G0310505

画像相関法による変位場測定データを用いた J 積分評価

山根弘人^{*1}, 米山聡^{*2}, 有川秀一^{*2}, 渡部康明^{*3}, 浅井竜彦^{*3}, 塩川国夫^{*3}, 山下満男^{*3}

J-integral Evaluation from Measured Displacement Fields Using Digital Image Correlation

Hiroto YAMANE^{*1}, Satoru YONEYAMA^{*2}, Shuichi ARIKAWA^{*2}, Yasuaki WATANABE^{*3},
Tatsuhiko ASAI^{*3}, Kunio SHIOKAWA^{*3} and Mitsuo YAMASHITA^{*3}^{*1, *2}Department of Mechanical Engineering, Aoyama Gakuin University, Sagamihara 252-5258, Japan^{*3}Fundamental Technology Research Center, Fuji Electric Co., Ltd., Tokyo191-8502

In this paper, a method for evaluating the J-integral for the displacement field obtained by digital image correlation without modeling the stress strain relationship is proposed. First, the displacement gradient and strain are determined from the displacements using a local least-squares method on the domain of integration. Next, the stress components are determined from the strain using the Hencky's equation and material properties. Finally, the J-integral value is determined by the numerical integration on the domain of integration. The usefulness of this evaluation method is verified by applying this method to the displacement field obtained from the elastic-plastic finite element analysis and digital image correlation.

Key Words : Elasto-Plasticity, Fracture Mechanics, Digital Image Correlation, J-integral

1. 結 言

航空機産業や原子力分野などにおいて、製造時や供与中に発生した欠陥を対象として、破壊力学的な構造物の健全性評価が行われている。き裂や欠陥を有する材料の破壊現象を定量的に扱うパラメータとしては応力拡大係数 K , J 積分, き裂開口変位 δ などが用いられる⁽¹⁾。物体の形状・寸法・荷重条件などが異なっているとしても、このパラメータの値が同一ならば、同様の破壊現象が起きると予測する事が可能である。このような破壊力学パラメータの評価は、一般的にはハンドブック⁽¹⁾を参照とするか、もしくは有限要素解析⁽²⁾により行われる事が多いが、実機では対象の形状や境界条件が複雑な場合が多い事から、これらの手法で得られた値の信頼性が問題となり、このため実機において予期しない破壊が見られる。

また近年では、画像相関法(DIC)などの光学的測定を用いてき裂先端近傍の変位分布を容易に所得する事が可能になっている⁽³⁾。したがって、境界条件が取得できていなくても、き裂や欠陥を有する製品において光学的な測定法を用いて取得した変位分布から破壊挙動を評価する事が可能であると考えられる。光学的測定法から得られた変位場から応力拡大係数 K や J 積分の値を求める方法についてはこれまで多くの研究⁽⁴⁻⁶⁾がなされている。しかし、これらの手法において、ひずみから応力を算出する際には、応力ひずみ関係をモデル化した構成式を用いてひずみから応力を算出しており、このモデル化する際の近似の誤差が J 積分の値に影響すると考えられる。

本研究では DIC から得られたき裂先端近傍の変位分布から応力ひずみ関係をモデル化せずに実験から得られた応力ひずみ線図から直接的にひずみから応力を決定する。これにより、応力ひずみ関係を近似する際の誤差の影響がなくなり、J 積分の評価をより精度良く行う事が可能になると考えられる。本手法を弾塑性有限要素解析と DIC から得られた変位場に対してそれぞれ適用し、有効性を検証する。この手法を用いる事により、境界条件が得られていない場合においても、き裂先端近傍の変位場から容易に、精度良く J 積分を評価する事ができる。

^{*1} 青山学院大学大学院 (〒252-5258 神奈川県相模原市中央区淵野辺 5-10-1)^{*2} 正員, 青山学院大学 (〒252-5258 神奈川県相模原市中央区淵野辺 5-10-1)^{*3} 富士電機株式会社 (〒191-8502 東京都日野市富士町 1 番地)

E-mail: c5613136@aoyama.jp

2. J 積分評価方法

2・1 J 積分

J 積分は線形弾性体ではき裂進展に伴うポテンシャルエネルギーの解放率であり、非線形弾性体では破壊力学パラメータとして、き裂先端近傍の応力場を表す。また、全ひずみ理論に従う弾塑性体においても、除荷がない時はその力学的な挙動は非線形弾性体と同様のように表せる⁽⁷⁾。米山ら⁽⁵⁾は画像相関法から得られたき裂先端近傍の変位分布から J 積分を評価する際に経路積分、領域積分の両手法を用いて評価を行っている。この結果から領域積分を用いる事によって、実験データで評価する際の変位の測定誤差による J 積分値の誤差を軽減できる事が明らかになっている。このため、本研究においても領域積分を用いて評価を行う。J 積分は次式で定義できる。

$$J = \int_A \left(W \frac{\partial q}{\partial x_i} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial x_j} \right) dA \quad (i, j = x, y) \quad (1)$$

