Modeling and Vibration Control for Belt Driving Mechanism

正 浜松 弘(北九州高専)
辻 輝生(九州工大)

○ 今泉 恵司(九州工大院生)
正 田中 義人(北九州高専)

正 二見 茂(九州工大)

Hiroshi HAMAMATSU, Kitakyushu National College of Technology, Shii, Kokura-minami-ku, Kitakyushu
Keiji IMAIZUMI, Kyushu Institute of Technology
Shigeru FUTAMI, Kyushu Institute of Technology
Teruo TSUJI, Kyushu Institute of Technology
Yoshito TANAKA, Kitakyushu National College of Technology

Keywords: Modeling, Vibration control, Belt driving mechanism, Observer, P-PI control, Mechatronics

1. 緒 論

ベルト駆動機構は、メカトロニクス機器に広範に用いられ、その目的、用途に応じて様々な形態をとるとともに要求される性能も多様化し、高速高精度化が求められている。しかし、ベルト駆動機構では、リニアモータおよびボールねじ駆動機構に比べ低剛性であるため、ベルトのたわみによる振動が位置決め時間に影響を及ぼす。また、プーリでベルトに駆動力を伝達するためプーリとベルトの噛み合いと離脱による周期的な伝達変動が生じる問題がある。

本研究では、ベルト駆動機構での振動発生メカニズムを把握し、外乱オブザーバを組み込むことで高い振動抑制能力を付加させることを目的とする。

2. 実験装置

実験に用いたベルト駆動機構の構造を図1に示す。駆動はサーボモータで行い、カップリングを介してプーリを回転させベルトを駆動する。ベルトの駆動により、ガイドで支持されたテーブルが直線運動する。

3. 振動発生メカニズム

3.1 駆動実験

ベルト駆動機構の挙動を把握するため傾き $16(\text{rad/s})$ の位置の三角波指令を $0.4(\text{s})$ 間入力する駆動実験を行う。このとき用いた制御則は、図2に示す位置の比例、速度の比例積分(P-PI)制御である。結果を図3に示す。

Fig.1 Belt driving table

Fig.2 Control system of P-PI

Fig.3 Response of angular velocity

測定結果には、50Hz と 300Hz の残留振動が発生している。この残留振動発生メカニズムとして以下の2つを考察する。ベルトの伸縮による振動、プーリとベルトの噛み合いによる振動である。

3.2 振動発生メカニズム

3.2.1 ベルトの伸縮による振動 ベルトは低剛性であるため、駆動力の伝達の際に振動が発生する。このとき、ベルトの剛性はベルト長に依存する。図4にテーブル位置をモータ側、中央、反モータ側と3箇所変えたときのトルク指令に対するモータ角速度の伝達関数を示す。モータ側を細い実線、中央を実線、反モータ側を破線で示す。また、このときのトルクに対するテーブル加速度の伝達関数を図5に示す。同様にモータ側を細い実線、中央を実線、反モータ側を破線で示している。

図より1次の固有振動数が $220\text{Hz} \sim 330\text{Hz}$ にあり、2次の固有振動数が $480\text{Hz} \sim 720\text{Hz}$ にある。モータ角速度、テーブル加速度ともにテーブルの位置を反モータ側に移動させていくにつれて矢印で示したように1次の固有振動数が $330\text{Hz} \sim 220\text{Hz}$ と低くなっている。また、2次の固有振動数では、 $480\text{Hz} \sim 720\text{Hz}$ と高くなっている。これは、ベルト長の増減によってベルトの剛性が変化するためである。このことより、図3の残留振動で 300Hz 近傍は、ベルトの伸縮により生じている振動である。

Fig.4 Transfer function of motor

Fig.5 Transfer function of table

3.2.2 プーリとベルトの噛み合いによる振動 本研究で用いるベルト駆動機構は、プーリとタイミングベルトによりモータの回転運動を直線運動に変換している。そのため、プーリとベルトの噛み合いと離脱によって周期的な伝達変動が生じる。そのため、モータ回転速度に依存した外乱がテーブルとモータに伝達することになる。伝達変動の周期を表すと式(1)になる。

$$f = \frac{\theta}{2 \cdot \pi \cdot t} \cdot z = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \cdot z \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 f は伝達変動の周波数、 θ はモータ角度、 ω はモータ角速度、 z はプーリ歯数である。本ベルト駆動機構では、 $z=22$ 、 $\omega=16(\text{rad/s})$ であるため、 $f=56(\text{Hz})$ となる。図3の残留振動で50Hz近傍は、プーリとベルトの噛み合いによる外乱力により生じている振動である。

