これから最適制御理論を学ぶ人のために

嘉納 秀明*, 増淵 正美*
Hideaki KANOH Masami MASUBUCHI

本稿はこれから最適制御理論を学ぶ人々にその概要を説明し、どのように勉強したらよいかについての材料を提供するものである。

まずはじめに問題の性格を述べ、それに対する解法を紹介して、これらの理論を勉強するにはどのような方法があるかとかどのような問題点が残されているかについて述べる。

1. 最適制御問題とはどんなものか

まず最適制御理論はどのような問題を取扱うのかを知ってもらうため、標準的な最適制御問題を考えよう。制御問題はいつも制御すべき対象である制御対象、制御の手段である操作量と制御目的とを考えるが、ここでは制御対象が常微分方程式

$$\dot{x} = f(t, x, u) \dots\dots\dots (1)$$

で記述されているとする。ここに x は n 次元状態ベクトル、 u は r 次元操作ベクトル、 t は時間であり、 $\cdot$ は t についての微分を示す。操作量とは制御弁の操作や、モータへの出力トルクなどで表されるものであるので、ある最大値と最小値の間の値しかとれないという拘束をもっていることが多い。このことを

$$q_j(u) \leq 0, (j=1, r) \dots\dots\dots (2)$$

と表すことができるものとする。

制御目的をきめるためまず制御開始時刻を t_0 とし、その状態 $x(t_0)$ を初期状態、終了時刻を t_1 とし、そのときの状態 $x(t_1)$ を終端状態と呼ぶことにする。ここで始めと終わりの状態については二つの場合がある。すなわち、たとえば、 $x(t_1)$ を原点に一致させなければならないのであれば、これは $x(t_1) = 0$ と記述でき、確定問題となるが、 $x(t_1)$ をなるべく原点に近くしたいのであれば、評価の問題となって $|x(t_1)|$ をなるべく小さくするような制御方策を求めることになる。第一の場合

は境界条件として、一般的に

$$\psi_\mu \{t_0, x(t_0), t_1, x(t_1)\} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

と表される。つぎに第二の場合と、制御対象の挙動である $x(t), u(t)$ の時間経過を制御目的に照らして評価する。これを評価関数といい、それが次のように表されるものとする。

$$J = g_0 \{t_0, x(t_0), t_1, x(t_1)\} + \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, x, u) dt \dots\dots\dots (4)$$

結局、よく現れる最適制御問題とは、常微分方程式 (1) について拘束条件式 (2) と境界条件式 (3) のもとで、評価関数 J の値を最小にする操作量 $u(t)$ を求めることである。この問題の解があれば、そのときの $u(t)$ を最適操作量、 $x(t)$ を最適軌道と呼ぶ。なおこの問題において、 $x(t)$ は連続で、断片的になめらかな関数、 $u(t)$ は有限個の不連続点を持つことを許し断片的になめらかな関数と仮定する、 x や u の有限個の微分不能な点を角点と呼ぶ。

以上でわかるとおり、問題は完全に数学的なものであって、もし工学的問題を完全に式 (1) ~ (4) の形にモデル化できるのであれば、後に述べる解法によって最適解を求めて、最適制御系を設計できたといえるであろう。しかし多くの場合工学的最適制御問題を必ずしも式 (1) ~ (4) の形でモデル化できないところに実際と理論との溝が存在するのであってこのことについては後で論ずることにする。

さて式 (1) ~ (4) の問題はよく現れる典型的なものであるが、いろいろの状況に対応して種々の形の最適制御問題ができる。まずたとえば、 $x_1(t)$ が水槽の水温を表しているとする。物理的に $x_1(t)$ がある範囲ではそれは液体の温度を表しているが、それ以上に温度が上昇すると水槽の水は蒸発し気体に移る。すると系を記述する方程式も別のものにならざるを得ない。このように状態量の範