式(1)において A は図 1 に示すようなき裂先端周りの 2 つの境界 Γ_0 と Γ_1 とき裂面で囲まれた領域であり、 W はひずみエネルギー密度、 u_i は領域上の変位成分を示している。また q は外側の境界 Γ_0 上で 0、内側の境界 Γ_1 上で 1 となる任意の関数である。 q は次式を用いる。

$$q = \frac{r_{out}^2 - \{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2\}}{r_{out}^2 - r_{in}^2} \quad (2)$$

r_{out} , r_{in} はそれぞれ積分領域の外径と内径であり、 x_0 , y_0 はき裂先端の座標である。線形弾性の場合、この変換は正確であり、荷重が比例的、つまり除荷が発生しなければ非線形の場合でも正確である。また、J 積分値が積分領域に依存せず、領域独立性を持つ。

Fig. 1 Domain of integral

2・2 評価手順

DIC などの変位測定法によりき裂先端近傍の変位場が得られていると考える。得られた変位場から変位勾配を求めるが、その方法としては、局所最小二乗法を利用する。さらに、求めた変位勾配から応力を算出する。本研究では変位場から評価を行う事から、応力やひずみの履歴は考慮しない。このため、全ひずみ理論に基づくものとする、弾塑性体における応力ひずみ関係は次式で表す事ができる⁽⁸⁾。

$$e_{ij} = \left(\phi + \frac{1}{2G} \right) s_{ij} \quad (3)$$

ここで、 G はせん断弾性係数、 e_{ij} , s_{ij} は偏差ひずみと偏差応力、また、 ϕ は加工硬化法則に依存するパラメータであり、次式で表される。

$$\phi = \frac{3\varepsilon_e^{(p)}}{2\sigma_e} \quad (4)$$

上式において、 $\varepsilon_e^{(p)}$ と σ_e は相当塑性ひずみと相当応力である。草柳ら⁽⁶⁾はひずみから応力を算出する際、式(4)における ϕ をRamberg-Osgoodのモデルから求め、応力ひずみ関係をモデル化する事によりひずみから応力を求めている。しかし、モデル化の際の近似の差がJ積分値に影響すると考えられる。このため、実験データから得られたJ積分値について精度良く評価するために、本研究では応力ひずみ関係をモデル化せずに応力を算出し、J積分を評価する。この際に ϕ について求める必要がある、 ϕ は相当塑性ひずみ $\varepsilon_e^{(p)} (= \varepsilon_e - \varepsilon_0)$ と相当応力 σ_e の関数である事から、単軸の引張試験から得られた応力ひずみ関係から直接的に ϕ を求める事ができる。また、ひずみエネルギー密度 W は $W = \int_0^{\varepsilon_y} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$ である事から

$$W = \frac{1}{2E} \left\{ \sigma_e^2 + (1-2\nu) \left(\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2 \right) \right\} + \frac{2}{3} \sigma_e^2 \phi - \int_0^{\sigma_e} \varepsilon_e^{(p)} d\sigma_e \quad (5)$$

となる。上式の積分部分に関しては事前に単軸の応力ひずみ線図の各応力値をから求めておいた値を用いる。実際にひずみエネルギー密度を算出する際には、直線補間を利用する事により積分計算の部分を求める。そして、各々の過程で得られた値をJ積分の領域積分の定義式である式(1)に代入する事によりJ積分値を算出する。

3. 弾塑性有限要素解析から得られた変位場に対する適用

提案する手法の有効性を検証するために、弾塑性有限要素解析から得られたき裂先端近傍の変位分布に対し、本手法を適用した。モデルの形状は図2(a)に示す通りであり、き裂長さは $a=25\text{mm}$ としている。要素数は9060、要素タイプには4節点平面応力要素を用いており、材料としては純アルミニウムの焼きなまし材(A1050-O)を模擬している。図2(b)に純アルミニウムの焼きなまし材(A1050-O)において、単軸の引張試験から得られた真応力-真ひずみ線図と応力ひずみ関係をモデル化した近似曲線を示す。モデルに対して引張試験から得られた材料特性を与えて解析を行い、き裂先端近傍の変位分布($12\text{mm} \times 12\text{mm}$)を 0.2mm 間隔で抽出し、種々の荷重において積分領域内径については $r_{in}=2.0\text{mm}$ で固定し、積分領域外径を $r_{out}=2.5 \sim 5.0\text{mm}$ で変化させ、複数の積分領域で算出した。設定した積分領域上の変位勾配の値は最小二乗法を利用して算出したが、その際のデータ範囲は半径 0.8mm の円形とした。その後、式(3)から応力成分を、式(5)からひずみエネルギー密度を算出し、得られた値を式(1)に代入してJ積分値を評価した。また、本解析においては本手法の有効性を検証するために応力ひずみ関係をモデル化した手法とモデル化しない手法でそれぞれJ積分値を算出し、両手法を比較する。

Fig. 2 (a) Specimen for simulation and experiment and (b) stress/strain response of homogenous material

Fig. 3 Displacement distribution obtained by finite element analysis ($a=25\text{mm}$): (a) u_x ; (b) u_y ($P=1736\text{N}$)

