研 究 速 報

薄い等辺梯形板、薄い変厚矩形板、截頭円錐長柱のかがまり⁽¹⁾

(昭和 10 年 10 月 17 日 名古屋臨時大会講演會に於て講演)

正 員 中 川 元⁽²⁾

第 2 表

a/b	λ	$\frac{Ebt^3}{l^2}$ の係数	$\frac{EI_0}{l^2}$ の係数
0	3.832	0.305,9	3.671
1/10	4.800	0.388,9	4.666
1/5	5.814	0.450,7	5.408
1/4	6.396	0.479,4	5.752
1/3	7.514	0.523,3	6.280
1/2	10.776	0.604,8	7.258
2/3	17.195	0.684,4	8.213
3/4	23.520	0.720,3	8.644

III. 頂辺自由支持、底辺固定

$$\frac{J_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) \cdot Y_1(\lambda) - Y_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) J_1(\lambda)}{J_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) \cdot Y_0(\lambda) - Y_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) J_0(\lambda)} = \frac{b-a}{2b}\lambda \quad (5)$$

第 3 表

a/b	λ	$\frac{Ebt^3}{l^2}$ の係数	$\frac{EI_0}{l^2}$ の係数
0	5.135	0.549,3	6.592
1/10	6.679	0.752,8	9.034
1/5	8.189	0.894,0	10.728
1/4	9.030	0.955,6	11.467
1/3	10.662	1.052,7	12.632
1/2	15.358	1.228,5	14.742
2/3	24.476	1.386,8	16.644
3/4	33.544	1.465,1	17.580

薄い変厚
矩形板のか
がまり

底辺にお
ける面積の慣性
モーメントを

$$\frac{cb^3}{12} = I_0$$

第 4 図

第 5 図 第 6 図

$$12 \frac{P}{Ec} \left(\frac{l}{b-a} \right)^2 = m^2 \quad a \neq b \quad (6)$$

$$-2 \frac{m}{b^{1/2}} = \lambda, \quad -2 \frac{m}{a^{1/2}} = \sqrt{\frac{b}{a}} \lambda \quad (7)$$

とにおいて、かがまりの条件 (8), (9), (10), を見出し、初根 λ を算出せば所求のかがまり荷重は次表の如し。

I. 頂辺自由、底辺固定

$$\frac{J_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right) \cdot Y_1(\lambda) - Y_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right) J_1(\lambda)}{J_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right) \cdot Y_0(\lambda) - Y_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right) J_0(\lambda)} = \frac{\lambda}{2} \quad (8)$$

緒言 断面変化が簡単な規則に従ふ表題の如き板及び柱が対称軸方向に圧縮荷重を受ける時、かがまりに関する微分方程式を、Bessel 函数として解いてかがまりの条件を求め、I. 頂辺自由、底辺固定、II. 頂辺底辺共に自由、III. 頂辺自由支持、底辺固定の 3 支持法の種類に依つて、又上下両端の太さの比に依つてかがまり荷重が如何様に変化するかの模様を明かにした。

薄い等
辺梯形板
のかがま
り
底辺にお
ける面積の
慣性モーメ
ントを

$$\frac{bt^3}{12} = I_0$$

第 1 図

第 2 図

第 3 図

$$12 \frac{P}{Et} \left(\frac{l}{b-a} \right)^2 = m^2, \quad a \neq b \quad (1)$$

$$2mb^{1/2} = \lambda, \quad 2ma^{1/2} = \sqrt{\frac{a}{b}} \lambda \quad (2)$$

とにおいて、かがまりの条件 (3), (4), (5) を見出し、Bessel 函数表を用ひて試索法により初根 λ を算出せば所求のかがまり荷重は次表の如し

I. 頂辺自由、底辺固定

$$\frac{J_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) \cdot Y_1(\lambda) - Y_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) J_1(\lambda)}{J_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) \cdot Y_0(\lambda) - Y_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) J_0(\lambda)} = \lambda \quad (3)$$

第 1 表

a/b	λ	$\frac{Ebt^3}{l^2}$ の係数	$\frac{EI_0}{l^2}$ の係数
0	2.405	0.120,6	1.447
1/10	2.827	0.134,9	1.619
1/5	3.307	0.145,8	1.750
1/4	3.588	0.150,9	1.811
1/3	4.136	0.158,4	1.901
1/2	5.747	0.172,1	2.065
2/3	8.916	0.184,0	2.208
3/4	12.078	0.189,9	2.279

II 頂辺、底辺自由

$$\frac{J_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) \cdot Y_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) - Y_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) J_1(\lambda)}{J_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) \cdot Y_0(\lambda) - Y_1\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\lambda\right) J_0(\lambda)} = \lambda \quad (4)$$

(1) Buckling of Equilateral Trapezoidal plate, Rectangular Plate of the Variable Thickness, Long Conical Frustum.
(2) Hajime NAKAGAWA, Member, Meiji Technical College.

