S142012

加工時間の確率分布を考慮した 工作機械への作業配置とスケジューリング

森田 浩平^{*1}, 岩村 幸治^{*2}, 谷水 義隆^{*2}, 杉村 延広^{*2}

Assignment of Human Operators to Machine Tools and Scheduling Considering Stochastic Distribution of Processing Times

Kohei MORITA ^{*1}, Koji IWAMURA, Yoshitaka TANIMIZU and Nobuhiro SUGIMURA^{*1} Osaka Prefecture Univ. Dept. of Mechanical Engineering
Gakuenchou 1-1, Naka-ku, Sakai-City, Osaka, 599-8531 Japan

A systematic method has been proposed, in previous paper, to allocate human operators to machine tools and to determine machining schedules considering statistical distributions of machining times. It was assumed that the processing times executed by the human operators are represented by random variables according to normal distributions, in the previous paper. However, normal distribution cannot express distributions of machining time enough e.g. case that probabilities of delay are larger than that of earliness. A new method is proposed, in this paper, to assign human operators to machine tools and to determine machining schedules considering statistical distributions of processing times under the assumption that the processing times executed by the human operators are represented by random variables according to beta distributions.

Key Words : Allocation of human operators, Statistical distribution, Scheduling

1. 緒 言

本研究ではこれまでに、作業者が手動工作機械を用いて加工プロセスを実行する加工システムを対象とし、加工時間のばらつきを考慮したスケジューリング手法を提案している⁽¹⁾。この手法では、はじめに作業者の加工時間のばらつきを考慮して工作機械への作業者の配置を決定し、次に各工作機械で実行するオペレーションのスケジュールを決定する。この方法により、総処理時間のばらつきが最小となる各工作機械における作業者の配置およびスケジュールを求めることができる。ただし、これまでの研究では、加工時間のばらつきを正規分布とすることを仮定していたため、例えば加工時間のばらつきが遅れ側に偏る場合などを取り扱うことができなかった。

本報告では、加工時間のばらつきをベータ分布で与える場合を対象として、各工作機械における作業者の配置およびスケジュールを決定する手法を提案する。またケーススタディを行いその有効性を検証する。

2. 加工時間の確率分布を考慮した工作機械への作業配置とスケジューリング

2・1 加工時間のばらつきおよび作業者の加工能力のモデル

本研究で対象とする加工システムでは、作業者が手動工作機械を用いてジョブの加工プロセスを実行する。作業者の加工時間のばらつきについて、以下の2つの仮定をおく。

^{*1} 学生員, 大阪府立大学大学院 工学研究科

^{*2} 正員, 大阪府立大学大学院 工学研究科 (〒599-8531 大阪府堺市中区学園町 1-1)

E-mail: iwamura@me.osakafu-u.ac.jp

- (1) 加工時間のばらつきは、(1) 式に示すベータ分布 $pt_{ijkm}(t)$ に従う。ここで、 $pt_{ijkm}(t)$ は、作業員 i が工作機械 j でジョブ k の m 番目の加工プロセスを実行する場合のオペレーション O_{ijkm} の加工時間の確率密度関数を表す。

$$pt_{ijkm}(t) = \begin{cases} 0 & (t < a_{ijkm}, b_{ijkm} < t) \\ \frac{(t-a_{ijkm})^{\alpha_{ijkm}}(b_{ijkm}-t)^{\beta_{ijkm}}}{\int_{a_{ijkm}}^{b_{ijkm}} (t-a_{ijkm})^{\alpha_{ijkm}}(b_{ijkm}-t)^{\beta_{ijkm}} dt} & (a_{ijkm} \leq t \leq b_{ijkm}) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 α_{ijkm} , β_{ijkm} , a_{ijkm} , b_{ijkm} は、オペレーション O_{ijkm} の加工時間に関するベータ分布のパラメータである。

