圧電セラミックスの圧縮疲労負荷に対する疲労寿命を用いた 内部損傷発展式の定式化

和久井健一^{*1}, 水野衛^{*2}, 藤井雅留太^{*2}

Formulation of Internal Damage Evolution Equation Using Fatigue Life for Piezoelectric Ceramics under Compressive Fatigue Loading

Ken-ichi WAKUI ^{*1}, Mamoru MIZUNO^{*2} and Garuda FUJII^{*2}

Piezoelectric ceramics are applied to sensors and actuators because of quick response, high efficiency of energy conversion, generation of large force and so on. Therefore, since they are used in situation subjected to cyclic loading in products, it is concerned that change of material properties and cracks due to long-term use may affect measurement as sensors and control of products. In the present paper, focused on the development of internal damage due to compressive fatigue loading and fatigue life of piezoelectric ceramics, formulation to predict fatigue life and damage development with high accuracy was conducted. So, considering the applicability of the formula which has been proposed for metal materials to fatigue life prediction of piezoelectric ceramics, a new damage evolution equation using a fatigue life were proposed. Finally, its validity was examined by comparing the predicted results with the experimental results. As a result, both the internal damage development and fatigue life were able to be expressed.

Key Words : Piezoelectric Ceramics, Fatigue Life, Internal Damage, Compressive Loading, Damage Evolution Equation, Continuum Damage Mechanics

1. 結 言

圧電セラミックスは、高速応答、高エネルギー変換効率、大発生力などその機能性材料としての特性を活かし、繰り返し負荷を受ける圧縮荷重条件下で使用されることが多い。このような疲労負荷条件下では、圧電セラミックスに巨視的なき裂が発生・進展しないまでも、内部構造の変化や微視的な欠陥などにより材料特性が変化し、センサーやアクチュエーターとしての正確な測定や制御に影響を及ぼし、信頼性が損なわれることがある。圧電セラミックスが脆性材料であることを考えれば、巨視的なき裂の発生・進展を取り扱うのと同時に、き裂が発生する前の外部負荷による材料特性変化や内部損傷を評価し予測することは重要である。

著者らはこれまで圧電セラミックスを対象に、静的・疲労圧縮荷重による材料特性変化を実験に

より測定し、材料特性変化から内部損傷の発達を連続体損傷力学に基づき損傷変数として評価してきた⁽¹⁾。また、実験により明らかにした材料特性変化を損傷変数の関数として定式化し、静的圧縮負荷に対する損傷発展式も定式化した⁽²⁾。

そこで本研究では、著者らがこれまでに行った実験結果を基に圧電セラミックスの圧縮疲労負荷に対する内部損傷の発達を精度よく予測できる損傷発展式を連続体損傷力学に基づき定式化する。そこでまず、金属材料に対して提案された疲労寿命予測式⁽³⁾の脆性材料である圧電セラミックスへの適用性を検討する。つぎに、この疲労寿命予測式から計算される疲労寿命を用いた損傷発展式を提案する。そして最後に、実験結果と予測結果を比較することによりその妥当性を検討する。

2. 疲労寿命予測式と損傷発展式

文献(3)によれば、金属材料に対して疲労限度 σ_r に及ぼす平均応力 $\bar{\sigma}$ の効果は次式で表される⁽³⁾。

$$\bar{\sigma} = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / 2 = (1 - R_\sigma) \sigma_{\max} / 2 \quad (1)$$

$$R_\sigma = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} \quad (2)$$

^{*1} 学生員, 秋田県立大学大学院

(〒015-0055 秋田県由利本荘市土谷字海老ノ口84-4)

^{*2} 正員, 秋田県立大学 システム科学技術学部

E-mail: M13A023@akita-pu.ac.jp

$$\alpha_1(\bar{\sigma}) = \bar{\sigma} + \sigma_{i0}(1 - b\bar{\sigma}) \quad (3)$$

ここで、 R_σ は応力比、 $\sigma_{\max}$ と $\sigma_{\min}$ はそれぞれ最大応力と最小応力、 σ_{i0} は $\bar{\sigma} = 0$ のときの疲労限度であり、 b は材料定数である。

また、疲労寿命 N_F は次式で表される⁽³⁾。

$$N_F = \frac{\sigma_u - \sigma_{\max}}{\sigma_{\max} - \alpha_1(\bar{\sigma})} \left(\frac{\sigma_{\max} - \bar{\sigma}}{B(\bar{\sigma})} \right)^{-\beta} \quad (4)$$

$$B(\bar{\sigma}) = B_0(1 - b\bar{\sigma}) \quad (5)$$

ここで、 σ_u は静的破壊強度、 B_0 、 β は材料定数である。

そして、疲労寿命 N_F を用いた損傷発展式は、次式で与えられている⁽³⁾

$$\frac{\delta\omega}{\delta N} = \frac{(1-\omega)^k}{k+1} \frac{1}{N_F} \quad (6)$$

