3311 エネルギー収支に着目した新しい最適制御

A Newly Developed Optimal Control Theory Based on Energy Equation

○正 福島 直人 (東工大), 正 萩原 一郎 (東工大)

Naoto FUKUSHIMA, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, Ookayama, Meguro, Tokyo 152-8552

Ichiro HAGIWARA, Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, Ookayama, Meguro, Tokyo 152-8552

Abstract: A Newly developed optimal control theory based on energy equation is introduced. The point of this theory is to utilize the self solving mechanism which is included in closed loop systems as a general characteristic. For this purpose, the energy equation of controlled system is focused on. In this method, the functional consists of total energy of controlled system, performance function and energy function. This energy function is described by energy flow which is transmitted from controller to controlled system. Being shown as a first-order expression concerning control variables, the functional is able to induce the optimal system equation from the condition which minimizes the functional. Then optimal control is realized by putting the optimal equation into a closed loop system without solving the equation. This method is useful for nonlinear mechanical control systems because real time control can be realized by this method.

Key Words: Optimal Control, Energy Equation, Closed Loop System, Mechanical System.

1. まえがき

約 50 年前にポントリヤギンらによって導かれた最大原理⁽¹⁾に端を発する最適制御理論はその後のシステム制御工学発展に大きな影響を与えた⁽²⁾。しかし、例えばここ 20 年来進展が著しいロボットなどの機械力学系システムの実時間制御ではこの理論は使いづらくそれほど効力を発揮していない。

この要因は非線形微分方程式を 2 点境界値問題として解析的に解くことの困難さにあると思われる。この“解析的”という条件を取り去れば、多くの非線形制御問題はオフラインによる繰り返し計算により初期値に依存した開ループ形の数値解が得られる。しかし、ロボットや車の運動制御など多くの機械力学系の実時間最適制御では、一般に有限評価区間が時間とともに移動するような評価関数を用いなければならず、この場合には msec オーダーの制御周期毎に前記繰り返し計算が必要となって制御装置に与える演算負荷が莫大になり現在の最先端のハードウェア技術をもってしても実現は困難である。これが非線形最適制御問題の解析解(これにより実時間制御が可能になる)が必要とされる背景であり、従来の最適制御理論がその適用を阻んでいる壁である。

このような現実に対して、従来の延長線上にない抜本的な解決策を探る必要があると考え既に新しい手法を提案している⁽³⁾。本論文はこの手法について、新しく“閉ループ系の特性”という視点から解釈を加えてその特徴を明確にしたものである。即ち、“閉ループ系は本来、ハードウェアである制御対象の運動と制御則とを称するソフトウェアで記述された制御対象のあるべき運動との連立微分方程式を実時間で解いている”という事実を前面に出した制御理論であり、この理論により前述の壁を打開できることを示す。さらにこの理論を具体的な問題に適用した場合の有用性を示す。

2. 新しい最適制御理論の試み

2.1 従来の最適制御理論の概要

従来の最適制御則を求める手順の概要を述べれば、最小化すべき評価関数の被積分関数に付帯条件として制御対象の状態方程式の右辺と随伴変数の積を加えてこれをハミルトニアン H とし、この H を制御変数 u で偏微分したものをゼロと置いたときこれを満たす u が最適制御則になるということになる⁽⁴⁾。ここで求まる制御

則には随伴変数が含まれているため、結局随伴変数についての微分方程式も解かねばならず、最適制御則を解析的に導くことは容易ではない。そのため様々な研究がなされてはいるが、依然として前述の実時間最適制御問題への適用は大きな課題である⁽⁵⁾。この解決策として次節のような微分方程式を解かなくても解析解が求まる制御理論を提案している。

2.2 エネルギー収支に着目した新しい最適制御理論の概要

一般的に最適制御では制御則 u を計算するのに制御対象の出力を用いるため図 1 のような閉ループ系を構成する。ここに紹介する理論はこのような閉ループ系が持つ“自分で微分方程式を解く性質”を積極的に活用するものである。次節に詳述するように、評価関数をパワー収支をベースに構成する。具体的には、制御入力に関する評価関数を制御装置から制御対象に伝達されるエネルギーとし、これに制御性能を表現する関数を加え、さらに制御対象の完全なエネルギー収支の式を加えて全体の評価関数とする。こうするとこの評価関数を最小化する条件から新しく u を入力とし q を出力とする微分方程式が導かれ、この逆特性を閉ループに組み込むことで微分方程式を解かずに最適制御が実現できる。この手法は制御対象が線形・非線形を問わず適用できるため、主として機械力学系システムの比較的広範囲の実時間最適制御問題に適用できる。