4. 外乱オブザーバによる振動抑制

4.1 オブザーバ設計

振幅の大きいプーリとベルトの噛み合いによる振動に着目し、オブザーバにより、振動抑制を行う。状態変数を観測できるもの $x_1(t)$ とできないもの $x_2(t)$ に分けてシステムを表すと以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 x_1 はモータ角速度 ω 、 x_2 は外乱力 T_L 、 u は入力トルク T_m とする。また本研究では、観測対象を剛体とみなしオブザーバを設計するため、 $A_{11}=0$ 、 $A_{12}=-1/J$ 、 $A_{21}=0$ 、 $A_{22}=0$ 、 $B_1=1/J$ 、 $B_2=0$ とした。

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\dot{x}_2 = A_{22}x_2(t) + A_{21}x_1(t) + B_2u(t) \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。また、式(5)より、

$$\dot{y}(t) - A_{11}y(t) - B_1u(t) = A_{12}x_2(t) \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。これらの式を既知の項と未知の項に分け、未知の項を求めるオブザーバを構成すると式(7)になる。ここで、オブザーバゲインを L とし、極配置法で求める。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_2(t) &= A_{22}x_2(t) + A_{21}x_1(t) + B_2u(t) \\ &+ L(\dot{y}(t) - A_{11}y(t) - B_1u(t) - A_{12}\hat{x}_2(t)) \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、中間変数として $x_p = x_2 - Ly$ を導入にして変形すると以下になる。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_p(t) &= (A_{22} - LA_{12})\hat{x}_2(t) + (A_{21} - LA_{11})y(t) + (B_2 - LB_1)u(t) \\ &= \hat{A}x_p(t) + \hat{B}y(t) + \hat{J}u(t) \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} x_1 & \hat{x}_2 \end{bmatrix}^T = \hat{C}x_p + \hat{D}y \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、

$$\hat{A} = A_{22} - LA_{12} \quad \hat{B} = A_{21} - LA_{11} + \hat{A}L \quad \hat{J} = B_2 - LB_1$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad \hat{D} = \begin{bmatrix} 1 & L \end{bmatrix}^T \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。図7にオブザーバの構成図を示す。

Fig.7 Block diagram of observer

4.2 シミュレーション

4.2.1 モデル シミュレーションモデルには、図4より1次の固有周波数を考慮した二慣性系を用いた。モデルを状態空間表現で表すと式(11)、(12)となる。

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) & \theta(t) & \dot{x}(t) & \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}^T, u(t) = T_m, y(t) = \theta(t)$$

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$y(t) = CX(t) + Du(t) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K/M & K \cdot R/M & -C/M & C \cdot R/M \\ K \cdot R/J & -K \cdot R^2/J & C \cdot R/J & -C \cdot R^2/J \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/J \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ここで、 $x(t)$ はテーブル位置、 $\theta(t)$ はモータ角度、 $\dot{x}(t)$ はテーブル速度、 $\dot{\theta}(t)$ はモータ角速度、 K は初期テーブル位置でのベルトの剛性、 R はプーリ半径、 M はテーブル重量、 J はモータの慣性モーメントとカップリングの慣性モーメント、プーリの慣性モーメントの和である。

4.2.2 制御系 位置の比例、速度の比例積分(P-PI)制御に振動抑制を図るために4.1節で作成した外乱オブザーバを組み込んだ。制御系のブロック線図を図8に示す。ここで、 T_L は外乱、 T は観測値である。

4.2.3 速度応答 指令には、3.1節で用いた位置の三角波指令を入力し、外乱 T_L に50Hzの正弦波を入力した。シミュレーション結果を図9、図10に示す。モータ角速度、テーブル速度ともにオブザーバを組み込むことによって振動を減衰させることが分かる。

5. 結論

ベルト駆動機構での振動発生メカニズムを把握し、以下の結論を得た。

- (1) ベルト駆動機構の振動は、プーリとベルトの噛み合いにより発生する外乱により生じる。
- (2) 外乱オブザーバを設計し、シミュレーションにより振動抑制効果を確認した。

Fig.8 Control system of observer

Fig.9 Response of motor angular velocity

Fig.10 Response of table velocity