EFIT・BEM ハイブリッド解法による電磁超音波法のモデル化

大月誠^{*1}, 中畑和之^{*2}, 斎藤隆泰^{*3}, 木本和志^{*4}

Numerical Modeling by Hybrid Method of EFIT and BEM for Ultrasonic Testing with EMAT

Makoto OHTSUKI^{*5}, Kazuyuki NAKAHATA, Takahiro SAITOH and Kazushi KIMOTO^{*5} Department of Civil and Environmental Engineering, Ehime University
3 Bunkyo, Matsuyama, Ehime 790-8577, Japan

Electromagnetic acoustic transducers (EMATs) are widely used in nondestructive testing for metal. The advantage of the EMAT is that a non-contact inspection is possible. To enhance the reliability and applicability of the EMAT testing, a numerical simulation tool for the EMAT testing is proposed in this study. Our tool is based on the boundary element method (BEM) and elastodynamic finite integration technique (EFIT). A hybrid usage of the BEM and EFIT produces an efficient and accurate calculation of ultrasonic wave generated from the EMAT. In this study, a simulation of ultrasonic wave propagation in a pipe is demonstrated.

Key Words :Simulation, Electromagnetic Acoustic Transducer (EMAT), Elastodynamic Finite Integration Technique (EFIT), Boundary Element Technique (BEM), Ultrasonic Wave Propagation

1. はじめに

構造部材の超音波探傷法の一つに、電磁超音波探触子 (Electromagnetic acoustic transducer: EMAT¹⁾) を用いた電磁超音波法がある。EMAT はコイルと、永久磁石または電磁石で構成されており、電磁気的作用により金属材料内に超音波を送信する。EMAT は接触媒質が不要であり、被検体表面の凹凸等の形状の影響を受けることなく、超音波が発振できるのが特徴である。これまで EMAT を数理的にモデル化する試みが報告されているが、電磁場と弾性波動場を連成して解く必要があることから、計算資源あるいはモデルの作成の複雑さから、多くは 2 次元解析に留まっている²⁾。

本研究では、今後の 3 次元解析を見据えて、効率的に EMAT のシミュレーションを実施するための要素技術の開発を試みる。ここでは、簡単のためローレンツ力型の EMAT をモデル化の対象とする。本手法は、電磁場解析は境界要素法 (Boundary Element Method: BEM³⁾) を用いて開領域で行い、弾性波動場の解析は動弾性有限積分法 (Elastodynamic Finite Integration Technique: EFIT⁴⁾) を用いて閉領域で行う。このハイブリッド解法によって、計算資

源を節約し、効率的なシミュレーションが可能となる。以下では、本手法の説明と数値解析例について述べる。

2. EMAT による超音波の発生と固体内の伝搬

EMAT による超音波の発生と固体内の伝搬について図 1 に概略をまとめた。EMAT はコイルと永久磁石から構成され、以下の要領で超音波が発信される。

- 送信用 EMAT の永久磁石により静磁場 (磁束密度 B_0) が形成される。
- 送信側のコイルに電流 J_t を流すと、金属固体 (導体) の表面付近の磁場が変化し、金属表面に誘導電流 J_e が流れる。
- 誘導電流 J_e と送信側の静磁場 B_0 との相互作用により、固体の内部にローレンツ力 f が発生する。
- 発生したローレンツ力によって固体粒子が速度 v で振動し、この振動が超音波として固体内を伝搬する。

Fig. 1 Mechanism of ultrasonic generation from EMAT.

^{*1} 非会員, 愛媛大学大学院理工学研究科^{*2} 正 員, 愛媛大学大学院 (〒790-8577 松山市文京町 3)^{*3} 非会員, 群馬大学大学院工学研究科^{*4} 非会員, 岡山大学大学院環境学研究科

E-mail: nakahata@cee.ehime-u.ac.jp

3. BEM・EFITのハイブリッド解法

EMAT をモデル化するために、解析過程を2つに分類する。2節で述べた(a)～(c)のプロセスによって EMAT から固体内部に超音波が発生するが、このときの静磁場は、厳密には無限遠まで影響するため、無限遠を扱うことができる BEM を用いることで、無限遠の処理を行うことなく精度の良い解析を行うことができる。一方(d)のプロセスでは、超音波は固体内でのみ伝搬するため、領域型解法である EFIT が便利である。このように両者の解法を上手く組み合わせることにより精度及び効率の良い解析を行うことができる。