- (2) 各作業員の加工時間を決定するためのベータ分布のパラメータは、作業員の能力に応じて、式 (2) から (5) に示す関係があると仮定する。

$$\alpha_{ijkm} = p_{ij} \alpha'_{jkm} \quad (2)$$

$$\beta_{ijkm} = q_{ij} \beta'_{jkm} \quad (3)$$

$$a_{ijkm} = r_{ij} a'_{jkm} \quad (4)$$

$$b_{ijkm} = s_{ij} b'_{jkm} \quad (5)$$

ここで、 α'_{jkm} , β'_{jkm} , a'_{jkm} , b'_{jkm} は、工作機械 j でジョブ k の m 番目の加工プロセスを実行する場合におけるベータ分布のパラメータの標準値を示し、 p_{ij} , q_{ij} , r_{ij} , s_{ij} は、作業員 i が工作機械 j でオペレーションを実行する場合のベータ分布のパラメータ α_{ijkm} , β_{ijkm} , a_{ijkm} , b_{ijkm} を決定するための係数である。各係数は作業員 i の工作機械 j に関する技能レベルにより決定し、技能レベルは高級を示す1級、中級を示す2級、低級を示す3級からなる。

図1に、各級でオペレーションを実行する場合のベータ分布の一例を示す。

Fig.1 Example of machining time representing beta distribution

2・2 作業員の配置およびスケジューリングの手順

本研究では、以下の3つのSTEPに基づいて、工作機械への各作業員の配置、およびスケジュールを決定し、ばらつきを考慮した総処理時間を求める。

STEP1 作業員配置の決定

本研究では、作業員はすべての工作機械を用いてオペレーションを実行することができ、各工作機械の代替機械は考慮しない。また、作業員はすべてのオペレーションの開始時点から終了時点まで同じ工作機械に配置するものとする。以上の条件の下、以下の整数計画問題を解くことで適切な作業員の工作機械への配置を決定する。目的関数には、これまでの研究で提案した (6) 式、本研究で新たに提案する (7) 式の2種類の目的関数を用いる。

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{\varphi} \sum_{k=1}^{\kappa} \sum_{m=1}^{\omega} \sigma_{ijkm} x_{ij} \quad (6)$$

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{\varphi} \sum_{k=1}^{\kappa} \sum_{m=1}^{\omega} \{(b_{ijkm} - a_{ijkm}) / (\beta_{ijkm} + \alpha_{ijkm})\} x_{ij} \quad (7)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^l x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, \varphi \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^{\varphi} x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (9)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, l \quad j = 1, 2, \dots, \varphi \quad (10)$$

ここで、 σ_{ijkm} は、作業者 i が工作機械 j でジョブ k の m 番目の加工プロセスを実行する場合の加工時間の標準偏差を表す。(8)、(9) 式は、各工作機械に配置する作業者は 1 人、および各作業者が使用する工作機械は 1 台であることを示す制約条件である。式(10)は設計変数 x_{ij} の値に関する制約条件であり、作業者 i を工作機械 j に配置する場合は 1、そうでない場合は 0 をとるバイナリ変数である。

STEP2 ディスパッチングルールによるスケジュールの作成

STEP1 で得られた作業者の工作機械への配置に対して、6 種類のディスパッチングルールを用いることで各工作機械におけるスケジュールを求める。

STEP3 ばらつきを考慮した総処理時間の算出

2・3 に示す方法を用いて求めたばらつきを考慮した総処理時間が最小となるスケジュールを決定する。

Fig.2 3 Precedence constraints among operations

2・3 ばらつきを考慮した総処理時間の算出

ばらつきを考慮した総処理時間を求めるため、STEP2 で求めたスケジュールに関して、各オペレーションの開始時刻、および終了時刻の確率密度関数を算出することが必要となる。図 2 に示す Target Operation-1 の開始時刻の分布を算出する場合を考える。Target Operation-1 の開始時刻は、図 2 に示すように、工作機械におけるオペレーションの処理順序の制約に基づいて先行する Preceding Operation-1、およびジョブの工程順序の制約に基づいて先行する