昭和 11 年 3 月]

第 4 表

a/b	λ	$Ec b^3/l^2$ の係数	EI_0/l^2 の係数
1/10	1.258	0.026,7	0.321
1/5	1.931	0.049,2	0.597
1/4	2.275	0.060,7	0.728
1/3	2.901	0.077,9	0.935
1/2	4.625	0.111,4	1.337
2/3	7.870	0.143,4	1.721
3/4	12.771	0.159,3	1.912

II. 頂辺、底辺自由

$$J_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right)/Y_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right)=J_1(\lambda)/Y_1(\lambda) \quad \dots\dots\dots(9)$$

第 5 表

a/b	λ	$Ec b^3/l^2$ の係数	EI_0/l^2 の係数
1/10	1.518	0.038,9	0.467
1/5	2.600	0.090,2	1.082
1/4	3.198	0.120,3	1.444
1/3	4.338	0.174,2	2.090
1/2	7.620	0.302,4	3.629
2/3	14.04	0.456,3	5.476
3/4	20.37	0.540,3	6.483

III. 頂辺自由支持、底辺固定

$$\frac{J_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right) \cdot Y_1(\lambda) - Y_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right) \cdot J_1(\lambda)}{J_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right) \cdot Y_0(\lambda) - Y_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\lambda\right) \cdot J_0(\lambda)} = \frac{a-b}{2a}\lambda \quad \dots\dots\dots(10)$$

第 6 表

a/b	λ	$Ec b^3/l^2$ の係数	EI_0/l^2 の係数
1/10	2.078	0.072,9	0.874
1/5	3.640	0.176,7	2.120
1/4	4.498	0.237,1	2.845
1/3	6.142	0.349,3	4.192
1/2	10.854	0.613,6	7.363
2/3	20.00	0.925,9	11.11
3/4	29.05	1.099	13.19

截頭円錐長
柱のかがり
底辺における
面積の慣性モー
メントを

$$\frac{\pi b^4}{4} = I_0$$

第 7 図

第 8 図

第 9 図

$$\frac{4P}{\pi E} \left(\frac{l}{b-a} \right)^2 = m^2, \quad a \neq b \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{m}{b} = \lambda, \quad \frac{m}{a} = \frac{b}{a} \lambda \quad \dots\dots\dots(12)$$

とて、かがりの
条件 (13) を見出し、円
函数表を用ひて初根 λ
を算出せば所求のか
がり荷重は次表の如し。

第 10 図

I. 頂辺自由、底辺固定

$$\lambda = -\tan\left(\frac{b-a}{l}\lambda\right) \quad \dots\dots\dots(13)$$

第 7 表

a/b	λ	$Ec b^3/l^2$ の係数	EI_0/l^2 の係数
0	0	0	0
1/10	0.315	0.103	0.081
1/5	0.643	0.336	0.264
1/4	0.819	0.480	0.377
1/3	1.145	0.741	0.582
1/2	2.029	1.310	1.029
2/3	3.674	1.910	1.500
3/4	5.274	2.213	1.738
4/5	6.864	2.400	1.885
9/10	14.75	2.770	2.176

II. 頂辺、底辺自由 かがりの条件を求めると

$$\tan\left(\frac{m}{a}\right) = \tan\left(\frac{m}{b}\right) \quad \dots\dots\dots(14)$$

$b > a$ なる時は、初根には次の関係が成立し

$$\frac{m}{a} = \frac{m}{b} + \pi, \quad m = \frac{\pi ab}{b-a} \quad \dots\dots\dots(15)$$

かがり荷重は次式で與へらる

$$P = \frac{\pi^2 a^2 b^2 E}{4l^2} \quad \dots\dots\dots(16)$$

III. 頂辺自由支持、底辺固定

$$\frac{m}{a} - \frac{m}{b} = \tan\left(\frac{m}{a} - \frac{m}{b}\right) \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$\frac{m}{a} - \frac{m}{b} = 4.493, \quad m = \frac{4.493 ab}{b-a} \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$P = 20.187 \frac{\pi a^2 b^2 E}{4l^2} \quad \dots\dots\dots(19)$$

以上の解法は $a=b$ なる場合には適用されないが、この時は断面一定で Euler の公式より 3 支持法における係数値は $\pi^2/4, \pi^2, 20.187$ であるから、諸表及び (16), (19) より與へられる EI_0/l^2 の係数を縦軸にとり、 a/b を横軸とつて曲線を畫き Euler の値と結べば第 10, 11, 12 図の連続曲線で以つて係数変化が示される。

第 11 図

第 12 図