本研究では非磁性体をモデル化の対象とする。非磁性体では、コイルに流れる電流による磁場は、永久磁石がつくる静磁場に比べて無視できるほど小さい。これにより静磁場と電流場を独立に計算することができる。また、通常の EMAT に用いる周波数帯域では、コイルに流れる伝導電流に対して変位電流を無視することができる準静磁場の仮定³⁾を用いる。

3・1 境界要素法 (BEM) による渦電流解析 金属内部に発生するローレンツ力 f を求めるために、ここでは BEM を用いた渦電流解析を行う。デカルト座標系を (x_1, x_2, x_3) とし、超音波は x_1 - x_2 平面内で偏向して伝搬するものとする。Maxwell 方程式を電磁ポテンシャル $A=(A_1, A_2, A_3)$ を用いて表現する。このポテンシャル A が満たす支配方程式は、コイルを含む空気領域 Ω_a 、金属内部の領域 Ω_c に対して、次のように表すことができる。

$$\nabla^2 A_3 = -\mu^0 J_{i3} \quad \text{in } \Omega_a \quad (1)$$

$$\nabla^2 A_3 - \mu\sigma \frac{\partial A_3}{\partial t} = 0 \quad \text{in } \Omega_c \quad (2)$$

ここで、 μ^0 、 μ は空気中と金属体中の透磁率であり、 σ は電気伝導率、 t は時間を表す。本研究では、送信 EMAT におけるコイルに印加される交流電流 J_i は x_3 方向とする。従って、上式は A の x_3 方向成分についてのみ支配方程式を記述している。

境界要素法を用いて解析するために、式(1)と(2)に等価な積分方程式を導くと、次のようになる。

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x})A_3(\mathbf{x}, t) = & \int_{S_a} \Lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y})Q_3(\mathbf{y}, t)dS_y \\ & - \int_{S_a} \Theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})A_3(\mathbf{y}, t)dS_y \\ & + \int_{S_b} \mu\Lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y})J_{i3}(\mathbf{y}, t)dS_y \quad \text{in } \Omega_a \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x})A_3(\mathbf{x}, t) = & \int_{S_c} \Upsilon(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * Q_3(\mathbf{y}, t)dS_y \\ & - \int_{S_c} \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * A_3(\mathbf{y}, t)dS_y \quad \text{in } \Omega_c \end{aligned} \quad (4)$$

ここで C はフリータームと呼ばれる定数であり、 Q_3 は $Q_3 = \partial A_3 / \partial n_y$ ($\partial / \partial n_y$ は点 y における法線方向微分を表す)、 $*$ は合成積を表す。また、 $\Lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ と $\Theta(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は 2 次元ラプラス方程式における基本解と二重層核、 $\Upsilon(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ と $\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は 2 次元拡散方程式における基本解と二重層核である。積分方程式(3)は、空気領域 Ω_a から見た金属表面 S_a とコイル境界 S_b からなる積分方程式となっている。一方、式(4)は金属領域 Ω_c から見た金属表面 S_c からなる積分方程式である。式(3)と(4)を連立して解くために、境界 S_a と S_c 上における A^a , Q^a , A^c , Q^c に関する連続条件

$$A^c = A^a \quad (5)$$

$$Q^c = -\frac{\mu^0}{\mu} Q^a \quad (6)$$

を考慮すれば、 A_3 と Q_3 が求められる。次に、この A を用いて、渦電流 $J_e = -\partial A / \partial t$ を求める。渦電流 J_e が求められれば、ローレンツ力 f は永久磁石が作る静磁場 B_i を用いて

$$f = J_e \times B_i \quad (7)$$

により求めることができる。

3・2 動弾性有限積分法 (EFIT) による超音波伝搬解析 式(7)で求めたローレンツ力によって、固体粒子が励起され、この振動が超音波として伝搬する。固体の粒子速度を v 、応力を τ とすれば、運動方程式と構成則を微小領域 V (その境界 S) で積分した形は次式となる。

$$\int_V \rho \dot{v}_i dV = \int_S \tau_{ij} n_j dS + \int_V f_i dV \quad (8)$$

$$\int_V \dot{\tau}_{ij} dV = \int_S \lambda v_k n_k \delta_{ij} + \mu (v_i n_j + v_j n_i) dS \quad (9)$$