Fig. 1 Block Diagram of Optimal Control System

2.3. なぜ微分方程式を解かなくてよいのか

上記をもう少し詳細に説明する。制御対象のパワー収支式は、式(1)に示すようにシステムの各自由度毎の運動方程式をベクトル表示しこれに速度ベクトルを乗じたものである。これを積分すればエネルギー収支式が得られる。

$$u^T \dot{q} + v^T \dot{q} - \dot{q}^T M(q) \dot{q} - d^T(q, \dot{q}) \dot{q} - e^T(q, z) \dot{q} = 0 \quad (1)$$

ここで, $d, e, q, u, v, z \in \mathbb{R}^n$, $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は慣性マトリクス, n は制御対象の自由度, q は一般化座標, u は制御入力である. v は力入力の外乱, z は変位入力の外乱である. d はコリオリ力や遠心力やダンピング力など, e はポテンシャル力である.

上記のシステムに対し, 従来理論に準じ次の評価関数を考えてみる.

$$J = \int \{g(q, \dot{q}, \ddot{q}) + r u^T \dot{q}\} dt \quad (2)$$

ここで g は制御性能の評価を与えるスカラー関数であり, $u^T \dot{q}$ は制御装置のアクチュエータが制御対象に加えるパワー, r は重み係数で正定値である. 一般化座標 q とその 1 階, 2 階の導関数の初期値は与えられているものとする. 本理論は実時間制御を対象としているため, 有限評価区間を前提としている. 即ち t_0 を制御開始時点, T を評価時間とすれば評価区間は $[t_0, t_0+T]$ のように表示される. 後に明らかになるように, 本理論では評価関数は理想システムを求めるためのみに存在するため, 従来の最適制御理論のような 2 点境界値問題を構成しない. 従って T はシステムが制御されている時間より大きめに設定すればよくその大きさは制御則に影響しない. また式 (2) が最小値をもつことは制御対象が受動的⁽⁶⁾であることを利用して容易に証明することができる. 最適制御の必要条件を求めるため次のスカラー関数 L を定義する.

$$L = \kappa \{u^T \dot{q} + v^T \dot{q} - \dot{q}^T M(q) \dot{q} - d^T(q, \dot{q}) \dot{q} - e^T(q, z) \dot{q}\} + g(q, \dot{q}, \ddot{q}) + r u^T \dot{q} \quad (3)$$

上式右辺の $\{\}$ 内は, 式 (1) の左辺と同じで制御対象の全パワー収支であるからエネルギー保存則を満たし常にゼロである. 従って L の積分を最小化する条件は, 式 (2) も最小化する. κ は形の上では従来理論においてシステムの付帯条件を考慮するために導入された随伴変数に相当するものであるが, 本理論では κ は定数でよくその意味合いはパワー収支式を制御則に反映させるための重み係数になる. 上式のスカラー関数 L の構成は従来理論の展開に沿って評価関数に制御対象の付帯条件を加えた形にしたが, 随伴変数を持たないため次式のように L 全体を評価関数の被積分関数と考えてもよい.

$$J = \int \{g(q, \dot{q}, \ddot{q}) + r_s u^T \dot{q} + r_p P(q, \dot{q}, \ddot{q})\} dt \quad (4)$$

$$\text{ここで, } L = g(q, \dot{q}, \ddot{q}) + r_s u^T \dot{q} + r_p P(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (5)$$

上式中の P は $P(q, \dot{q}, \ddot{q}) = -v^T \dot{q} + \dot{q}^T M(q) \dot{q} + d^T(q, \dot{q}) \dot{q} + e^T(q, z) \dot{q}$ のように表されシステムのパワー収支式から制御入力を除いた項, r_s, r_p は重み係数で正定値である. これより J の最小化は性能指標に加え制御入力エネルギーとシステムの蓄積・散逸エネルギーを最小化することになり意味が明確である.

