J024034

二重拡散対流場中における垂直円筒周りの凝固過程に関する研究*

宮川 広康^{*1}, 木村 繁男^{*2}, 木綿 隆弘^{*3}, 小松 信義^{*3}

Solidification process around a vertical cylinder in the presence of double diffusive convection

Hiroyasu MIYAKAWA^{*1}, Sigeo KIMURA^{*2}, Takahiro KIWATA^{*3} and Nobuyoshi KOMATSU^{*3}^{*1} Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University
Kakuma-machi, Kanazawa-shi, 920-1192, Japan

We have conducted laboratory experiments of solidification on a cooling vertical cylinder in a hypoeutectic sodium nitrate solution that fills rectangular vessel, and formulated one-dimensional model for predicting the vertically averaged solid layer thickness. The experiments have been carried out by heating the lower wall of the vessel and cooling the vertical cylinder. Stratified concentration layers are formed in the vessel with the growth of solid due to the solute emission. As the process advances, the solution is eventually divided into two layers with a large density difference. The two layers have different average temperatures and concentrations. Taking the presence of the two layers into consideration, we have formulated the one-dimensional model for the growth of solid layer. The theoretical predictions compares well with the experimental results.

Key Words : Solidification, Binary aqueous solution, Vertical cylinder, Double diffusive convection, Convection stratification

1. 結 言

地熱はエネルギー源の少ない日本にとって数少ない純国産のエネルギー源であり、将来石油に代わるクリーンなエネルギーとして期待される。さらに、地下深くに存在するマグマ溜りまで採熱管を通し、直接マグマから熱抽出を行うマグマ発電というものも提案されており、実現化されれば膨大な発電量の確保が期待されている⁽¹⁾。しかし、地上の発電設備容量と採熱量とのバランスや採熱管の保護などの課題が存在し、これらの課題の解決のためマグマのような多成分系の融液中において採熱管周りに形成される固相の厚さを制御する技術が必要とされる。

そこで本研究ではマグマ溜り中における分化過程の研究⁽²⁾⁽³⁾でよく使用される 2 成分系の水溶液を用いて、矩形水槽内に設置された冷却円筒まわりの凝固実験を行い、そこから得られた知見より固相厚さを予測する 1 次元の数値モデルを定式化した。さらに 1 次元数値モデルの妥当性を検証するため実験値との比較を行った。

2. 実験装置および方法

本実験で用いた水槽の概略を図 1 に示す。実験水槽は内径寸法が幅 180mm×奥行き 175mm×高さ 180mm の矩形水槽である。側面および上面には厚さ 15mm の透明なアクリル板を用い、下面には加熱用の銅板がはめ込まれている。また、上面の中心部には直径 30mm の穴が設けてあり、長さ 125mm の銅円筒を挿入する構造となっている。なお、上面には凝固時の体積増分を吸収するため、オーバーフロー管を設けてある。供試流体には亜共晶濃度の硝酸ナトリウム水溶液を用いており、その相平衡図を図 2 に示す。また、下面と銅円筒の内部には冷凍恒温装置によって任意の温度に調節されたエチレングリコールと水の混合液を流し、それぞれの加熱、冷却を行う

^{*1} 学生員，金沢大学大学院自然科学研究科（〒920-1192 石川県金沢市角間町）

^{*2} 正員，フェロー，金沢大学環日本海域環境研究センター

^{*3} 正員，金沢大学理工学域機械工学系（〒920-1192 石川県金沢市角間町）

E-mail: miyakawa@ryuko.ms.t.kanazawa-u.ac.jp

ことができる。熱電対は容器側面に垂直方向に 15 本、円筒表面に 3 本、下銅板に 1 本の計 19 本設置されており、それぞれ容器内垂直方向温度分布、冷却面温度、加熱面温度を測定する。また容器内濃度はマイクロシリンジを容器側壁のシリコン部分に水平に挿入し、着目点の溶液を微量（約 $100\mu\text{l}$ ）採取し、屈折率計を用いることにより測定した。固相厚さはデジタルカメラを水槽の前に設置し、円筒部分を一定時間間隔で撮影し、測定した。なお、実験は 15°C に保たれた恒温室内で行った。