Preceding Operation-2 がともに終了した時点となる。

オペレーションの加工時間，開始時刻，および終了時刻に関する記号を以下で表す。

$PT_{ijk}(t)$: オペレーション O_{ijk} の加工時間の累積分布関数

$st_{ijk}(t)$: オペレーション O_{ijk} の開始時刻の確率密度関数

$ST_{ijk}(t)$: オペレーション O_{ijk} の開始時刻の累積分布関数

$ft_{ijk}(t)$: オペレーション O_{ijk} の終了時刻の確率密度関数

$FT_{ijk}(t)$: オペレーション O_{ijk} の終了時刻の累積分布関数

先行するオペレーション O_{ij**} および O_{**km-1} の終了時刻の最大値の累積分布関数，すなわちオペレーション O_{ijk} の開始時刻の累積分布関数は，以下の式から求めることができる⁽²⁾。

$$ST_{ijk}(t) = FT_{ij**}(t) \cdot FT_{**km-1}(t) \quad (11)$$

したがって，開始時刻の確率密度関数は以下の式の通り微分することで求めることができる。

$$st_{ijk}(t) = ST_{ijk}'(t) \quad (12)$$

Target Operation-1 の終了時刻の確率密度関数は，コンボリユーションによって求めることができる。

$$ft_{ijk}(t) = \int_{\tau=0}^t pt_{ijk}(\tau) \cdot st_{ijk}(t-\tau) d\tau \quad (13)$$

以上のように，オペレーションの開始時刻および終了時刻の確率密度関数の算出という処理を繰り返すことにより，STEP2 で得られたスケジュールにおけるすべてのオペレーションの開始時刻と終了時刻の確率密度関数を求めることができる。

したがって，総処理時間の累積分布関数 $MS(t)$ は (14) 式から求めることができる。

$$MS(t) = \prod_{j=1}^{\varphi} MFT_{j**}(t) \quad (14)$$

ただし， $MFT_{j**}(t)$ は，工作機械 j で加工する最後のオペレーションを示す。

総処理時間の確率密度関数における平均値と標準偏差の 3 倍の和を総処理時間のばらつき $MS_{3\sigma}$ として定義する。

3. ケーススタディ

本研究で提案する手法の有効性を検証するために，作業者 6 人が工作機械 6 台を用いて加工プロセスを実行する加工システムを対象としてケーススタディを行った。生産するジョブは 20 個とし，各ジョブは 3～6 のオペレーションを持つ。

2.2 節 STEP1 で述べた作業者の工作機械への配置に関しては，目的関数として (6) 式，(7) 式に加えて，比較用に各工作機械における加工時間の平準化を目的とした以下の (15) 式も用いた。

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{\varphi} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^{\omega} |\mu_{ijkm} - ave_{\mu}| \quad (15)$$

ただし,

$$ave_{\mu} = (1/\varphi) \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{\varphi} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^{\omega} \mu_{ijkm} x_{ij} \quad (16)$$

表 1 にケーススタディの結果を示す. このケーススタディでは, 作業者の工作機械への配置の組合せが 6!個, およびディスペッチングルールが 6 個あるため, 4320 通りの解が存在する. 提案手法および比較手法で得られた結果の順位を表 1 に示す. また, スケジュール結果から得られたガントチャートの一例を図 3 に示す.

Table1 Results of case study

Objective functions	$MS_{3\sigma}$			Ranking		
	Eq.(6)	Eq.(7)	Eq.(12)	Eq.(6)	Eq.(7)	Eq.(12)
SPT-TWKR	749.2	749.2	765.3	43	43	232
FCFS	799.5	799.5	811.9	676	676	772
MWKR	746.9	746.9	750.3	6	6	73
LPT	1000.2	1000.2	1003.8	3606	3606	3610
FOR	907.6	907.6	905.0	2194	2194	2184
LWKR	910.0	910.0	915.4	2210	2210	2244

Fig.3 Gantt chart of case study results

4. 結言

作業者の加工時間のばらつきをベータ分布と仮定し, 工作機械への作業者の配置および工作機械において実行するオペレーションの順序を決定する手法を提案した. また, ケーススタディを行うことで提案手法の有効性を検証した. この結果, 総作業時間のばらつきを考慮した適切な作業者の工作機械への配置およびスケジュールを作成することができた.

文 献

- (1) 岩村, 他 3 名, 日本機械学会論文集, C 編, Vol.76, No.766, (2010), pp.1602-1609.
- (2) 吉川, 春名, 土木学会論文報告集, 施工計画システムへの確率 PERT の導入に関する研究, (1970).