J を最小化するための必要条件は次のオイラー・ポアソンの方程式⁽⁷⁾から得られる. $\partial L / \partial u = 0$ は解を持たないため, 次式に制御に関するすべての情報が集約される.

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\partial L}{\partial \ddot{q}} \right) = 0$$

上式を積分し積分定数をゼロとすると次式になる.

$$\int \frac{\partial L}{\partial q} dt - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \ddot{q}} \right) = 0 \quad (6)$$

この積分定数は u の初期値に影響するが, 一般にこのような不定積分の積分定数を決める条件は見当たらず, 特殊なケースを除きゼロとすることで良い結果が得られている. 具体的には 3 章に適用例を示す.

式 (5) を式 (6) に代入すると次のようになる.

$$\int \frac{\partial g}{\partial q} dt - \frac{\partial g}{\partial \dot{q}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial g}{\partial \ddot{q}} \right) + r_s u^T + r_p \left\{ \int \frac{\partial P}{\partial q} dt - \frac{\partial P}{\partial \dot{q}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial P}{\partial \ddot{q}} \right) \right\} = 0 \quad (7)$$

式 (6) は L を状態量で偏微分したものであるため, 式 (7) の意味は L の積分を最小化するために状態量がどう振舞うべきかを記述した運動方程式であって, 決して制御則ではない. 別の見方をすれば, L の積分を最小化するための仮想的なあるいは理想的なシステムの運動方程式を記述したものともいえる.

式 (7) の u 以外の項を右辺に移項すれば次式のように制御則らしきものが得られ, これで制御するとかなりうまくいくことがわかってきた.

$$u^T = \frac{1}{r_s} \left[r_p \left\{ \int \frac{\partial P}{\partial q} dt - \frac{\partial P}{\partial \dot{q}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial P}{\partial \ddot{q}} \right) \right\} + \frac{\partial g}{\partial q} - \frac{\partial g}{\partial \dot{q}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial g}{\partial \ddot{q}} \right) \right] \quad (8)$$

式 (8) はこの理想的なシステムの入出力を逆にしたもの形での上では制御則ではある. これが最適制御則ということになれば, 関数 P や g がどのような複雑で非線形な形であろうと簡単な操作でほぼ自動的に求まるため適用分野も広く極めて有益な手法となりうる. しかも式 (7) は理想的なシステムの微分方程式であり初期値を決めれば全てが確定するため評価区間終端の境界条件は意味を失い, 2 点境界値問題を扱う煩雑さがなくなる.

では一般論として理想的な特性の逆特性を制御則として用いると最適制御則になるのであろうか, 実はここに閉ループ系の重要な性質が隠されているのである. 隠されているというのは少し大袈裟で当たり前すぎて誰も注目しなかったという方が正しいかもしれない. 一言でいえば閉ループ系には方程式を解く性質があるのでこれを前面に出した手法にすればよいということである. 以下図 2 により具体的に説明する.

Fig. 2 Self Solving Mechanism of Closed Loop System

図 2(a) の上段のブロックは u を入力とする制御対象 A の微分方程式 (式 (1) を速度ベクトルで除したもの) に相当を表し, 下段のブロックは同じ u を入力とする理想特性 B (式 (7) に相当) を表している. 制御入力 u によって制御対象をあたかも理想特性であるかのように振舞わせたい訳であるから, u が J を

最小化する最適制御であれば、制御対象と理想特性に u を入力した場合に双方の出力 q_1, q_2 が同じになるはずでありこれが最適制御であるための必要条件となる。

このような u を求めるためには、図2(b)のように制御対象と理想特性の方程式を連立させて u を消去した微分方程式を解いて q を求め、この q を理想特性の逆特性(式(8)に相当)に入力して求めることになる。

