114 インボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の 中心距離誤差と運転性能

Influence of Center Distance Error on Driving Performance of Involute- Cycloid Composite Tooth Profile Gear

正 永村 和照 (広島大学) 正 池条 清隆 (広島大学)
○学 伊崎 浩一 (広島大学 [院]) Tutulan Florin Gabriel (広島大学 [院])

Kazuteru NAGAMURA, Hiroshima University, 1- 4- 1 Kagamiyama, Higashi- Hiroshima, 739- 8527

Kiyotaka IKEJO, Hiroshima University

Kouichi ISAKI, Graduate school of Hiroshima University

TUTULAN Florin Gabriel, Graduate school of Hiroshima University

We developed and made involute- cycloid composite tooth profile gear to obtain high performance. The driving performance in involute-cycloid composite tooth profile gear is influenced by a variation in center distance because of the tooth profile based on cycloid tooth profile. In this study, we calculate transmission error and tooth root stress against center distance. Further, we measured tooth root stress and transmission error, and the driving performance for the involute- cycloid composite tooth profile gear was examined.

Key words : Gear, Involute-cycloid composite tooth profile gear, Center distance error, Transmission error, Tooth root stress

1. 緒 言

現在使用されている歯車の大部分はインボリュート歯形を持つ歯車によって占められている。これは、インボリュート歯車は歯切りに際して使用されるホブの切れ刃が直線であるため製作が容易で経済的であること、および歯車の中心距離が変化しても速比が変化しないなどの長所を有するためである。しかし、インボリュート歯車ではかみあい時には凸面と凸面の接触のために接触応力が高い、すべりが大きい、歯数が少ないときには歯元にアンダカットが生じやすいなどの欠点がある。一方、インボリュート歯形以外にも、一定速度比の回転運動を伝達できる歯形としてサイクロイド歯形があることが知られており、時計用の歯車などに使用されている。サイクロイド歯形歯車の歯面強度、曲げ強度はいずれもインボリュート歯車に優ると考えられるが、サイクロイド歯形歯車ではピッチ点における歯面の曲率半径が零となり、ピッチ点での接触応力が理論上無限大となるため、荷重伝達には適さないといわれている。

著者らは、インボリュート歯車に変わる特殊歯形歯車として、インボリュート・サイクロイド合成歯形歯車を設計・開発し、その曲げ強度・歯面強度がインボリュート歯車よりも優れていることをすでに実験により確認した^{[1], [2]}。

インボリュート歯車においては中心距離が変化した場合、インボリュートの性質よりかみあい状態はほとんど変化しない。これに対してインボリュート・サイクロイド合成歯形歯

車は歯形にサイクロイド部分を有するため、中心距離の変動に対してそのかみあい状態は鋭敏に変化することが予想される。そこで、本研究ではインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車について、中心距離の変動にともなうかみあい伝達誤差の理論解析を行った。さらに試験歯車による運転試験を実施し、歯元応力、かみあい伝達誤差を測定してかみあい特性・運転性能を検討した。

2. 解析方法

図1(b)に、本研究で使用したインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の歯形形状を示す。インボリュート・サイクロイド合成歯形歯車はピッチ点付近をインボリュート歯形とし、歯末、歯元部分をサイクロイド歯形としたものである。

図2に示すように、駆動歯車(歯車I)、被動歯車(歯車II)の中心を O_1 、 O_2 とし、 O_1 を原点とする直角座標(x , y)を考える。図2は中心距離 A が正規の値より狭まった場合の歯車のかみあいを示したものである。 r_1 、 r_2 は各歯車の基準ピッチ円半径、

Fig.1 Tooth profile of involute- cycloid composite tooth profile gear

Fig. 2 Analysis of transmission error

r_1' , r_2' はかみあいピッチ円半径である。いま、図2に示すように駆動歯車の歯②、被動歯車の歯①の基準ピッチ点が、各歯車の中心 O_1 , O_2 を結ぶ線よりそれぞれ θ_1 , θ_2 ほど回転している状態を考える。このとき各歯面上の任意の点を M_1 , M_2 とし、これらの点の座標を $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ とする。

さらに点 M_1 , M_2 を O_1 を原点とする接線座標で表す。各点の動径を ρ_1 , ρ_2 、各点における歯面の接線と動径とのなす角を σ_1 , σ_2 とし、これらを各点の座標 x_1 , y_1 および x_2 , y_2 で表すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tan \sigma_1 &= \frac{x_1 dy_1 - y_1 dx_1}{x_1 dx_1 + y_1 dy_1} = \Phi_1(\theta_1) \\ \rho_1 &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \Psi_1(\theta_1) \\ \tan \sigma_2 &= \frac{x_2 dy_2 - y_2 dx_2}{x_2 dx_2 + y_2 dy_2} = \Phi_2(\theta_2) \\ \rho_2 &= \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \Psi_2(\theta_2) \end{aligned} \right\} \quad \dots (1)$$