* 正員、大阪大学工学部 (〒565 吹田市山田上)。

囲によって, 式(1)の形が変わったり, 式(4)の評価関数が増えたりする問題を不連続最適制御問題と呼んでいる. 一方 $x_1(t)$ が, たとえば反応器内の反応物質の温度であったとして, 触媒の劣化, 副反応の防止などのためにある一定温度以上に温度上昇することを避けたいという場合がある. この種の問題をモデル化するにはペナルティ評価法として限界温度を越えると急に増大する評価値をもつように評価関数の中に表現する場合と, 状態ベクトルに拘束条件

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (i=1, \dots, m) \dots\dots\dots (5)$$

をつけて式(1)~(4)に追加する場合とがある. この後者の場合は状態拘束のある最適制御問題と呼ばれる.

また式(1)が連立差分方程式で表されている場合も少なくないし, 式(1)を近似的に差分で表すこともある. この場合式(4)の評価関数の積分は和の形に変形される. このような問題を離散形最適制御問題という.

さらに, 制御対象が分布定数系の場合, 例えば鉄のスラブを均一に最小誤差で加熱したといった場合, 式(1)は偏微分方程式になりこれに伴って, 式(4)は単一積分の代わりに多重積分に変わる. これを分布系最適制御問題という.

また, 制御問題にはつきものの外乱について, その外乱が確率的性格をもっている場合, 系を記述するモデルとして伊藤型の確率微分方程式が用いられ, 評価関数としては式(4)の期待値のようなものがとられる. このような問題を確率的最適制御問題という.

2. 問題はどのように解かれたか

制御理論の歴史の中で, 最適制御問題の流れをさかのぼってゆくと, 少なくとも二つの流れにわかれてゆくことがわかる. まずその一つは最適調整論と呼ばれるもので, 制御対象を高階の一元微分方程式でモデル化して, ステップ応答を求めて, その偏差 $e(t)$ を小さくすることを考える. 1942年に偏差面積という評価関数 $\int_0^\infty e(t) dt$ が提唱され, 翌年には, $\int_0^\infty e^2(t) dt$ が提案されたがこれは ISE の略称で広く親しまれている. さらに 1953年には ITAE と呼ばれる $\int_0^\infty t |e(t)| dt$ が用いられた. このような種々の評価関数に基づいて, PI フィードバック制御に対する比例ゲイン, 積分ゲインの

値を最適に設定しようとする試みがなされていた. この問題については解析的解が求められないので, アナログ計算機を用いて, 数値的検討の中から最適なパラメータを選ぶ基準を作ったのである. この流れの特徴は, (1) 単一の入出力関係を調べる. (2) 制御方式は PID フィードバックであると構造を固定している. (3) ステップ応答の誤差のみを評価するといったものであり, 問題式(1)~(4)とは (1) 系の状態のすべてを考える, (2) 制御方式そのものを求める, (3) 種々の評価を考える, という点で異なっているが, 系を閉ループで考えているなど実際的な問題の処理には優れている点も多々あり, 現在でもこの線で行われている研究もある.

もう一つの流れはサーボ系の非線形最適制御と呼ばれたもので, 1950年ごろから, 非線形性を積極的に利用して応答時間を最小化する研究が, 航空機の制御などに関して多くなってきた. 1950年に位相面で二次系のリレー制御の切換曲線がはじめて求められて以来, n 次系に拡張されて, リレーの切換えを論ずる Bang-Bang 制御^(注1)に発展し, さらに系のパラメータを切換えることも考えられて, 1950年代半ばには最小時間最適制御のことはかなり解明されていた. この流れをみると, (1) 系の記述には位相空間を使用したため, 式(1)の形がとられている. (2) 操作量であるリレー出力の切換時刻を求めて切換曲面を求め, 切換えの回数などについて Bang-Bang 原理を作った. (3) 評価は主として時間最小が用いられたという特徴があった.