ここで、 λ と μ は Lamé 定数、 ρ は密度、 n は S 上の外向き法線、 $\{\cdot\}$ は時間微分である。本研究では 2 次元波動場を仮定しているため、積分領域 V として 1 辺の長さが Δx の正方形セルを考える。この領域積分においてセル内で物理量および材料定数が一定と仮定することで、空間上の離散化を行う。また、時間 t に対して v と τ を中心差分で近似する。

$$\{v_i\}^z = \{v_i\}^{z-1} + \Delta t \{\dot{v}_i\}^{z-\frac{1}{2}} \quad (i=1, 2) \quad (10)$$

$$\{\tau_{ij}\}^{z+\frac{1}{2}} = \{\tau_{ij}\}^{z-\frac{1}{2}} + \Delta t \{\dot{\tau}_{ij}\}^z \quad (i, j=1, 2) \quad (11)$$

ここで、 z は整数、 Δt は時間ステップ幅である。式(10)と(11)に基づいて、粒子速度と応力を交互に計算しながら、解を陽的に更新する。

4. 円筒管中の超音波伝搬解析

図2に示すような、直径900mmのアルミニウム製の円筒管の外径部に EMAT を設置した場合に放射される超音波の周方向伝搬を考える。EMAT 中に磁石は3つ内蔵されており、リフトオフは1.5mmとした。コイルに与える電流 J_0 は、1.0MHzの正弦波1波を与えた。解析に用いた電磁気パラメータや金属の材料定数等は表1のとおりである。

時刻 $t=0.5, 1.5, 2.4, 3.5, 5.9, 11.9\mu\text{s}$ における金属内の超音波の伝搬挙動を図3に示す。このスナップは金属材料の変位の絶対値 $|u|$ に色をつけたものである。時刻 $t=0.5\mu\text{s}$ において、試料内の EMAT 近傍で超音波が励起されているのが確認できる。 $t=1.5$ と $2.4\mu\text{s}$ では、縦(P)波と横(S)波の発生がそれぞれ見られる。 $t=3.5\mu\text{s}$ では、円筒管の内径部でP波が反射している。 $t=5.9\mu\text{s}$ 以降は、P波とS波が周方向に伝搬していくのがわかる。

Fig. 2 Numerical model for EMAT testing of a pipe.

Table 1 Numerical parameters

Parameters	Value
The diameter of a coil : d [mm]	0.4
Center frequency : f_0 [MHz]	1.0
Permeability : $\mu = \mu^0$ [H/m]	$4\pi \times 10^{-7}$
Conductivity : σ [S/m]	4.0×10^7
Current density : J_0 [A/m ²]	1.0×10^4
Magnetization : M [T]	1.3
Density : ρ [kg/m ³]	2700
P-wave velocity : c_P [m/s]	6420
S-wave velocity : c_S [m/s]	3120

Fig.3 Snapshots of ultrasonic propagation in a pipe.

5. 結 語

本研究では、電磁超音波法をモデル化するために、BEMとEFITのハイブリッド解法を提案した。電磁場の解析はBEMを用い、弾性波動場の解析にはEFITを用いることで、高精度で計算コストを抑えた効率の良いシミュレーションが可能となった。今後は、3次元波動場に拡張すること、強磁性体中に対応したモデルを考案することが課題である。

文 献

- (1) Alers, G. and Ogi, H., *EMAT Techniques, in Handbook of Elastic Properties of Solids, Liquids, and Gases*, Academic Press, New York, Vol. I (2001), pp. 263-281.
- (2) Maruyama, S., Sugiura, T. and Yoshizawa, M., Mechanism of detecting ultrasonic waves by an electromagnetic acoustic transducer, *Japan Society of Mechanical Engineering, Series C*, Vol.66, No.642 (2000), pp. 36-43, in Japanese.
- (3) Saito, T., Simulation of ultrasonic wave using BEM, *Nondestructive Testing*, Vol.60 (2011), pp. 210-215, in Japanese.
- (4) Nakahata, K. et al., Simulation of ultrasonic and electromagnetic wave propagation for nondestructive testing of concrete using image-based FIT, *Journal of Computational Science and Technology*, Vol.6, No.1, (2012), pp.28-37.
- (5) Ludwig, R., Numerical simulations of an electromagnetic acoustic transducer-receiver system for NDT applications, *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol.29, No.3 (1993), pp. 2081- 2089.