はり構造のモード形状に基づく複数損傷の検出感度に関する検討

荒川亮^{*1}, 渋谷嗣^{*1}

Sensitivity of Detection of Multiple Damages Using Mode Shape of Beam Structures

Ryo ARAKAWA^{*2} and Yotsugi SHIBUYA

^{*2} Department of Mechanical Engineering, Akita University
1-1 Tegata Gakuen-machi Akita-shi, Akita, 010-8502 Japan

Sensitivity of damage detection for beam structures with multiple damages is discussed. Mode shape of beam structures is estimated by strain response. The influence of damage on mode shape is shown by comparison between damaged beam and intact beam. Damages are detected from the mode shape. To detect position of the damage, continuous wavelet transform is applied to the difference in the mode shape. A peak of the wavelet transform become high with the increase of the damage level.

Key Words : Damage Evaluation, Mode Shape, Impulse Response, Health Monitoring

1. 緒 言

航空機や機械構造物において、損傷を早期に検出し、構造の健全性を評価するためのヘルスマonitoringが重要である。構造の広い領域を対象とする場合、振動応答によるヘルスマonitoringが有効である⁽¹⁾。

本研究では、振動モード形状が構造のひずみ応答から推定できることに着目し、モード形状に基づいた損傷検出の感度に関する検討を行った。複数の損傷を有するはりのモード形状を衝撃応答解析により推定した。損傷検出は推定したモード形状に基づいて行い、損傷の程度を変えて検出感度を確認した。

2. モード形状計測

損傷を有するはり構造のモード形状を推定するために、領域分割した片持はりを考える。図1は分布荷重 $p(x, t)$ を受ける複数の損傷を有するはりのモデルを示している。解析には中立軸を x とする x - z 座標系を用いる。はりは、長さ l 、幅 h とする。損傷領域は隣領域と剛性を変えることで、損傷状態を模擬するものとする。領域の境界は $l_j (j=1 \sim N-1)$ とする。固定端から j 番目の領域の運動方程式を次のように表すことができる。

$$\rho_j A_j \frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} + E_j I_j \frac{\partial^4 w_j}{\partial x^4} + R_j \frac{\partial^5 w_j}{\partial x^4 \partial t} + S_j \frac{\partial w_j}{\partial t} = p(x, t), \quad (l_{j-1} < x < l_j) \quad (1)$$

ただし、 E は縦弾性係数、 I は断面二次モーメント、 ρ は質量密度、 A は断面積、 t は時間である。また、はりの z 方向のたわみを w とする。ここで、下付き添え字

j は固定端から j 番目の領域を表している。また、 R は内部減衰係数、 S は外部減衰係数である。

衝撃集中荷重 $p(x, t)$ がはりの位置 x_p に作用するものとして、式で表すと次のようになる。

$$p(x, t) = p_0 \delta(t) \delta(x - x_p) \quad (2)$$

ただし、 p_0 は集中荷重の強さ、 $\delta(\cdot)$ は Dirac のデルタ関数である。集中荷重に対して、時間に関してフーリエ変換し、座標 x についてフーリエ級数展開する。式(1)のフーリエ変換は次のように得られる。

$$\begin{aligned} (\eta_j + i r_j \omega) \frac{\partial^4 w_j^*}{\partial x^4} - (\beta_j^2 \omega^2 - i s_j \omega) w_j^* \\ = 2 q_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n \pi x_p}{l} \sin \frac{n \pi x}{l}, \quad (l_{j-1} < x < l_j) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 w^* はフーリエ変換されたはりのたわみを示している。ただし、次のような無次元パラメータを用いている。

$$\left. \begin{aligned} r_j &= \frac{R_j}{EI}, \quad s_j = \frac{S_j}{EI}, \quad \eta_j = \frac{E_j I_j}{EI}, \\ \beta_j^2 &= \frac{\rho_j A_j}{EI}, \quad q_0 = \frac{p_0}{EI} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