1950年代後半, ソ連とアメリカで一群の数学者や工学者達は, このような問題は変分法を用いて, あるいはこれを拡張して解くことができるのだということに気がつきはじめていた. 特にソ連では工学者達の問題を統一的に定式化して解決した数学者ポントリヤーギンらによって, その方法は最大原理と名づけられ, 全世界に発表されて脚光をあびた. 一方当時変分法の研究では先端的であったアメリカにとって不運なことには, 変分法による同じような解答が最大原理の発表以前に行われていたものの, 当時は必ずしも最適制御問題一般を強く意識したものではなく, 統一的でもなかったためにその影響は一部分にとどまり, ソ連

(注1) スイッチ切換時の音を擬した名称であらう. 最大値と最小値のみを切換えて操作する制御方式をいう.

にお株を奪われた形になった。しかし最大原理と同じころ、第二次世界大戦の前後から戦略研究として始まった OR の手法としての数理計画法分野で、ベルマンが最適性の原理を確立してダイナミックプログラミング (DP) の手法を発表している。

ところで、数学の分野で最適制御問題にかかわる変分法はどのように発展し、最大原理にまでいたったのかをすこしふりかえってみよう。問題は、1696年にスイスの数学者ベルヌーイが考えた、曲線の形を決めることによって関数の値が決まるいわゆるはん関数の最小問題であった。これは当時全く新形の問題で、彼はこれに解答を与えるものはないかという広告を出した。問題は $x(t_0)=a, x(t_1)=b$ を満たしつつ、

$$J = \int_{t_0}^{t_1} f_0\{t, x(t), \dot{x}(t)\} dt \cdots \cdots (6)$$

を最小にする $x(t)$ を求めることであった。この問題に解答してきた3人のうちにオイラーがいた。それによると式(6)の J を最小にする $x(t)$ は、オイラーの方程式

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}} \right] = 0 \cdots \cdots (7)$$

を満たすことが必要であった。1760年にはラグランジュが終端が可変な場合について、横断性の条件を求めたほか、式(6)のほかに $x(t)$ が拘束条件を満たす場合ラグランジュの乗数を導入して式(6)の形の問題に帰着できることを示した。

ワイヤーストラスは1879年に、 $x(t)$ がなめらかでない場合に対しても式(6)の J が最小をとるための必要条件として、 E -関数をつくり、これが常に正でなければならないという、ワイヤーストラスの必要条件を求めた。また1865年にワイヤーストラスとエルドマンは $x(t)$ が角点において満たすべき条件である角点条件を求めた。このようにして、古典的変分法の形は整った。最適制御問題では微分方程式の拘束条件式(1)があるが、このような問題は変分法では1913年にボルザが定式化して、その後シカゴ大学のプリス、ヘスティネスらによって研究が続けられていた。しかし工学関係からは19世紀後半、20世紀前半をとおして、変分法は忘れられた存在であった。しかし航空機、ロケットなどの発達によって突如として出番がやってきた。1949年にヘスティネスが航空機の上昇問題に対してボルザの問題を適用し

て、最小時間、最適問題に対して最大原理と本質的に同じものを導いた。1961年にはバーコビッチはこの方法を一般化した。こうして、最大原理は変分法から導かれるものであることがわかった。

一方、アメリカにおける変分法はより抽象的な方向に進んでおり、1938年にはバナッハ空間におけるラグランジュの乗数法則が、翌年には二つの凸集合の分離定理によるボルザ問題の定式化がなされ、これをポントリヤーギンらが最大原理の証明に用いたのであった。この抽象変分法はやがて、多変数関数の最小、最大問題、ボルザの問題、数理計画法におけるクーンタッカーの定理などを統一的に包含する理論になった。

ちなみに、DPの手法を最適制御問題に適用した場合に現れる関数方程式は変分法におけるハミルトン・ヤコビ理論と等価になることも興味深いことである。

3. 最大原理とは

式(1)~(4)で与えられた最適制御問題に対して、最大原理がどのような解答を与えているのか要点だけを述べてみよう。最大原理は最適解が満たすべき必要条件を示している。