しかし、ここで、図2(c)のように理想特性の逆特性を用いて閉ループを構成すると、閉ループ系の性質により結果的に前記連立方程式を解いたことになり、微分方程式を解かずに最適な u を求めることができる。閉ループ系であるためBの逆特性出力とA特性入力、A特性出力とBの逆特性入力は同一波形である。このことからシステムAとシステムBの順特性とは単独で見た場合 u に対する応答が同一になっていなければならない、これよりシステムAとシステムBの順特性の連立微分方程式の解 q が得られたということになる。

このように、閉ループ系の特性を利用して“制御対象を理想特性に変換するという発想をベースにした制御理論”はおそらく初めてであろうと思う。しかもシステム特性を変換するだけであるから微分方程式を解く必要はなく、制御システムの中で制御対象であるハードウェアの実際の運動とコンピュータ内の理想運動方程式が協調して実時間で連立方程式を解いてくれる。式(8)の制御則には未実行の微積分項が含まれているが、全ての外力と状態量が検出あるいは推定できることを前提にすればこれらの実時間での実行が可能であり使い勝手の面では通常の状態フィードバック制御則との差異はない。

3. 本理論の適用例

本制御理論によると、式(4)の形の評価関数を用いる限り g や P がどんな複雑な関数形であろう容易に制御則が求まる。この点が、複雑な散逸構造を有する系や性能の評価関数が複雑な関数形で表示される場合の最適制御問題に対し極めて有力な手法であることを明らかにする。

3.1 複雑な散逸構造を有する系への適用 複雑な散逸構造を有する系の代表として図3に示す自動車の運動を取り上げる。このような簡略化されたモデルでも xy 方向の運動が連成するため立派な非線形運動になるが、さらにタイヤの横すべりによる横力は散逸エネルギーとなりこのタイヤ横力特性が車両の状態に依存するため全体として極めて複雑な散逸構造を形成する。このような複雑な散逸構造を持ったシステムの最適制御則を線形近似せず解析的に導いた例は今までに皆無である。以下に車両モデルの運動方程式とタイヤ特性式を示す。

$$m(\dot{V}_x - V_y \dot{\phi}) = \sum_{i=1}^4 X_i \quad (9)$$

$$m(\dot{V}_y + V_x \dot{\phi}) = \sum_{i=1}^4 Y_i \quad (10)$$

$$I\ddot{\phi} = \frac{d}{2}(X_2 + X_4 - X_1 - X_3) + l_f(Y_1 + Y_2) - l_r(Y_3 + Y_4) + u \quad (11)$$

ここで制御入力 u は車両に加えられるヨーモーメントであり、通常4輪の制駆動力制御装置により与えられる⁽⁸⁾。 m は車両質量、 I はヨー慣性モーメント、 $V_x, V_y, \dot{\phi}, d, l_f, l_r$ は図3に示した速度や寸法である。

タイヤ横力 S_i の表現式は各種あるが最も広く知られているFialaの式を用いる⁽⁹⁾。

$$S_i = \mu W_i \left(\tau_i - \frac{1}{3} \tau_i^2 + \frac{1}{27} \tau_i^3 \right) \quad (12)$$

ここで、

$$\tau_i = \frac{K}{\mu W_i} \tan \beta_i$$

$$\beta_i = \delta - \frac{V_y + l_i \dot{\phi}}{V_x + (-1)^i \dot{\phi} d / 2} \quad (i=1,2)$$

$$\beta_i = -\frac{V_y - l_i \dot{\phi}}{V_x + (-1)^i \dot{\phi} d / 2} \quad (i=3,4)$$

$$W_i = W_n - \frac{m}{2}(\dot{V}_x - V_y \dot{\phi}) \frac{h}{l} + (-1)^i K_f m(\dot{V}_y + V_x \dot{\phi}) \frac{h}{d} \quad (i=1,2)$$

$$W_i = W_n + \frac{m}{2}(\dot{V}_x - V_y \dot{\phi}) \frac{h}{l} + (-1)^i K_r m(\dot{V}_y + V_x \dot{\phi}) \frac{h}{d} \quad (i=3,4)$$

である。 μ は摩擦係数、 W_i はタイヤ荷重、 K はコーナリングパワー、 β_i は横すべり角、 δ は前輪舵角、 K_f, K_r は前後ロール合成配分である。