ここで Φ_1 , Φ_2 および Ψ_1 , Ψ_2 はそれぞれ関数を表す。

図2では②と①が離れているが、これらの歯が点 M_1 と M_2 で接触すると考えると、そのとき接触条件として次の二式が同時に満足される必要がある。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_2 \\ \rho_1 &= \rho_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots (2)$$

歯車の一對の歯のかみあい範囲はわずかであり、したがって図2のように座標系を選んだ場合、かみあいの移動にともなう接触点の座標値の変化もあまり大きくないので、式(2)の接触条件式のかわりに次式を用いることができる。

$$\left. \begin{aligned} \tan \sigma_1 &= \tan \sigma_2 \\ \rho_1^2 &= \rho_2^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots (3)$$

Fig. 3 Transmission error

式(3)に式(1)を代入することにより次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(\theta_1) &= \Phi_2(\theta_2) \\ \{\Psi_1(\theta_1)\}^2 &= \{\Psi_2(\theta_2)\}^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots (4)$$

式(4)の連立方程式を解くことによって歯車の回転角 θ_1 , θ_2 が求まり、さらに図2に示される各歯車のかみあいピッチ点の回転角 ψ_1 , ψ_2 が求まる。これらの回転角の差をとることにより回転角誤差 ε が得られ、それをピッチ円上での回転伝達誤差 δ 、すなわち被動歯車の駆動歯車に対する進み、遅れ量で表すと δ は次式より求めることができる。

$$\delta = r_2' \varepsilon = r_2' \left(\psi_2 - \psi_1 \frac{r_1'}{r_2'} \right) \quad \dots (5)$$

中心距離が正規より広がった場合についても同様に計算することができる。

3. 解析結果

図3はモジュール $m=4\text{mm}$ 、インボリュート部分の圧力角 $\alpha_0=13^\circ$ 、歯数 $z_1/z_2=29/29$ 、サイクロイド部分の転がり円半径 $a=7\text{mm}$ 、歯末たけ $1.2m$ 、転位係数 $X_1=X_2=0$ のインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の回転伝達誤差 δ を、中心距離を変化させて示したものである。この図は駆動歯車に対して被動歯車の回転が進む場合を正、遅れる場合を負で表示しており、着目する一對の歯②①の計算結果を実線で、この歯対より先行してかみあう歯対②②および後続の歯対①①の結果をそれぞれ破線と一点鎖線で示した。先行する歯対および後続の歯対の回転伝達誤差の大きさを比較すると、中心距離が狭まった場合、かみあい始めの領域においては図3(a)のように、着目している歯対②①の回転伝達誤差と先行する歯対②②の回転伝達誤差のうち大きなものが伝達誤差として現れることとな

Table 1 Specifications of test gears

Profile	Involute-cycloid composite	Involute
Module m [mm]	4	
Pressure angle α [deg]	13	20
Number of teeth z_1/z_2	29/29	
Rolling circle radius a [mm]	7	-
Pitch circle diameter d [mm]	116	
Tip circle diameter d_s [mm]	125.6	124
Face width b [mm]	20	
Addendum h_a [mm]	1.2m	1m
Dedendum h_f [mm]	1.417m	1.25m
Contact ratio ϵ	1.345	1.646
Material	SCr440	
Heat treatment	Thermal refining	
Finishing	Hobbing	

る。このため歯対②③は図3(a)のAG間で接触を行い、GH間で非接触となり、再びH以降でかみあいが行われることになる。かみあい終わり領域についても同様に、②③の歯対の接触はPI間、JF間となることが推察され、したがって中心距離が正規より狭まった場合、インボリュート・サイクロイド合成歯形歯車のかみあいは三度急変することになる。中心距離が正規より広くなった場合も同様に考えることができ、この場合には図3(c)のGJ間がインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の一对の歯のかみあい区間となり、歯先、歯元ではかみあいが行われないことが推察される。

4. 実験装置と実験方法

実験に使用したインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車、および比較のためのインボリュート歯車の二種類の平歯車の諸元を表1に示す。実験には動力循環式歯車試験機^[3]を用い、 $T=96.2\text{N}\cdot\text{m}$ のトルクを歯車に負荷して実験を行った。歯元応力はひずみゲージにより測定した。またかみあい伝達誤差は、二つの歯車軸に取り付けたロータリエンコーダにより駆動歯車、被動歯車の回転角度に比例した周波数信号を取り出し、その周波数信号を増幅して各々の歯数で分周した後、位相差演算機に通して測定した。