まずラグランジュ乗数 $p_i(t)$ ($i=1, \dots, n$) を導入して、ハミルトン関数 (H 関数ともいう)

$$H = -f_0 + \sum_{s=1}^n p_s f_s \cdots \cdots (8)$$

をつくる。このとき、

$$(1) \quad \dot{p}_i = -\partial H / \partial x_i \quad (i=1, \dots, n), \quad \dot{H} = \partial H / \partial t \cdots \cdots (9)$$

$$(2) \quad p_i, H \text{ は最適軌道に沿って連続} \cdots \cdots (10)$$

(3) 最適操作量 u^* は拘束条件式(2)を満たすすべての操作量 u の中で、 H に最大値を与えるものである。

すなわち、 $q(u) \leq 0$ を満たすすべての u に対して、

$$H(t, x, u^*, p) \geq H(t, x, u, p) \cdots \cdots (11)$$

でなければならないことを述べているのが、最大原理である。名称の由来は式(11)によっていえる。これを用いて実際問題が解けることを示すために、質量 m の物体を t_0 における静止状態 $x=1, \dot{x}=0$ から、 t_1 における静止状態 $x=0, \dot{x}=0$ に移す最小時間制御を考える。物体を動かす力を f とすると運動方程式は良く知られているように

$$m\ddot{x} = f$$

となり、ここで $x=x_1, \dot{x}=x_2, f/m=u$ とすると

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \dots\dots\dots (1)'$$

の形に表される。力は押すにも引くのにも限界があるから双方の最大値をともに1であるとする、これは

$$u^2 - 1 \leq 0 \dots\dots\dots (2)'$$

の形で表され、初期および終端条件は、

$$x_1(t_0) = 1, x_1(t_1) = x_2(t_0) = x_2(t_1) = 0 \dots\dots\dots (3)'$$

となり、最小時間とは $t_1 - t_0$ を最小にすることであるから、

$$J = \int_{t_0}^{t_1} 1 dt \dots\dots\dots (4)'$$

と表現できる。乗数を p_1, p_2 とすると

$$H = -1 + p_1 x_2 + p_2 u \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = 0 \\ \dot{p}_2 = -p_1 \end{cases} \dots\dots\dots (13)$$

となる。最大原理より、 $|u| \leq 1$ を満たす u の中で H すなわち $p_2 u$ を最大にするものを考えると、

$$u = \begin{cases} 1 & p_2 > 0 \\ -1 & p_2 < 0 \end{cases} \dots\dots\dots (14)$$

のように求まる。すなわち最適操作量は最大値と最小値のみをとる Bang-Bang 操作量になり式 (14) より p_2 の符号の変化により切換えが起こることを示している。さらに式 (13) の第1式から p_1 は定数であることがわかり第2式から、

$$p_2 = -p_{10}t + p_{20} \dots\dots\dots (15)$$

と解ける。これによって p_2 の符号の変化はただか1回のみであることがわかり、結局、 $u = -1$ で押し、 $x = 1/2$ にきたとき $u = 1$ に切換えてブレーキをきかせると $x = 0$ でぴたり止まって最短時間で物体を移したことになる。

4. 最大原理と変分法との関係

まずボルザの問題とはどんなものかを示そう。微分方程式

$$\phi_\beta(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = 0, (\beta = 1, \dots, m) \dots\dots\dots (16)$$

と境界条件

$$\phi_\mu\{t_0, \mathbf{x}(t_0), t_1, \mathbf{x}(t_1)\} = 0, (\mu = 1, \dots, p) \dots\dots\dots (17)$$

を満たす $\mathbf{x}(t)$ のうちで、

$$J = g\{t_0, \mathbf{x}(t_0), t_1, \mathbf{x}(t_1)\} + \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) dt \dots\dots\dots (18)$$

