Optimal Design of Cam Curve for Indexing Mechanism to Control Both Residual Vibration and Load Variation of Input Axis

○ 正 林 長軍 (福岡大)

正 丘 華 (九州産業大)

正 黎 子椰 (上越教育大)

正 尾崎 弘明 (福岡大)

Chang-Jun LIN, Hiroaki OZAKI, Fukuoka University, 8-19-1 Nanakuma, Jyonan-ku, Fukuoka

Hua QIU, Kyushu Sangyo University

Zi-Ye LI, Joetsu University of Education

Key Words: Cam Curve, Indexing Cam Mechanism, Optimal Design, Uniform B-Spline, Residual Vibration Control, Complex Method

1. 緒 言

カムは広く使用されている機械要素の一つである。特に、インデックスカム装置は、高速性、高剛性、高精度、構造のコンパクト性などの特性を持っているため、現在種々の自動機械に広く使用されている^{(1),(2)}。その運動特性を向上するには、割出し直後の停留区間に発生した従節の残留振動の抑制が非常に重要である⁽³⁾。

本研究では、ユニフォーム B スプラインを利用してカム曲線を記述し、使用目的に合うようにコンプレックス法でカム曲線を最適化する技法を開発している。前報では、インデックスカム機構の位置決めに伴う残留振動を抑制するとともに、機構出力の最大加速度なども抑制可能なカム曲線の最適化方法を提案し、種々の角度から最適化効果について検討した^{(4),(5)}。本報では、適切な評価関数を構成し、その残留振動を抑制するとともに、入力軸のトルク変動を平準化するためのトルク補償機構のコンパクトな設計にもプラス効果を持っているカム曲線の最適設計法を提案する。さらに、数値計算例の結果から提案手法の有効性を示す。以下、この結果を報告する。

2. 最適化方法

2.1 インデックスカム機構の力学モデル 実験の結果から、インデックスカム機構（以下単にカム機構と略す）の基本特性を Fig.1 に示す 1 自由度モデルでよく表現することが確認された⁽⁶⁾。ここで、 m は従節を含む負荷系の等価質量であり、 k は伝達系のばね定数、 c は出力軸の粘性減衰係数である。停留—上昇—停留のような位置決め（割出し）動作の場合、カム機構の出力変位 y は一般的に Fig.2 に示すようになる。図中には、 t_1 はカムの割出し時間であり、 t_1 以後は停留区間になる。また、カムのストロークを h_c 、時間 t におけるカムの入力変位を y_c とすると、無次元化されたカム機構の運動方程式は次式になる。

$$\frac{d^2 Y}{dT^2} + 4\zeta\pi\lambda \frac{dY}{dT} + (2\pi\lambda)^2 Y = (2\pi\lambda)^2 Y_c \quad (1)$$

ここで、

$$Y_c = y_c / h_c, Y = y / h_c, T = t / t_1, \zeta = c / (2m\omega_0), \omega_0^2 = k / m, \lambda = t_1 / t_0 \quad (2)$$

Fig. 1 Model of indexing cam mechanism

Fig. 2 Cam displacement and output displacement curves

2.2 ユニフォーム B スプラインによるカム曲線の表現 本研究に使った無次元カム曲線（以下カム曲線と略す）は次式で表せる。

$$Y_c = Y_c(T), \quad V_c = \frac{dY_c}{dT}, \quad A_c = \frac{d^2 Y_c}{dT^2} \quad (3)$$

$$(0 \leq T \leq 1, \quad 0 \leq Y_c \leq 1, \quad Y_c(0) = 0, \quad Y_c(1) = 1, \\ V_c(0) = 0, \quad V_c(1) = 0, \quad A_c(0) = 0, \quad A_c(1) = 0)$$

T の区間 $[0, 1]$ を間隔 ΔT で N 等分し、 n 次ユニフォーム B スプライン (n は奇数) を使用してカム曲線を記述する。第 i 番目小区間 $[T_i, T_{i+1}]$ ($i=0, 1, \dots, N-1$) における曲線部分を $Y_{ci}(T)$ とすると、 $Y_{ci}(T)$ は次式で表せる。

$$\begin{cases} Y_{ci}(T) = \sum_{j=0}^n B_j(s) \hat{Y}_{c,i-j-1/2,i} \\ T(s) = T_i + s\Delta T \quad (0 \leq s \leq 1) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $B_j(s)$ と $\hat{Y}_{c,i-j-1/2,i}$ はそれぞれ B スプラインの基底関数と制御点である⁽⁷⁾。したがって、制御点の値を与えれば $n-1$ 次連続のカム曲線は一意的に定まる。式 (3) の境界条件を満足するようなカム曲線を式 (1) に代入すると、カム機構の出力変位 $Y(T)$ は得られる。ま

た、以下では、カム機構の無次元出力速度 V 、加速度 A とジャーク J をそれぞれ次式のように記述する。

$$V = dY/dT, A = d^2Y/dT^2, J = d^3Y/dT^3 \quad (5)$$

2.3 残留振動に関する評価 カム立ち上がりが終わった後の従節出力端の運動を自由運動として考えると、その振幅は $T=1$ における従節出力変位 $Y(1)$ と速度 $V(1)$ より求められる。カムストローク h_c に対するこの自由振動の振幅比 M を使用して残留振動を評価する⁽⁶⁾。

$$M = \sqrt{\{Y(1)-1\}^2 + \left\{\frac{V(1)}{2\pi\lambda}\right\}^2} \quad (6)$$