式(9)の X_i は各タイヤの x 方向発生力でドライバのアクセル操作と車両の駆動システムの構成で決まる。 Y_i は各タイヤの y 方向発生力で操舵しなければ上記の S_i に等しい。操舵が有る場合は S_i を x, y 成分に分けて X_i, Y_i とする。

Fig. 3 Vehicle Model

ここで次の最適制御問題を考える。

問題1: ドライバが、車速 V_x で走行中に前輪舵角 δ の操舵を行なった場合に、次の評価関数 J を最小化する制御則 u を求めよ。

$$J = \int_0^T \{ r_1 (\hat{\phi} - \phi)^2 + r_a u \dot{\phi} + r_p P \} dt \quad (13)$$

ここで $\hat{\phi}$ はヨーレート $\dot{\phi}$ の目標値で舵角 δ に比例した量、 r_1, r_a, r_p 重み係数である。評価関数の意味は、小さい制御入力エネルギーでタイヤの散逸エネルギーを小さく保って車両を目標ヨーレートに追従させることである。

システムの蓄積・散逸パワー P は次式で与えられる。

$$P = (m\dot{V}_x V_x + m\dot{V}_y V_y + I\dot{\phi} \ddot{\phi}) + (d_1 V_x + d_2 V_y + d_3 \dot{\phi}) \quad (14)$$

ただし、

$$d_1 = m\dot{\phi} V_y - (S_1 + S_2) \sin \delta$$

$$d_2 = -m\dot{\phi} V_x + (S_1 + S_2) \cos \delta + S_3 + S_4$$

$$d_3 = l_f (S_1 + S_2) \cos \delta - l_r (S_3 + S_4) + \frac{d}{2} (S_1 - S_2) \sin \delta$$

である。

式(13)の J の被積分関数を L とし q の代わりに ϕ を用いて式(6)を適用すると、以下の最適制御則が求まる。

$$u_{opt} = \frac{1}{r_s} \left\{ -r_s \frac{\partial(d_1 V_x + d_2 V_y + d_3 \dot{\phi})}{\partial \dot{\phi}} + 2r_1(\dot{\phi} - \phi) \right\} \quad (15)$$

上式右辺の第1項は式(12)および d_i , β_i の定義式を用いると偏微分が可能で代数式にまで変形でき、これが求める解析解となる。従来の車両運動の最適制御は式(9)~(12)に何らかの線形化を施して状態フィードバック制御則を導くことが行なわれていたが、このようにタイヤの非線形特性を直接反映させた解析解による最適制御則を得たのは初めてである。

本制御と従来の比例制御による性能評価シミュレーションの結果を図4, 5に示す。

Fig. 4 Comparison of Controlled Characteristics

Fig. 5 Robustness to Drift Noise of Sideslip Angle

図4は、ドライバが時速100km/hで走行中に $\pm 120\text{deg}$ 、周波数0.5Hzの1周期分のハンドル操作(急な車線変更に相当)を行なった場合の横すべり角を比較したものである。このような激しい車線変更では制駆動力制御のない車両では横すべり角が増大しスピンの危険性が増すのに対し制御することで横すべりが減り安定性が増すことがわかる。しかし従来制御と比べると性能的には大差ないように見える。今回の解析解の一番のメリットは図5に示すロバスト性の改善に顕著に現れている。車両の制御では横すべり角のフィードバックが必須であるが、この推定値にはドリフトが載りやすく十分な制御ゲインを設定できないのが実態である。本制御則は横すべり角のヨーレートによる偏微分が主体であるためドリフトの影響が小さく抜本的な改善策になりうる。

3.2 性能の評価関数が複雑な形で表示される場合の最適制御

問題 一般論として、非ホロノミック系の制御は難しいとされており⁽¹⁰⁾、いきなり最適制御というよりシステムの特性を活かした個別安定化制御の研究が多く行なわれている^{(11), (12)}。非ホロノミック系の制御が難しい要因はシステムの自由度に比べ制御入力の数が少ないことによるが、これを補填するため従来の2次形式に替えて制御に有益な情報を評価関数に盛り込むことが考えられる。しかし評価関数が複雑化するため従来の方法で最適制御の解析解を得ることはさらに難しくなる。このような問題にも本手法は威力を発揮する。