ここで、 ω は損傷変数、 N は疲労負荷の繰り返し数、 k は材料定数である。

式(6)は金属材料を対象に提案されたものであるが、圧電セラミックスへの適用性を検討した結果、圧電セラミックスに対する内部損傷の発達⁽¹⁾は式(6)では表現できないことがわかった。そこで、本論文では次式のように損傷発展式を提案する。

$$\frac{\delta\omega}{\delta N} = \frac{A'}{\exp\left(\frac{\omega^3}{k'}\right)} \frac{1}{(N_F)^n} \quad (7)$$

ここで、 A' 、 k' 、 n は材料定数である。

3. 計算結果

計算に使用した材料定数を以下に示す。

$$\sigma_{i0} = 58 \text{ MPa}, b = 0.00065, B_0 = 2300, \sigma_u = 640 \text{ MPa}, \beta = 1.95, A' = 0.76, k' = 0.055, n = 0.11 \quad (8)$$

図1に圧縮疲労負荷に対するS-N曲線の実験結果⁽¹⁾と計算結果の比較を示す。図1の記号はPZT円柱試験片に対し応力比を $R_\sigma = 0.05$ 一定とし、 $\sigma_{\max}$ を変化させながら行った実験結果⁽¹⁾であり、実線は式(4)を用いた計算結果である。

式(4)は基本的に金属材料に対して定式化された寿命予測式であるが、図1からわかるように圧電セラミックスに対しても実験結果をほぼ記述できることがわかった。なお、実験では $\sigma_{\max} = 50 \text{ MPa}$ のとき損傷が発達せず、疲労限度は $\sigma_{\max} = 100 \text{ MPa}$ 以下にあると考えられる⁽¹⁾。今回使用した材料定数(8)においても $\sigma_{\max} = 100 \text{ MPa}$ 以下に疲労限度を設

定し、式(4)は疲労限度以上の応力のときに限り有効である。

図2に実験結果を基に材料特性変化から評価した損傷変数 ω の発達と、式(4)から計算した疲労寿命 N_F を用いた損傷発展式(7)を使用して計算した予測結果を示す。今回の計算では、徐々に損傷が発達する低応力状態を対象とし、 $\sigma_{\max} = 100 \sim 300 \text{ MPa}$ での損傷の発達を予測した。

図2に記号で示した実験結果⁽¹⁾からわかるように、 $\sigma_{\max}$ が大きくなるにつれて ω の収束値が臨界損傷値 $\omega_c = 0.355$ に漸近していく様子が見られる。

これは、 $\sigma_{\max}$ が圧電セラミックスの静的圧縮破壊強度に近づくとき N_F が小さくなるからである。この収束値の変化を損傷発展式(6)は記述できている。

また、 $\sigma_{\max} = 100 \text{ MPa}$ のとき損傷変数 ω は繰り返し数 N の増加とともに滑らかに発達していくが、 $\sigma_{\max}$ が大きくなるにつれて初期の損傷発達速度が大きくなり、その後すぐ損傷変数が収束値に達する。このような損傷の発達、ならびに、 $\sigma_{\max}$ 依存性も式(7)の損傷発展式では表現できていることがわかる。

Fig. 1 Comparison of S-N curve under compressive fatigue loading between experimental result and calculation.

Fig. 2 Development of damage variable ω calculated by damage evolution equation based on fatigue life N_f in comparison with experimental results.

4. 結 言

- (1) 金属材料を対象に定式化された疲労寿命予測式でも，圧電セラミックスに対する圧縮疲労負荷による疲労寿命をほぼ表現できることがわかった．
- (2) 今回提案した疲労寿命を用いた損傷発展式は，疲労限度付近の滑らかな損傷の発達から，高い応力状態での二直線近似のような損傷の発達まで，応力依存性を含めて損傷の発達挙動を適切に表現できた．

文 献

- (1) 水野・小田切・岡安，機論 A，74-739 (2008)，pp.467-472.
- (2) 水野・西方・岡安，塑性と加工，52-601(2011)，pp.266-271.
- (3) J. Lemaitre and J.-L. Chaboche，Mechanics of Solid Materials，Cambridge University Press (1990).