速 度 波 の 減 衰 と 圧 縮⁽¹⁾

(無気噴射圧力の研究、第6報)

(昭和 12 年 4 月 4 日 第 14 期定時總會講演會に於て講演)

正 員 梅 田 伊 太 郎⁽²⁾

1. 速度波の減衰 燃料管は普通細い円管でその中へ重油等の粘度の高い液体が送られるのであるから、理想的な音波の関係がその儘燃料噴射の場合にも適用し難いものと考えられる。故に油の粘性による摩擦を入れて運動及び連続方程式から速度波の減衰を解く必要がある。

茲には次の三つの仮定を定めて減衰の性質を調べることとする。

(1) 摩擦のない場合と同様に u の速度をもつた速度波は $b=(E/a)u$ の圧力を持つ。

(2) 静圧力に無関係に速度波或は圧力波の加算の関係が成立つ。

(3) 連続の関係から、速度波が減衰すれば減衰量だけ波面の通過した道程の圧縮となる。

さて管内の摩擦を入れた運動の方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{g}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{8\nu}{r^2} u = 0 \quad (1)$$

但し

u = 油の移動速度 p = 圧力

ν = 油の運動粘性係数 r = 管の半径

t = 時間 x = 管の定点からの距離

(1) 式の $\partial p / \partial x$ を二つに分けて、一つは摩擦による速度の減衰の結果起る圧力の傾斜でこれを $\partial p_2 / \partial x$ とし、他は摩擦が作用しない時の圧力によるものでこれを $\partial p_1 / \partial x$ とする。

そうすると (1) 式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{g}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} - \frac{g}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial x} + \frac{8\nu}{r^2} u = 0 \quad (1')$$

(1') 式の左辺第 1, 2 項を 0 とする式は摩擦のない理想的な場合の運動の方程式で、連続の方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{E} \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

と合せて最初の仮定 (1) の関係となる。即ち

$$u_1/a = p_1/E \quad (3)$$

この中 E は油の体積断性係数、 a は管内の音波の速度である。

(1') 式の左辺の第 1, 2 項の和が 0 であるから

$$\frac{8\nu}{r^2} u - \frac{g}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

(1) On the Damping of the Velocity Wave and the Statical Compression. (On the Injection Pressure in the Solid Injection System. 6th Report.) (2) Itarô UMEDA, Member. The Tokushima Technical College. 徳島高等工業学校。

昭和 12 年 6 月]

今 $b = 8\nu/r^2$

とおいて (4) 式と連続の方程式 (2) とで

$$b \frac{\partial u}{\partial t} + a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

又 $x = at$

とおけば (5) 式から

$$\log u = \log u_0 - (b/a)x \quad (6)$$

但し $u_0 = x$ が 0 の時の速度

(6) 式は又

$$u = u_0 e^{-(b/a)x} \quad (7)$$

$$\text{或は } u = u_0 e^{-bt} \quad (7')$$

となる。

2. 静圧縮圧力 管の入口で u_0 の一定速度波が連続的に送られ、最初の波が入口から x の距離に達した時、途中の任意の位置 ξ における速度は (7) 式から、

$$u_\xi = u_0 e^{-(b/a)\xi} \quad (8)$$

故に (2) 式から ξ の位置の静圧力の増加の割合は

$$dp_\xi / dt = (Eb/a) u_0 e^{-(b/a)\xi} \quad (9)$$

ξ から x までの間にある波が既に ξ 点を通過してゐて、それらの波が何れも (9) 式の関係で p_ξ をあげてゐる。故に最初の波が x にある時の ξ の位置の静圧力は

$$p_\xi = \frac{Eb}{a} u_0 e^{-(b/a)\xi} \int_{\xi/a}^{x/a} dt \quad (10)$$

故に

$$p_\xi = (Eb/a^2) u_0 e^{-(b/a)\xi} (x - \xi) \quad (11)$$

$$= (Eb/a) u_0 e^{-(b/a)\xi} (t - \xi/a) \quad (11')$$

管の入口の静圧力は $\xi = 0$ において

$$p_0 = (Eb/a^2) u_0 x \quad (12)$$

又 x の距離の静圧力は $\xi = x$ において

$$p_x = 0$$

となる。

3. 減衰係数 ノズルへ到来する速度波を v_2 とし、もしノズルが塞つてゐるとすれば、 v_2 が全反射してポンプの方へ行つて反射して再びノズルに到達する時には (7) 式の x に

$$x = 2L$$

但し L = 燃料管の長さ

とおいた関係で減衰してゐるが、然し又一方に於て (12) 式の静圧縮が出来てゐる。

ノズルが開いてゐれば v_2 が全反射とはならないでその一部分の v_3 が反射する。それが管を往復する間に (12) 式の静圧縮をノズルの所で起すが、同時にその静圧縮で噴射が行はれるからその残りだけが静圧力となる。即ち

p_s = ノズルが塞つてゐる時ノズルに起る静圧力

p = ノズルが開いてゐる時ノズルに起る静圧力

v' = 静圧力のために減少する速度波

v_4 = 静圧力を考へない時のノズルからの噴出速度

v_4' = 静圧力を考へた時のノズルからの噴出速度

とすれば、

$$v_4' = c\sqrt{c^2\xi_2^2 a^2 + 4v_2 a + 2a^2 p_s/E - c^2\xi_2^2 a} \quad \dots\dots(13)$$

$$v' = \xi_2(v_4' - v_4) \quad \dots\dots(14)$$

$$\therefore \frac{v'}{a} = c^2\xi_2^2 \sqrt{1 + \frac{4x}{c^2\xi_2^2 a}} \left\{ \sqrt{1 + \frac{2p_s/E}{c^2\xi_2^2 a + 4x}} - 1 \right\} \quad \dots\dots(14')$$

$$\begin{aligned} p_s &= (Eb/a^2)v_3 \times 2L \\ &= E\alpha y_0 \quad \dots\dots(14) \end{aligned}$$