Fig. 4 (a) J value obtained by various methods and (b) relative error

図3は有限要素解析から得られたき裂先端近傍の変位分布である。変位分布において、き裂先端は座標軸の中心であり、き裂面はき裂先端の左側に位置している。また、図4は弾塑性有限要素解析から得られた変位場から本手法を用いてJ積分値を評価した結果である。さらに、図4(a)は本手法において、応力ひずみ関係をモデル化した手法とモデル化しない手法で各々算出したJ積分値と、本手法とは別に汎用有限要素ソフトウェアにより仮想き裂進展法 (Virtual Crack Extension Method, 以降 VCEM) を用いて得られたJ積分値を比較した結果である。この結果を見ると本手法と仮想き裂進展法から算出したJ積分値がほぼ一致しており、本手法を用いてJ積分を評価する事できると考えられる。また、図4(b)はVCEMを用いて得られたJ積分値を参照値として、モデル化する手法とモデル化をしない手法において、それぞれVCEMから算出したJ積分値に対する相対誤差を示したものである。この結果を見ても、モデル化する手法から算出したJ積分値は最大12%程度誤差があるのに対し、モデル化しない手法から算出したJ積分値は誤差が最大6%程度となっており、この結果からも、応力ひずみ関係をモデル化しない手法の方がよりJ積分値を精度よく評価する事が可能である事がわかる。

4. 画像相関法から得られた変位場に対する適用

次に本手法をDICから得られた変位場に対して適用した。供試材および試験片形状については図2と同様にA1050-Oを用いている。本実験では画像相関法により変位測定を行うため、試験片表面に白色および黒色スプレーによるランダムパターンを添付し、その表面を白色光で照らした。その後、試験速度0.1mm/minで引張試験を行い、負荷前後のランダムパターンの変動を単色8ビットCCDカメラ(1024×768画素)により1frame/sの速度で撮影した。実寸法上の1mmは画像上で約28画素とした。また画像データと同時にデータロガーTDS-530を用いて1秒後ごとに荷重を記録した。得られたき裂先端近傍の差画像から変位を算出する際の相関演算における計算領域に大きさについては、31×31画素とし、き裂先端を中心とした12×12mmの領域における変位分布を0.2mm間隔で抽出し、得られた変位分布から本手法を用いてJ積分を評価した。

Fig. 5 (a) J values for various integral domains; (b) Comparison of J values obtained by DIC and FEM

図5はDICから得られた変位分布から本手法を用いて算出した J 積分値である。図5(a)は種々の荷重において複数の積分領域で J 積分を評価した結果となっている。この結果から J 積分値が積分領域に依存しておらず、領域独立性を示している事がわかる。また、図5(b)はDICと弾塑性有限要素解析から得られた変位場に対してそれぞれ本手法を適用し、得られた J 積分値を比較した結果である、両者を比較すると J 積分値がほぼ一致している事がわかる。以上の事から、DICから得られた変位場に対して本手法を用いて J 積分を評価する事が可能であると考えられる。

5. 結 言

弾塑性体の応力ひずみ関係をモデル化せずに J 積分を求める方法を提案した。この方法を用いる事により、モデル化する手法の際に生じる、応力ひずみ関係の近似の誤差がなくなり、より実験時の J 積分の評価というのが正確になる。また、本手法を弾塑性有限要素解析とDICから得られた変位場に対して適用してその妥当性を検証し、得られた結果より、き裂先端近傍の変位分布から J 積分を評価する事が可能である事を示した。これにより、境界条件が得られていない場合でも容易に測定した変位場から J 積分を評価する事が出来るため、本手法を用いて簡便に構造部品の実験的な破壊挙動の評価を行う事ができると考えられる。

6. 参考文献

- (1) 小林英男, “構造健全性評価ハンドブック”, 共立出版 (2005).
- (2) 三好俊郎, 白鳥正樹, “有限要素法による J 積分の評価に関する研究”, 日本機械学会論文集A編, Vol. 49, No. 437 (1983), pp. 3-9.
- (3) 米山聡, “デジタル画像相関法を用いた変位ひずみ分布測定, 非破壊検査”, Vol. 57, No. 7 (2010), pp. 306-310.
- (4) Yoneyama, S., Ogawa, T. and Kobayashi, Y., “Evaluating Mixed-mode Stress Intensity Factors from Full-field Displacement Fields Obtained by Optical Methods”, *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 74, No. 9 (2007), pp. 1399-1412.
- (5) Yoneyama, S., Arikawa, S., Kusayanagi, S. and Hazumi, K., “Evaluating J-integral from Displacement Fields Measured by Digital Image Correlation”, *Strain*, Vol. 50, No. 2 (2013), pp. 147-160.
- (6) 草柳悟, 米山聡, 有川秀一, 渡部康明, 塩川国夫, “き裂近傍変位場測定データを用いた J 積分評価手順”, 実験力学, Vol. 12, No. 3 (2012), pp. 227-234.
- (7) Rice, J.R., “A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35 (1968), pp. 379-386.
- (8) 国尾武, “固体力学の基礎”, 培風館 (1977).