また、 j 番目の領域の損傷の程度をパラメータ κ_j

Fig. 1 A uniform beam subjected to distributed load $p(x, t)$

^{*1} 正員, 秋田大学大学院工学資源学研究所 (〒010-8502 秋田県秋田市手形学園町 1-1)
E-mail: d9508005@wm.akita-u.ac.jp

として次のように定義する.

$$\kappa_j = \frac{(l_j - l_{j-1})/l}{\eta_j} \quad (5)$$

片持りの両端における境界条件と, 領域の境界における連続性を考慮し, はり表面 $z=h/2$ における垂直ひずみ ε_x のフーリエ変換 $\varepsilon_x^*(x, \omega)$ を導くことができる. 衝撃荷重の位置を変えてひずみ応答のフーリエ変換を求め, 一次共振における値を得ることで, はりの一次振動モード形状を推定する⁽²⁾.

数値計算において, 2 個の損傷を有するはりを考える. 2 個の損傷を有するはりは, 領域分割を $N=5$ とし, 固定端から 2 番目と 4 番目の領域に損傷があるものとする. ひずみ応答から推定した損傷を有するはりのモード形状を図 2 に示す. 縦軸 U はモード形状を自由端 $x=l$ における値で正規化して, 次のように表す.

$$U = \left| \varepsilon_x^*(x, \omega) \right| / \left| \varepsilon_x^*(l, \omega) \right| \quad (6)$$

ここで, 自由端における値はモード形状を滑らかに外挿することで求めた. 図中において, 実線は損傷がないはり, 破線は 2 番目の領域にある損傷の中心を $d_2/l=0.25$, 4 番目の領域にある損傷の中心を $d_4/l=0.5$ としたものである. また, それらの損傷の程度を $\kappa_2 = \kappa_4 = 0.36$ とした. 図より, 損傷を有するはりのモード形状には損傷による変化が現れていることがわかる.

3. 位置検出

損傷がモード形状に与える影響から損傷による特徴を抽出する. モード形状の差 $\xi(x)$ を次のように表す.

$$\xi(x) = U_d(x) - U_h(x) \quad (7)$$

ここで, U_d は損傷があるはりのモード形状, U_h は損傷のないはりのモード形状である. モード形状の差 $\xi(x)$ に関して, 連続ウェーブレット変換を求めることで損傷の同定を行う. ウェーブレット変換において, 端の不連続性の影響を考慮して, モード形状の差 $\xi(x)$ の両端から外側に関して, 滑らかに外挿した. 本研究では 4 次の Gaussian マザー・ウェーブレットを採用する⁽²⁾.

図 3 は, 図 2 に破線で示した 2 個の損傷を有するはりについて, モード形状の差 $\xi(x)$ を求め, ウェーブレット変換したものである. 損傷の位置に下に凸のピークが現れている.

次に, 損傷の程度とウェーブレット変換の下に凸のピーク値との関係を調べる. 図 4 は損傷を有するはりに関して, 2 番目の領域の損傷の程度 κ_2

Fig. 2 Mode shape of beams with damages and without damage

Fig. 3 Wavelet transform of first mode shape of the beam with damage at $d_2/l=0.25$, $d_4/l=0.5$

Fig. 4 Sensitivity of damage detection

を 0.36 とし, 4 番目の領域の損傷の程度を変えて示したウェーブレット変換のピーク値の結果である. 縦軸はその損傷位置に現れたウェーブレット変換のピーク値 $W_{\xi p}$ である. 図でその損傷の長さ $(l_4 - l_3)/l$ を変えて表しており, 実線は $(l_4 - l_3)/l = 0.04$, 破線は 0.02, 一点鎖線は 0.01 とした結果である. 図より, 損傷の程度のパラメータ κ_4 が大きくなると, ピーク値も大きくなっていることがわかる. また, いずれの損傷の長さでも同様の傾向を示しており, 長さ, 剛性によらず, パラメータ κ_j で j 番目の領域の損傷の程度を表現できると考えられる.

文 献

- (1) Rucka, M. and Wilde, K., *J. Sound Vibr.*, Vol.297, (2006), pp.536-550.
- (2) 荒川, 渋谷, 機論, 75A, (2008), pp.142-147.