を最小にするものを求めることが問題である。こ

の問題に対して、変分法での必要条件は次のようになる。ラグランジュの乗数 p_β を導入して、

$$F = f_0 + \sum_{\beta=1}^m p_\beta \phi_\beta$$

とおくとき次のことが成り立つ。

(1) 角点間で、オイラーの方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, \dots, n) \dots\dots\dots (19)$$

と

$$\frac{d}{dt} \left(F - \sum_{i=1}^n \dot{x}_i \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} \right) = \frac{\partial F}{\partial t} \dots\dots\dots (20)$$

が成り立つ。

(2) 角点ではワイヤーストラス・エルドマンの条件として、

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}, F - \sum_{i=1}^n \dot{x}_i \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}$$

は連続である。

(3) 横断性の条件が境界で成り立つ (式が複雑になるので、数式は省略する)。

(4) $\phi_\beta(t, \mathbf{x}, \mathbf{X}) = 0$ を満たすすべての $\mathbf{X} \equiv \dot{\mathbf{x}}$ について、ワイヤーストラスの条件

$$F(t, \mathbf{x}, \mathbf{X}, p) - F(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, p) - \sum_{i=1}^n (X_i - \dot{x}_i) \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} \geq 0 \dots\dots\dots (21)$$

が成り立つ。

これらの必要条件と最大原理の必要条件との関係を調べるために、まず、式 (1)~(4) の問題を式 (16)~(18) の形に変換しなければならない。式 (17) と式 (3); 式 (18) と式 (4) とはほとんど問題がない。結局式 (2) の不等式拘束条件と Bang-Bang 操作量にもなり得る u の不連続性をどうするかが焦点となる。まず新しい変数 $\mathbf{y}$ と z を導入して、

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{u} \dots\dots\dots (22)$$

とおくと、 $\mathbf{y}$ は $\mathbf{u}$ を積分したものだから連続になる。また式 (2) は

$$q_j^2(\dot{\mathbf{y}}) + z_j^2 = 0 \quad (j = 1, \dots, r) \dots\dots\dots (23)$$

のように等式化する。式 (1) と式 (23) をいっしょにして考え、 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ を新たに $\mathbf{x}$ であると考えなおせば、これは式 (16) の形にまとめられ、最適制御問題式 (1)~(4) はボルザの問題式 (16)~(18) に書き換えられる。このようにして、式 (19), (20) からは式 (9) が、式 (10) は角点条件から求められ、式 (11) はワイヤーストラス条件式 (21)

から導かれる。このように最大原理と変分法は表裏一体のものであることがわかる。

5. 最適制御理論を学ぶには

さて以上述べた最適制御理論を学ぶにはどうすればよいかを考えてみよう。これにはいろいろのコースが考えられる。まずポントリヤギンの原典⁽¹⁾に沿って勉強しようとすれば、ある程度の関数解析の知識が必要であるし、少しは位相幾何の用語も知っていなければならないであろう。また抽象的変分法を学ぶにも同じ程度の知識がいるし、抽象的に与えられている命題を具体的な問題に適用するにはまたそれなりの工夫が必要となる。この方面ではルーエンバーガの本⁽²⁾が関数解析の初歩から^{すい}錐の分離定理までいねいに説明した上で、最適制御理論の諸定理、数理計画法までを厳密にまとめているので、一人で徹底的に勉強しようという人には役に立つであろうし、更に上の段階をとという人にはノイシュタットの本⁽³⁾が良いと思う。