性能の評価関数が複雑な最適制御問題として図6に示す水中推進体について1個のアクチュエータで3次元空間の任意の位置に移動する制御法を考える。運動方程式は次式になる。

$$m(\dot{u} + qw - rv) + D_x = F_x \quad (16)$$

$$m(\dot{v} + ru - pw) + D_y = 0 \quad (17)$$

$$m(\dot{w} + pv - qu) + D_z = 0 \quad (18)$$

$$I_x \dot{p} - (I_y - I_z)qr + D_p = \alpha F_x \quad (19)$$

$$I_y \dot{q} - (I_z - I_x)rp + D_q = 0 \quad (20)$$

$$I_z \dot{r} - (I_x - I_y)pq + D_r = 0 \quad (21)$$

ここで、 u, v, w, p, q, r は図6に示す推進体固定の座標の各速度成分、 $D_x = C_x |u|$ ただし C_x は x 方向抵抗係数、 D_y, D_z, D_p, D_q, D_r も同様、 m は質量、 I_x, I_y, I_z は慣性モーメント、 F_x はスクルーによる推力でこれが制御入力になり、 α はスクルーを回すモータのロール反力係数である。

式(17), (18), (20), (21)は加速度の拘束条件と考え、これらは積分できないから非ホロノミック系とみなすことができ、これらの非ホロノミック拘束を積極的に活用して次の最適制御問題を解析的に解いてみる。

問題2: 図6に示す1つのアクチュエータを持つ水中推進体が任意の位置から次の評価関数 J を最小化する即ち原点に移動するための制御則 F_x を求めよ。

$$J = X_E^2 + Y_E^2 + Z_E^2 + \int_0^T \{ r_1 (F_x u + \alpha F_x p) + r_2 P \} dt$$

ここで、 X_E, Y_E, Z_E は推進体の絶対座標系における位置座標、 r_1 は重み係数である。 J を積分型に書き直せば次式になる。

$$J = \int_0^T \{ 2(\dot{X}_E X_E + \dot{Y}_E Y_E + \dot{Z}_E Z_E) + r_1 (F_x u + \alpha F_x p) + r_2 P \} dt \quad (22)$$

絶対座標系の速度を推進体の状態量とオイラー角を用いて書き換えると次式になる。

$$\dot{X}_E = ul_1 + vl_2 + wl_3 \quad (23)$$

$$\dot{Y}_E = um_1 + vm_2 + wm_3 \quad (24)$$

$$\dot{Z}_E = un_1 + vn_2 + wn_3 \quad (25)$$

ここで、

$$\begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ -\cos\phi\sin\psi & \cos\phi\cos\psi & \sin\phi\cos\theta \\ +\sin\phi\sin\theta\cos\psi & +\sin\phi\sin\theta\sin\psi & \sin\phi\cos\theta \\ \sin\phi\sin\psi & -\sin\phi\cos\psi & \cos\phi\cos\theta \\ +\cos\phi\sin\theta\cos\psi & +\cos\phi\sin\theta\sin\psi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}$$

ϕ, θ, ψ はオイラー角である。これらオイラー角は刻々計測される p, q, r の値を用いて実時間で算出可能である。以上のようにこの性能評価関数は極めて複雑な形を有していることがわかる。

システムの蓄積・散逸パワー P は次式で与えられる。

$$P = m(\dot{u}\dot{v} + \dot{v}\dot{w}) + (I_x \dot{p} + I_y \dot{q} + I_z \dot{r}) + (D_x \dot{u} + D_y \dot{v} + D_z \dot{w}) + (D_p \dot{p} + D_q \dot{q} + D_r \dot{r}) \quad (26)$$

式(22)のJの被積分関数をLとし、式(6)において $\dot{q}$ の代わりにu, pを用いると、以下の最適制御則が求まる。

$$F_x = \frac{1}{r_o} \left\{ \rho_1 3r_o D_x - 2\rho_1 (X_E l + Y_E m + Z_E n) + \rho_2 \frac{3r_o D_p}{\alpha} \right\} \quad (27)$$