本研究では加熱面温度を 0°C 、冷却面温度を -13°C とし、硝酸ナトリウム水溶液の初期濃度を①12.5wt%、②15.0wt%、③17.5wt%として実験を行った。また、実験前に容器内の溶液を攪拌し、容器内温度、濃度を一様にした後、円筒表面温度を降下させ、実験を開始した。実験は 24 時間行い、各種パラメータを測定した。

Fig.1 Experimental apparatus

Fig.2 Phase equilibrium diagram for an aqueous solution of NaNO_3

3. 実験結果

2成分系水溶液内における垂直円筒周りの凝固実験を行い、水槽内で起こる対流・拡散現象について実験を行った。使用した2成分系水溶液の溶質は硝酸ナトリウムであり、亜共晶濃度で実験を行った。水槽内で起こる現象を時系列的に図1に示す。(a)に示すように凝固が始まるまで、水槽内では熱対流のみが生じているが、(b)に示すように固相が発生すると液相と固相の組成の違いのため、固相から溶質の排出が起こる。そのため(c)に示すように時間の経過と共に底部に濃度が高い領域が形成され、水平方向に長い対流が複数個生じる。それと同時に温度分布も徐々に変化していき、底部と上部で温度差が広がっていく。温度差による浮力が濃度差による浮力より大きくなると小さな対流は結合し、大きな対流に変化していく。熱対流によってこの底部対流層の濃度が攪拌されると、(d)に示すように上部との間に大きな濃度差を生じる。この層を密度跳躍層と呼ぶことにする。密度跳躍層は時間と共に上昇する傾向を示した。図4と図5に各々、実験条件②における密度跳躍層が生じた後の水槽内温度分布、濃度分布を示す。これらの図において縦軸は水槽内高さ、横軸を温度、濃度に採っている。両図からわかるように密度跳躍層位置において温度、濃度の値が大きく変化していることがわかる。

Fig.3 Appearance of experiment

本研究では特に単成分系の液体の凝固と異なる点として以下の3つの点に注目した。第1は濃度排出と円筒周囲の対流により固液界面近傍での濃度が変化し、融点を変動させること。第2は濃度排出により固相周囲を流れる対流の浮力がより強くなり、固液界面への熱流束、また液相への質量流束を変化させること。第3は密度跳躍層の上昇によって密度跳躍層の上下で発生する対流、そして各層に接する固相の厚さが変化することである。固相厚さの予測のために、これらの要素を考慮する必要がある。

Fig.4 Temperature distribution in the vertical direction

Fig.5 Concentration distribution in the vertical direction

4. 1次元数値モデル

本研究では2成分系水溶液内でおこる円筒周囲の固相成長を予測するため、円筒座標系における1次元モデルを仮定し、これを用いて数値解析を行った。1次元数値モデルの概略を図6に示す。ここで冷却円筒の中心から外向きにとった座標を r とし、固相内鉛直方向の熱伝導を無視すると、固相内と固液界面のエネルギー保存は以下の2式となる。

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{k_s}{\rho_s L} \left(\frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=f} - \frac{q''}{k_s} \right) \quad (2)$$

ここで t は時間、 T は温度、 f は固液界面の位置、 α は熱拡散率、 ρ は密度、 L は潜熱、 q'' は液相から固液界面への熱流束を示し、添え字"s"は固相を意味する。また固液界面上での濃度保存式は

$$\frac{dC}{dt} = C \frac{df}{dt} - \dot{m} \quad (3)$$

となる。ここで C は固液界面上での液相内濃度であり、第1項は固相成長に伴う溶質排出を示している。 $\dot{m}$ は固液界面上境界層内から液相への移流拡散による質量流束を示している。ここで計算された濃度から融点を次式で求める。

$$T_i = \left(\frac{dT}{dC} \right)_{\text{liquidus}} (C - C_0) + T_0 \quad (4)$$

