到達するための条件を、次式のリアプノフ関数を用いて考察する。

$$V(k) = |s(k)| \quad (16)$$

(16)式は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \Delta V(k+1) &= V(k+1) - V(k) \\ &= |s(k) - K \text{sgn} \{s(k)\}| - |s(k)| \end{aligned} \quad (17)$$

(17)式は、 K が次式を満足するとき負となる。

$$0 < K < 2|s(k)| \quad (18)$$

システムの状態が境界層に達したとき、 $|s(k)| = \Phi$ であることから、次式が得られる。

$$\frac{K}{2} < \Phi \quad (19)$$

となる。

一方、境界層の内側においてシステムのダイナミクスは(15)式に(14)式を代入して次式となる。

$$s(k+1) = \left(1 - \frac{K}{\Phi}\right) s(k) \quad (20)$$

このとき、(20)式が1次フィルタの形式となっていることから、境界層の厚み Φ あるいは定数 K を、次式のような固有値問題により決定する。

$$1 - \frac{K}{\Phi} = \lambda \quad (21)$$

安定性の観点からは次式が成り立てばよい。

$$\left|1 - \frac{K}{\Phi}\right| = |\lambda| < 1 \quad (22)$$

以上のことから、 λ および Φ を指定することによって k 決定される K を用いて(13)式の制御入力を与えることにより、状態が境界層に到達することと、最終的に状態が位相平面の原点に収束することが補償される。すなわち、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s(k) = 0 \quad (23)$$

となり、システムの状態は目標値に追従する。

5. 計算機シミュレーション

ここで用いた物理パラメータの値を Table1 に示す。

Table1 Simulation Condition of Physical Parameter

$J_M [\text{kgm}^2]$	0.73×10^{-3}	$D_B [\text{kgm}^2/\text{s}]$	0.1467
$M_B [\text{kg}]$	11.68×10^{-3}	$D_L [\text{kgm}^2/\text{s}]$	0.2752
$M_L [\text{kg}]$	2.92×10^{-3}	$K_B [N/m]$	184.44
$D_M [\text{kgm}^2/\text{s}]$	0.05	$N [\text{ratio}]$	3

機台の目標値は 0[cm]、負荷の目標値は、0.08[sec]で 1.472[cm]変位するものとした。また、サンプリング周期は 280[μsec]、シミュレーションで使用する各調整パラメータは、以下に示す値を用いた。

$$Q = \text{diag}(945, 27)$$

$$\dot{x}(k) \cong \frac{x(kT) - x(kT - T/10)}{T/10}$$

$$\Phi = 0.00001$$

$$K = 5 \times 10^{-8}$$

Fig.3 に離散時間近似モデルに基づく制御手法を用いた場合の制御結果を示す。図より、目標整定時間は遅れているものの、機台の振動も除去され、負荷も振動なく目標軌道に追従していることが確認できる。

次に、ロバスト性向上のために、スライディングモード制御を導入した場合の制御結果を Fig.4 に示す。図において、左側は離散時間近似モデルの結果、右側はスライディングモード制御の結果である。いずれの場合にも B に 40% のパラメータ誤差を付加している。図より、スライディングモード制御を導入することで、 B に対してよりロバストな制御系が構成できた。

Fig.3 Simulation result for an approximate discrete-time model

Fig.4 Simulation result for a sliding mode control

6. 終わりに

本論文では、離散時間近似モデルにスライディングモード制御を導入し、制御系を構成した。また、計算機シミュレーションにより、従来よりもロバスト性に優れた制御系を構成できた。

【参考文献】

- (1)大川：メカニカルシステムの離散時間近似モデル，計測自動制御学会論文集，Vol.33, No.1, 1/3 (1997)
- (2)野波，田：スライディングモード制御，一非線形ロバスト制御の設計理論一，コロナ社