[基調講演 2]

アクチュエータシステムの制御 —ロバスト制御を中心として—

Control Technology of Actuator Systems — Robust Control —

正 白石昌武 (茨城大学)

Masatake SHIRAISHI, Ibaraki University
Nakanarusawa, Hitachi, Ibaraki

Generally, the specifications of the actuator system robustness and the disturbance or noise are often provided in frequency domain. Traditional observer design method is based on a state space structure in time-domain approach of a linear system. In this paper, an observer designed using the transfer function in frequency domain is described. This method is composed of a diophantine equation and only three design steps are required to construct the observer. An estimation error was chosen for the evaluation of observer characteristics, and the simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key Words: observer design, robustness, frequency domain, disturbances

1. まえがき

あらゆる産業技術は高度化を目指し、ソフト、ハードの両面から研究開発が行われている。それに伴いアクチュエータの制御技術も高度化・高機能化しつつある。そのためにはまずアクチュエータ系をモデル化する必要がある。モデル化に際しては、モデルパラメータの不確かさ、線形化や低次元などで無視した非線形性や動特性の影響など種々の不確定要素を含んでいる。このような不確かなモデルを基礎とする限り、モデルの不確かさを許容し得るような設計をすることが実用上要求される。ここに従来の PID 制御のみでは十分対応し切れないという状況が生じる。そこで、このようなモデルの不確かさにも対応し得るロバスト制御法としては、 H_∞ 制御、インテリジェント制御、学習制御、2 自由度制御などいくつかの手法が提案されている。ここでは、周波数領域におけるロバストなオブザーバについて述べる。

2. ロバストオブザーバ (周波数領域によるアプローチ)

状態オブザーバは種々の制御系の中で広く用いられており、かつ従来より時間領域で設計されてきた。しかしロバスト性を考慮する際は、その特性を定義している周波数領域で直接扱える方が都合が良い場合が多い。

オブザーバの構成

1 入力 l 出力線形時不変系は状態方程式によって次式で表せる。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + b \{u(t) + d(t)\} \\ y(t) &= Cx(t) + \omega(t) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに $x(t)$: n 次元状態ベクトル、 $u(t)$: スカラ入力、 $y(t)$: l 次元観測可能出力ベクトル、 $d(t)$: スカラ入力外乱、 $\omega(t)$: l 次元出力外乱 (ノイズ) ベクトル、 $A: n \times n$, $b: n \times 1$, $C: l \times n$ の行列である。式(1)の伝達関数(周

波数領域表現)は次式となる。

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}b \{u(s) + d(s)\} + \alpha(s) = \frac{r(s)}{p(s)} \{u(s) + d(s)\} + \alpha(s) \quad (2)$$

ここに、

$$\begin{aligned} p(s) &= \det(sI - A) = s^n + p_{n-1}s^{n-1} + \dots + p_0 \\ r(s) &= C \operatorname{adj}(sI - A)b = r_{n-1}s^{n-1} + \dots + r_0 \end{aligned} \quad (3)$$

s はラプラス演算子を表す。式(2)の伝達関数は厳密にプロパーで、分母多項式 $p(s)$ は n 次モニック (最高次の項の係数が 1 となる整係数の多項方程式)、分子多項式ベクトル $r(s)$ はただか $n-1$ 次である。また観測対象が可観測であれば、 $p(s)$ と $r(s)$ の各要素は互いに素である。式(2), (3)から、状態 $x(s)$ は

$$x(s) = \frac{a(s)}{p(s)} \{u(s) + d(s)\}, \quad a(s) = \operatorname{adj}(sI - A)b = \begin{pmatrix} a_1(s) \\ \vdots \\ a_n(s) \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここにベクトル $a(s)$ は $a_i(s)$ ($i=1, 2, \dots, n$) の要素で構成される。

以上の準備の下に状態 $x(s)$ を推定する周波数領域でのオブザーバは、以下の 3 ステップで設計できる。

① m 次の任意のモニック安定な特性多項式(5)を設定する。

$$q(s) = s^m + q_{m-1}s^{m-1} + \dots + q_1s + q_0 \quad (5)$$

② m 次の $n \times l$ 多項式行列 $H(s)$ と、 $m-1$ 次の n 次元多項式ベクトル $k(s)$ を式(6)のような多項式行列方程式 (diophantine equation) を満たすように決定する。

$$k(s)p(s) + H(s)r(s) = q(s)a(s) \quad (6)$$

これは要素ごとに以下のように表せる。

$$k_i(s)p(s)+h_i^T(s)r(s)=q(s)a(s), \quad k(s)=\begin{pmatrix} k_1(s) \\ \vdots \\ k_n(s) \end{pmatrix}, \quad H(s)=\begin{pmatrix} h_1^T(s) \\ \vdots \\ h_n^T(s) \end{pmatrix},$$

$$k_i(s)=k_{i,m-1}s^{m-1}+\cdots+k_{i,1}s+k_{i,0}, \quad h_i(s)=h_{i,m}s^m+\cdots+h_{i,1}s+h_{i,0}$$