このように最適制御理論を学ぼうとする人にとって、最大の難関は何といってもかなりの数学的準備を要求されることである。この点から筆者らは変分法を学んで最適制御理論へ入門することが機械工学を専攻されている人々にとって最適の道ではないかと思っている。その理由は、まず変分法を勉強するには関数解析とか位相幾何とかの知識は必要なく、大学教養課程の数学知識で十分であること、第二に機械工学の他の分野でも最適形状を考えたり、最適温度分布を求めたり、運動力学系を考察したりするのにも変分法が用いられているし、ガラキン法や有限要素法などの基礎となる変分原理や直接法が変分法と強いつながりをもっているので、変分法を知っていることはこうした他のことがらを理解するのにも役に立つこと。そして最も重要なことは、変分法によって最適制御理論の中心的な部分を完全に理解できることである。難しい理論を用いるとたとえ証明をたどって定理を理解できても、自分の問題に合うように定理を変形するのは難しいが、変分法はもともと具体的なイメージを伴っているので、こうしたことも可能になる^(注2)。しかし変分法といっても、ボルザの問題のように微分方程式を拘束に含んだ形の問題を扱う変分法を学ばなければ役に立

たない。そのためには、ブリスの教科書⁽⁴⁾の第二部を精読するのがいちばん良いと思う。このあとパーコビッチの論文⁽⁵⁾やヘスティネスの本⁽⁶⁾などを読めば理解できようし、筆者らの解説⁽⁷⁾もお役に立つものと思う。

確率系や分布系の最適制御論については最近良い本が出版されつつあるが^{(8)~(10)}、まず系を記述する確率微分方程式や偏微分方程式についての知識が前提となる。

数理計画法を用いて最適軌道や最適操作量を求めることも応用上重要なことであるが、これらについては文献⁽¹¹⁾を参照されるとよいと思う。

6. 最適制御の問題点と今後

1960年初頭に最大原理やDPの手法が相ついで発表されたことは制御理論の歴史の中でも画期的なことであり、1960年代から1970年代前半にかけては最適制御理論についての各種の研究が盛んに行われた。またこのことが刺激となって数学に最適制御理論という一分野ができたし、各種の最適性の追求が制御以外の分野でも行われて、「最適」は一時社会的な流行語になり、最適を冠した単語が日常語として用いられ、広告文などにもよく使われるようになった。一方これだけ隆盛を極めた最適理論の実用化という点になるとその歩みは遅々たるもので、理論と実際とのギャップが何度となく叫ばれながら溝は深まるばかりで実際家に役に立たない理論であるとの印象を強く与えたことは否めなかった。1970年前半に理論体系が整うと最適制御の研究も飽和に達して、その後の研究の進展はさほどではなくなっている。現在は困難な実用化に向けての地道な努力を続け、いろいろの経験を蓄積しつつ、次の飛躍への準備を行うべき時期であり、今までの数学者に代わって工学者の出番になったといえよう。理論と実際との溝は最適制御理論と工学技術としての最適制御との違いであり、工学的意味での最適制御の問題がいまだ数式的にモデル化されていないことが溝を作っているのである。特に工学的願望のモデル化が不十分で、評価関数や拘束条件も工学的実行錯誤の中に投げ込まれているのが現状である。

(注2) 変分法は工学にとって基本的でラプラス変換などと同じく、工学教育のカリキュラムの中に入れられてしかるべきであると筆者は考えるが、現状は全く行われていないようである。

このことを最も実際問題に役に立っている最適制御である線形系

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \dots\dots\dots (24)$$

に対して, 二乗評価

$$J = \int_0^{\infty} (x'Qx + u'Pu) dt \quad \dots\dots\dots (25)$$

を最小にする最適レギュレータ問題を例にとりて述べれば, u はフィードバックとして

$$u = -P^{-1}B^TRx \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここに, R は次の方程式の解である.

$$A^TR + RA - RBP^{-1}B^TR + Q = 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