ここで T_i は融点温度, $(dC/dT)_{liquidus}$ は相平衡図から求まる液相線の傾き, C_0 , T_0 はそれぞれ基準となる濃度と温度を表している. また(2)式における液相からの対流による熱流束 q'' は次のように与えられる.

$$q'' = \frac{k}{H(h)} Nu(T_\infty - T_i) \quad (5)$$

ここで $H(h)$ は密度跳躍層位置 h を変数とする代表長さ, T_∞ は加熱面の温度, Nu は平均 Nusselt 数であり, 対流の特徴を代表する Rayleigh 数や Prandtl 数, 円筒の代表長さの関数として表される⁽⁴⁾. また濃度保存式(3)における質量流束 $\dot{m}$ はエネルギー保存式と濃度保存式の相似性より q'' を利用して求めた. ここで Rayleigh 数は自然対流における浮力の大きさを代表する無次元数であり, 次式のように与えられる.

$$Ra = g \frac{\beta_T(T_\infty - T_i) + \beta_C(C - C_\infty)}{\alpha_l \nu} H(h)^3 \quad (6)$$

g は重力加速度, β_T は液相の熱膨張率, β_C は濃度増加による体積膨張率, ν は動粘度, C_∞ は水槽内平均濃度であり, 添え字 "l" は液相を意味する. このように固液界面上での液相濃度 C が増加すると Ra は大きくなり, q'' や $\dot{m}$ を変化させる.

また密度跳躍層の成長を

$$h = \frac{\sqrt{2}}{N_s} \left(\frac{g \alpha_l q''}{c_l} t \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

で与える. ここで h は水槽底部から密度跳躍層までの高さ, N_s はプラント-ヴァイサラ振動数で濃度勾配から導かれる安定成層の強度を表す振動数であり, c は比熱を示している.

Fig.6 One-dimensional numerical model

4. 実験結果と1次元数値モデルの比較

上述した1次元数値モデルに基づき, 数値計算した結果を以下に示す. 図7は縦軸に鉛直方向に平均化した固液界面位置, 横軸に時間を採ったものであり, 実験値と1次元モデルによる計算結果を同時にプロットした. 図7における(a), (b), (c)はそれぞれ実験条件①, ②, ③に該当する. どの条件においても固相成長初期において計算値は実験値より大きい, 定常状態に近づくにつれ計算値は実験値に近づいていく. この理由として固相成長初期では, 図3(c)に示した複数の対流が生じさせる複雑な熱伝達構造が界面熱流速の見積もりに大きな誤差を生じさせたと考えられる. 密度跳躍層が発生すると対流が単一化し, 定常状態に近づくにつれ安定化することで, 熱流束の見積もりが正しい値に近づいたため, 計算値は実験値に近づいていったと考えられる.

Fig7. Comparison between experimental and numerical results of solid layer growth

4. 結 言

本研究では2成分系水溶液中における垂直円筒周りの凝固を対象とし、実験と1次元数値解析を行い、以下の結論を得た。

- (1) 固相成長による濃度排出と水槽底部からの熱供給により発生する密度跳躍層は水槽内の濃度分布、温度分布に大きな影響を与える。
- (2) 今回定式化した1次元数値モデルによって計算された結果は実験値とのある程度の一致を示し、数値モデルの妥当性を検証できた。

文 献

- (1) H. C. Hardee "Convective heat extraction from molten magma", *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 10 (1981), pp. 175-193.
- (2) Herbert E. Huppert "Double-diffusive convection due to crystallization in magmas", *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, (1984), pp. 11-37.
- (3) Herbert E. Huppert and J. Stewart Turner "A laboratory model of a replenished magma chamber", *Earth and Planetary Science Letters*, 54 (1981), pp. 144-152.
- (4) E. J. LeFevre and A. J. Ede, "Laminar free convection from the outer surface of a vertical circular cylinder", *Proc. Ninth Int. Congr. Appl. Mech.*, Brussels, Vol. 4, 1956, pp. 175-183.