③ このとき、オブザーバは次式で構成される。

$$\tilde{x}(s)=\frac{k(s)}{q(s)}u(s)+\frac{H(s)}{q(s)}y(s) \quad (7)$$

なお、入力外乱 $d(s)$ と出力外乱 $\omega(s)$ がシステムに印加された場合の状態推定誤差 $e(s)$ は次式で表される。

$$e(s)=x(s)-\tilde{x}(s)=\frac{k(s)}{q(s)}d(s)-\frac{H(s)}{q(s)}\omega(s) \quad (8)$$

3. 入力外乱にロバストなオブザーバとその例

入力外乱を考えるため式(2)で $\omega=0$ とする。確定的な特性を持つ入力外乱の場合、その信号をラプラス変換した特性因子を $k(s)$ の因子として持たせることで、その入力外乱の影響を抑制できる。つまり入力外乱が

$$d(s)=\frac{d_n(s)}{d_d(s)} \quad (9)$$

のような n_d 次モニックな特性因子 $d_d(s)$ で表される場合、 $d(s)$ に対する推定誤差フィルタ $k(s)/q(s)$ を考える。

$$k(s)=\bar{k}(s)d_d(s)=(\bar{k}_{m-n_d-1}s^{m-n_d-1}+\cdots+\bar{k}_0)d_d(s) \quad (10)$$

とすると、式(8)の推定誤差は最終値の定理から、

$$\lim_{s \rightarrow 0} s e(s)=\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s k(s) d_d(s)}{q(s)} \frac{d_n(s)}{d_d(s)}=0 \quad (11)$$

となり、つまり外乱の影響がなくなることが解る。

[具体例] DC モータに外乱が印加されている図1のシステムを考える。トルクから回転位置に至る伝達関数を図のように二次遅れで設定する。モータのドライブトルクは、振幅 50, 周期 2 Hz の方形波である。この場合の回転速度を本オブザーバによって推定する。

Fig. 1 DC motor control with disturbance

図2は、入力外乱トルクとして、振幅 50, 周期 100 rad/s の正弦波に加え、0.2 s 後にゲイン 10 のステップ入力も印加された場合のシミュレーションである。1) 従来の低次元オブザーバ、2) 本提案法による入力外乱にロバストなオブザーバである。図(a)の両者を比較すると、本手法では推定

誤差がほぼゼロ近くなっている。同図(b)は入力外乱に対する誤差フィルタの周波数特性で、本手法では低域でゲインが低く、また 100 rad/s のノッチ特性を持っている。なお図2、図3で、各 Type は次を意味する。

Type 1: 通常の低次元オブザーバ

Type 2: ステップ外乱にロバストなオブザーバ

Type 3: 正弦波状外乱にロバストなオブザーバ

Fig. 2 Robust observer against input disturbance

4. 出力外乱にロバストなオブザーバとその例

出力外乱を考えるため式(2)で $d(s)=0$ とする。前の場合と同様に、出力に加わる外乱信号をラプラス変換した特性因子を $H(s)$ の因子として持たせることで、その出力外乱の影響を抑制できる。

図3は出力外乱として振幅 50, 周期 100 rad/s の正弦波が加わった場合のシミュレーションで、図2の場合と同様1) 従来の低次元オブザーバ、2) 本提案法による出力外乱にロバストなオブザーバについてである。この場合も本手法では推定誤差がゼロに近く、また周波数特性も 100 rad/s のノッチ特性を持っている。

Fig. 3 Robust observer against output disturbance

5. あとがき

周波数領域における外乱にロバストなオブザーバの設計法について概説した。アクチュエータ系のみならず制御系には常に外乱が存在し、それをいかに抑制するかが高精度化かつ高機能化のカギである。抑制法の統一的手法があるわけではなく、要はシステムの特性を把握した上で適切な制御系を構成しなければならない。しっかりしたハードウェアを構築して始めて、制御アルゴリズムが生きてくる。

参考文献

- 1) 次世代精密位置決め技術、フジテクノシステム (2000)
- 2) 伊藤彰啓、白石昌武、オブザーバの新しい設計法、精密工学会誌、67, 5 (2001), 781