2.4 カム曲線の評価関数 カム曲線の評価関数 J を次式のように定義する。

$$J = k_c J_{c1} + k_{c2} J_{c2} + \dots + k_{cp} J_{cp} + k_{r1} J_{r1} + k_{r2} J_{r2} + \dots + k_{rq} J_{rq} \quad (7)$$

ここで、 J_{cp} はカム曲線に課する p 番目 ($p=1, 2, \dots, P$) の拘束条件に対応する評価項目である。つまり、最適化目的を満足するカム曲線であれば、それに対応するすべての拘束条件の評価値が 0 でなければならない。一方、 J_{rq} はカム曲線に対する q 番目 ($q=1, 2, \dots, Q$) の非拘束的評価項目であり、その値が小さいほどカム曲線がよいと評価される。 k_{cp} と k_{rq} はそれぞれ J_{cp} と J_{rq} にかかる重み係数である。拘束条件に対する評価項目の定義は文献(4)と同様である。また、 J_{rq} にかかる重み係数 k_{rq} は問題の特徴に応じて前もって与える定数である。 J_{cp} にかかる重み係数 k_{cp} の値に関しては、サフィックス p の値によって計算中に優先順位付きで自動的に調整する⁽⁸⁾。

3. カム曲線の設計例

$(V \times A)_{\max}$ はカム軸の慣性トルクに関するものである。この項目の抑えによって、入力軸のトルク変動を平準化するためのトルク補償機構のコンパクトな設計にもプラス効果があると考えられる。このことを考慮する上で、位置決めに伴う残留振動の抑制のために次式のようなカム曲線の評価関数を採用した。

$$\begin{cases} J = k_c J_c + k_{r1} J_{r1} + k_{r2} J_{r2} \\ J_c = \begin{cases} |M - M'| & \text{if } |M| > |M'| \\ 0 & \text{if } |M| \leq |M'| \end{cases} \\ J_{r1} = \max |V(T)A(T)| \quad (0 \leq T \leq 1) \\ J_{r2} = \sum_{j=1}^{200} \{A(T_j) - A(T_{j-1})\}^2 \quad (T_j - T_{j-1} = 0.005) \end{cases} \quad (8)$$

また、計算中に使ったパラメータの値は次の通りである。

$$\lambda = 20, \zeta = 0.035, n = 5, N = 10,$$

$$M' = 10^{-10}, k_c = 1, k_{r1} = 5, k_{r2} = 0.5$$

得られたカム曲線及び従節出力の変位、速度、加速度、ジャークと $(V \times A)$ は Fig. 3 に示される。この図から、従節出力の残留振動は完全に抑えられたことがわかる。また、求めたカム曲線をカム機構の運動方程式に代入して、 λ の異なる値に対する従節の出力を求めた。その結果を Fig. 4 に示す。これらの結果は文献(9)に示した例よりよいことを確認した。

4. 結 言

以下、本研究の結果をまとめる。(1) 提案した方法では、Bスプラインを使用してカム曲線を表現するので、得られたカム曲線の次数を低く抑えることができる。(2) 得られたカム曲線は、従節の位置決めに伴う残留振動の抑制だけでなく、従節出力の最大 $(V \times A)$ と割出し動作中の過

渡振動レベルに対しても抑制効果があるので、入力軸のトルク変動の平準化をするためのトルク補償機構のコンパクトな設計にもプラス効果が期待できる。(3) 現在インデックスカム機構によく使用されたカム曲線と比べると、提案した方法によるカム曲線は残留振動の抑制効果、従節出力の最大 $(V \times A)$ と割出し動作中の過渡振動レベル、機構動力学パラメータ変動に対する制振効果のロバスト性などの面に優れている。(4) 提案した方法のアルゴリズムは簡単に定式化しやすい。計算効率から見ると設計現場にも実用可能である。また、本報告にはカム機構の運動方程式として式(1)を使ったが、異なる形の運動方程式の場合でも運動方程式の解の部分さえ修正すれば提案した方法をそのまま利用可能である。

文 献

- (1) 増田一也, 機械設計, 44-9(2000), 41.
- (2) <http://www.sankyo-seisakusho.co.jp/>.
- (3) 西岡雅夫, 機械設計, 42-1(1998), 58.
- (4) 丘・林・黎・尾崎, 日本機械学会九州支部第55期総会講演論文集(2002), 223.
- (5) 林・丘・黎・尾崎, 日本機械学会九州支部第55期総会講演論文集(2002), 225.
- (6) 荒川・西岡・森田, 機論, 64-627, C(1998), 4345.
- (7) 中嶋・大野, CAD・CG 技術者のための NURBS 早わかり, (1994), 84-94, 工業調査会.
- (8) 尾崎・林, 日本ロボット学会誌, 15-1, (1997), 139.
- (9) 荒川・西岡・森田, 機論, 64-627, C(2000), 621.

Fig.3 Obtained cam curve and follower output with $N=18$

Fig.4 The change of both amplitude of residual vibration and maximum $(V \times A)$ of follower output in a range of $\lambda=5-25$ corresponding to the obtained cam curves under the conditions of $\lambda=20$ and $\zeta=0.035$