式(26)のように表され最適操作量が形式上求まっているのであるが, Q や P を変えれば u も変わるの, 工学的には Q や P を最適にきめなければ, u は最適とはいえなくなる. ところが, P や Q をどうきめれば, 式(24)の系に対する工学的願望である系の挙動がいちばん良くなるかは現在よくわかっていない. 結局, 式(26)で $u = -Kx$ として K を求めることと, P, Q をきめることは現在同じ程度の問題になってしまっている. このように最適レギュレータ問題は最適解の構造や性質を示唆して, それなりの実際の意味はあったものの, 工学的に最適解を与えたとはいえないことになっている. 他の最適制御問題に対する工学的最適解については更に具体的解の計算の可能性, 実現可能性など種々の問題点が指摘されよう. 結

果をみて評価するのが工学での評価であり, 試行錯誤が改善の方法であるなら, われわれ工学者の今後の方向は, 工学的最適制御問題に対する工学的願望のモデルを漸次作り上げてゆくことにありといえよう. それにはまず最適制御理論を良く知り, かつ工学的願望の中味を良く知っていることが, 前提となるであろう.

(原稿受付 昭和54年11月5日)

文 献

- 初心者のために, 文献は単行本を主とし, 基本的なものに限った.
- (1) ポントリヤーギン, L.S., ほか3名, 関根訳, 最適過程の数学的理論, (昭42), 総合図書.
 - (2) ルーエンバーガ, D.G., 増淵・嘉納訳, 関数解析による最適理論, (昭44), コロナ社.
 - (3) Neustadt, L.W., *Optimization*, (1976), Princeton Univ. Press.
 - (4) Bliss, G.A., *Lectures on the Calculus of Variations*, (1946), The Univ. Chicago Press.
 - (5) Berkovitz, L.D., *J. Math. Anal. Appl.*, 3 (1961), 145.
 - (6) Hestenes, M.R., *Calculus of Variations and Optimal Control Theory*, (1966), John Wiley & Son.
 - (7) 増淵・嘉納, 計測と制御, 9-10 (昭45), 750.
 - (8) リオン, J.L., 黒田・牧野訳, 偏微分方程式の最適制御 I, II, (昭48), 東京図書.
 - (9) 辻岡, 最適制御理論, (昭51), 産業図書.
 - (10) 砂原, 確率制御過程論, (昭46), 養賢堂.
 - (11) 市川・田村, 計測と制御, 8-11 (昭44), 761.

通産省・資源探査衛星の研究推進

通産省は1980年代以降のわが国の資源開発, 海外技術・経済協力の強力な要素となる資源探査衛星の詳細な事業計画を明らかにするとともに, 欧米各国の同種衛星計画の進展に対応, 55年度研究開始を目標として予算措置を強力に進めることになった.

ところで, 世界の主要鉱物資源需要動向をみれば, 昭和52年の生産能力と65年の需要見とおしでは, 銅430万t, 鉛190万t, アルミ1150万t, 亜鉛80万tが不足(西ドイツ経済省調査)する見とおしとなっており, 現在最大の懸案となっている石油も1日当たり2760万バレル不足(IEA調査)する見込みである. これに対し, わが国は石油の99.8%を筆頭に, 銅92.2%, 鉛71.6%, 亜鉛60.8%も海外からの輸入に依存しており, 今後のわが国の経済の安定的成長にとって, 主要資源の確保は, 安全保障上, 最大の懸案

事項となっている.

計画では, 55年度に衛星本体の概念設計に着手, 56年度予備設計, 57年度基本設計, 58年度詳細設計を行い, これと並行して55, 56両年度に, 合成開口レーダ, 可視・近赤外センサ, 熱赤外センサの研究試作を, また57年度からは地上施設の設計, 製作を開始, 最終60年度に衛星を打ち上げる予定となっている. 打上げ後の運用費を含め, 63年度までの全体開発費・運用費の総額は580億円の見込みである.

通産省では現在, 大平首相の諮問機関である宇宙開発委員会での了承を得, 当面55年度には資源探査を目的とする人工衛星の研究費として①衛星開発5800万円, ②積載機器1億800万円, ③データ処理・解析技術9900万円——計2億6500万円が必要とされるところである.