但し $\alpha = 2bL/a$.

$$y_0 = v_3/a$$

を用ひて、

$$p = p_s - Ev'/a \quad \dots\dots(15)$$

に入れて、

$$\begin{aligned} \frac{p}{E} &= \alpha y_0 - c\xi_2 \sqrt{c^2\xi_2^2 a^2 + 4x} \\ &\times \left\{ \sqrt{1 + \frac{2\alpha y_0}{c^2\xi_2^2 a + 4x}} - 1 \right\} \\ &\doteq \alpha y_0 \left\{ 1 - \frac{c\xi_2}{\sqrt{c^2\xi_2^2 a^2 + 4x}} \right\} \quad \dots\dots(16) \end{aligned}$$

(16) 式の静圧力を加へた噴射圧力は

$$\begin{aligned} \frac{p}{E}^{(n)} &= x_0^{(n)} + y_0^{(n)} + \alpha y_0^{(n-1)} \\ &\times \left\{ 1 - \frac{c\xi_2}{\sqrt{c^2\xi_2^2 a^2 + 4x^{(n-1)}}} \right\} \quad \dots\dots(17) \end{aligned}$$

この x_0 及び y_0 は減衰を全く考へない場合の x 及び y とす

る。 $y_0^{(n-1)}$ が管内を 1 往復すると $e^{-\alpha}$ 倍となるのであるから

$$\begin{aligned} x_0^{(n)} &= v_1^{(n)}/a + e^{-\alpha} y_0^{(n-1)} \\ &\doteq v_1^{(n)}/a + (1-\alpha)y_0^{(n-1)} \quad \dots\dots(18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{今 } x^{(n)} &= x_0^{(n)} + k\alpha y_0^{(n-1)} \left\{ 1 - \frac{c\xi_2}{\sqrt{c^2\xi_2^2 a^2 + 4x^{(n-1)}}} \right\} \\ &= \frac{v_1^{(n)}}{a} + y_0^{(n-1)} \left\{ 1 - k\alpha \frac{c\xi_2}{\sqrt{c^2\xi_2^2 a^2 + 4x^{(n-1)}}} \right\} \quad \dots\dots(19) \end{aligned}$$

とするならば

$$\lambda_1 = 1 - k\alpha \frac{c\xi_2}{\sqrt{c^2\xi_2^2 a^2 + 4x}} \quad \dots\dots(20)$$

とおいて

$$\bar{p}/E = x + y/\lambda_1 \quad \dots\dots(21)$$

$$y = \lambda_1 y_0 \quad \dots\dots(22)$$

となつて第 3 報⁽³⁾の λ_1 が定まる。但し k とは実験的に定める定数である。

同様の考へから

$$\lambda_0 = 1 - k_0\alpha/2 \quad \dots\dots(23)$$

としてよい。

4. 噴射圧力の図解法 (20) 式の λ_1 の値は到来波 x によつて変化するから、 λ_1 を一定とした第 3 報の図解法⁽³⁾を次の様に修正する。

$$\begin{aligned} s = 1/\lambda_1 &= 1 / \left(1 - k\alpha \frac{c\xi_2}{\sqrt{c^2\xi_2^2 a^2 + 4x}} \right) \\ &\doteq 1 + k\alpha \frac{c\xi_2}{\sqrt{c^2\xi_2^2 a^2 + 4x}} \quad \dots\dots(24) \end{aligned}$$

なる s 曲線を y 軸の上に描く。これには或る y に対して $x_0 - y_0$ 抛物線から x を定め、その x による s の値を y の上に描くのである。

第 1 図に於て例へば 3 なる時刻の到来波が b_3 であつたとする。これから 4 の時刻の到来波を求めるには、 b_3 から水平線を引いて y_0 曲線と e_3 で交らせ、 e_3 から垂直線を引いて s 曲線と f_3 で交らせて、 O 点と f_3 を結ぶ直線を引く。第 5 報⁽⁴⁾に記した g 曲線の 3 の時刻の値 g_3 から水平線を引いて Of_3 を h_3 で切る。 x 軸から h_3 までの高さ h_3 i_3 を 4 の時刻の v_1/a 即ち a_4 点の上に加へて b_4 を求める。 b_4 から更に b_5 を同様にして求める。この方法で到来波の曲線を定めることが出来る。

噴射圧力は b_3 の上へ d_3e_3 の高さを加へて c_3 点を定めれば、 c_3 が 3 の時刻の $\bar{p}/E$ である。

(本講演に対して正員渡部寅次郎君の質問があつた。)

(3) 筆者、機械学会論文誌、3, 10, (昭 12-2), 58.
機械学会誌、40, 239, (昭 12-3), 144.

(4) 筆者、

第 1 図