5. 実験結果と解析結果の比較

図4、図5はインボリュート歯車およびインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車に対して測定されたかみあい伝達誤差（歯車回転数 $n=30\text{rpm}$ ）と理論解析により計算されたかみあい伝達誤差（歯形誤差を含む）を対比して示したものである。これらの図より、かみあい伝達誤差の測定結果、計算結果は形状、大きさともにいずれの歯車の場合もよく一致していることがわかる。図4のインボリュート歯車のかみあい伝達誤差はほとんど歯形誤差によって決まるもので、図には示していないが中心距離が変化してもかみあい伝達誤差にはあまり変化が認められない。これに対して図5のインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の場合には歯形誤差に加えて中心距離変動で生じる回転伝達誤差により主としてかみあい伝達誤差が構成されており、したがって中心距離が変化するとかみあ

Fig. 4 Transmission error of involute gear ($T=96.2\text{N}\cdot\text{m}$)

Fig. 5 Transmission error of involute-cycloid composite tooth profile gear ($T=96.2\text{N}\cdot\text{m}$)

Fig. 6 Effect of center distance on maximum transmission error ($T=96.2\text{N}\cdot\text{m}$)

い伝達誤差の形状、大きさが変化するのがわかる。

図6はインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の1ピッチ間における最大かみあい伝達誤差と中心距離との関係を示したもので、中心距離が広がるにつれてかみあい伝達誤差は漸次減少していることがわかる。計算結果と測定結果の傾向がやや異なっているが、これは、かみあい伝達誤差は主として歯形誤差と回転伝達誤差より構成されており、計算に使用した歯形誤差が実際のものと多少異なることから生じたものと思われる。

Fig. 7 Tooth root stress of involute gear ($T=96.2\text{N}\cdot\text{m}$) Fig. 8 Tooth root stress of involute-cycloid composite tooth profile gear ($T=96.2\text{N}\cdot\text{m}$)

図7に各中心距離におけるインボリュート歯車の静的歯元応力波形の測定結果と計算結果を示しており、両者はよく一致していることがわかる。この図より、インボリュート歯車においては中心距離が変化しても歯元応力波形（かみあい状態）はほとんど変化しないことがわかる。

図8は、各中心距離におけるインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の静的歯元応力波形の測定結果と計算結果を示している。計算結果と測定結果はよく一致しており、計算方法は妥当であるといえる。この図より、インボリュート・サイクロイド合成歯形歯車のかみあい状態は中心距離の変動に

大きく影響を受け、図3の回転伝達誤差の解析結果で説明したように、中心距離が狭まった場合にはかみあいの不連続が起こることがわかる。中心距離が広がるとこの不連続は徐々に解消され、中心距離 $A=116.40\text{mm}$ でほぼ完全なかみあい状態となる。設計値の $A=116.00\text{mm}$ とずれているのは、歯車の製作時におけるホブの切り込み不足により試験歯車が若干正転位した状態になっており、これに見合う量だけ適正な中心距離が広がったためである。この適正值 116.40mm より中心距離が狭まると応力波形に不連続が生じることになる。また一対かみあいおよび二対かみあいの各領域を観察すると中心距離の変化とともに急激にかみあい率が変わり、特に中心距離が適正值よりも広がるとかみあい率は急激に1に近い状態となる。

6. 結 言

中心距離の変動にともなうインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車のかみあい伝達誤差を理論的に解析した。またインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の運転試験を行い、歯元応力、かみあい伝達誤差を測定し、これらの実験結果と理論解析結果との比較によりインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車のかみあい特性について明らかにした。得られた結論は以下のとおりである。

- (1) 歯形にサイクロイド部分を有するインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車のかみあい状態は中心距離変動の影響を鋭敏に受け、中心距離が狭まると歯元応力が大きくなる。
- (2) 中心距離が適正值から狭まる場合よりも広がる場合のほうがインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車のかみあいに対しては好ましい状態であるといえる。
- (3) インボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の中心距離変動にともなう被動歯車のかみあい伝達誤差の理論解析を行った。これによりインボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の実際のかみあい状態をほぼ忠実にシミュレーションすることができる。

参考文献

- (1) 寺内喜男, 永村和照, 西條博光: インボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の設計と性能, 日本機械学会論文集, 47-417 (1981), 663-674.
- (2) 寺内喜男, 永村和照, 西條博光: インボリュート・サイクロイド合成歯形歯車の歯面強度について, 日本機械学会論文集, 47-420 (1981), 1082-1093.
- (3) 永村和照, 池条清隆, 木原周二, 住吉哲也: 研削を施した特殊歯形歯車の振動特性, 設計工学会誌, 36-8 (2001), 363-370.