この場合散逸系のパワー式からは D_x, D_p に関する項しか得られず、制御のための情報の大半は性能の評価関数から得られていることがわかる。

Fig. 6 Underwater Vehicle with Single Actuator

$X_E=10\text{m}, Y_E=10\text{m}, Z_E=10\text{m}$ から原点を目指して移動制御した場合のシミュレーション結果を図7, 8に示す。図7はアクチュエータ推力 F_x の時間波形を、図8は推進体重心点の軌跡を示す。

Fig. 7 Time Waveform of Thrust F_x

この結果より、1つのアクチュエータ推力 F_x を振動的に制御するだけで任意の位置から原点へ移動が可能であることがわかる。原点を特定座標に変更することは容易であるから、結局この制御により1つのアクチュエータだけで3次元空間を自在に移動できることになる。従来の研究では3個のアクチュエータが必要とされていた⁽¹³⁾ことを考慮すると一見不可能と思われることが可能になったわけであり、これが最適制御研究の面白さである。得られた制御則を吟味することにより推進の力学的根拠が明確になると考えられるが、現段階では、式(17), (18), (20), (21)で示されている遠心力、ジャイロモーメント、水の抵抗を合理的に活用しているという他ない。評価関数の創り方を工夫すればさらなる性能向上も可

能であり、一般論として非ホロノミック系の最適制御はこの方向に開拓余地があると考えられる。

Fig. 8 Trajectory of Controlled Underwater Vehicle

4. まとめ

微分方程式を解かずに解析的な最適制御則が求められる新しい手法を提案した。これにより、複雑な散逸構造を内蔵するシステムや非ホロノミックな拘束を有するシステムの実時間最適制御を行うことができる可能性がでてきたと考える。今回扱った非ホロノミック系は1階の微分方程式による拘束を有する系であるが、今後は2階の微分方程式による拘束を有する系やその他機械力学系一般に幅広く適用して有効性を確認し制御理論における位置づけを明らかにしていきたい。

最適制御にこだわったのは、文献(4)の中の“最適制御の面白さは常識では予想できない制御則が求まる可能性があること”という主旨の記述に共感したためであったが、実際に研究をやってみてやはりその通りだと実感する。本論文はまだ荒削りで精緻な理論には程遠いが、最適制御理論として新しい展開の可能性を持つと考えられるため、数学的に厳密な理論にまとめ上げるべく努力していきたい。

参考文献

- (1) ポントリャーギン他, 関根智明訳: 最適過程の数学的理論, 文一総合出版(1967)
- (2) 嘉納秀明, 最適制御問題-変分法と H^∞ 制御および粘性解-, 計測と制御 Vol. 36, No. 11(1997), pp. 768-775.
- (3) 福島直人, 制御対象のエネルギー収支に着目した機械力学系の最適制御, 日本機械学会論文集(C編) Vol. 72, No. 722 (2006), pp. 36-44.
- (4) 加藤寛一郎, 工学的最適制御, 東京大学出版会(1988)
- (5) 大塚敏之, 非線形最適フィードバック制御のための実時間最適化手法, 計測と制御, 36-11(1997), pp. 776-781.
- (6) 有本卓, 新版ロボットの力学と制御, 朝倉書店(2002)
- (7) L. E. エルスゴルツ, 瀬川富士訳: 科学者・技術者のための変分法, ブレイン図書出版(1972)
- (8) Anton T. van Zanten, Rainer Erhardt, Georg Pfaff, VDC, The Vehicle Dynamics Control System of Bosch, SAE paper 950759(1995)
- (9) 安部正人, 自動車の運動と制御, 山海堂(1992)
- (10) 中村仁彦, 非ホロノミック系制御研究の展望, 計測と制御 Vol. 36, No. 6(1997), pp. 384-389.

- (11) 三平満司, 非ホロノミック系のフィードバック制御, 計測と制御 Vol. 36, No. 6 (1997), pp. 396-403.
- (12) 藤本健治, ハミルトニアンシステムの制御, 計測と制御 Vol. 39, No. 2 (2000), pp. 99-104.
- (13) K.Y. Pettersen, O. Egeland, Position and Attitude Control of an Underactuated Autonomous Underwater Vehicle, Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, IEEE (1996), pp. 987-991.