303 応力波の伝播と自由面との干渉

A propagation of a stress wave and an interaction with a free surface

○正 松本悟志 (熊本大) 中村裕一 (八代高専)
正 伊東繁 (熊本大)

Satoshi MATSUMOTO and Shigeru ITOH, Shock Wave and Condensed Matter
Research Center, Kumamoto University, 2-39-1, Kurokami, Kumamoto-shi,
Kumamoto

Yuichi NAKAMURA, Yatsushiro National College of Technology, 2627,
Hirayamashin-machi, Yatsushiro-shi, Kumamoto

We make a new SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) code based on MLS (Moving Least Squares) method to analyze the dynamics of stress wave. The new code is examined by the simulation of an elastic wave interacted with a free surface. The result using the new code is compared with both the result of SPH and the experimental results of the model blasting using the electric detonator. The elastic wave emanates from the charge hole and interacts with the free surface. Propagation of elastic wave and reflection at the free surface are well simulated by the new method compared with SPH method.

Key Words: Smoothed Particle Hydrodynamics, Moving Least Squares, Elastic Wave, Free Surface, PMMA

1. はじめに

固体媒体中の応力波の伝播や固体境界での反射と透過のような応力波の動的な挙動は、爆破に関する基本的な研究問題である⁽¹⁾。このような現象を明らかにすることは、地下空洞開発やコンクリート構造物の爆破解体などにおいて重要となる効率的な爆破工法の確立につながる。数値シミュレーションは、非常に瞬間的な現象である爆破過程の応力波の動的挙動を調べるために有効である。数値解析法のほとんどは空間の離散化のためにメッシュを必要とするが、これは局所的に形状が大きくひずむ場合や複雑な形状を有する解析においては不利となる。このようなことから、著者らは解析に格子を必要としない粒子法の一つである SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) を用いて応力波の自由面との干渉やそれによって生じる空気中の衝撃波について解析を行ってきた^{(2)~(3)}。SPH は簡便な方法であるが、境界部の取り扱いに工夫を要する場合が多い。このような欠点を改善する方法の一つとして移動最小自乗法 (Moving Least Squares) を取り入れた SPH 法が提案されている⁽⁴⁾。

本研究では MLS をベースとした SPH コードを作成し、自由面を有する PMMA 内部の二次元弾性波解析を行い、その有効性を検討した。

2. 数値解析法

等方線形弾性体に対する基礎式は、

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \quad (1)$$

$$\frac{Dv_i}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \quad (2)$$

$$\frac{D\varepsilon_{ij}}{Dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (4)$$

である。ここで $\rho, v, \sigma, \varepsilon$ はそれぞれ密度、速度、応力およびひずみを表し、 λ, μ はラメの定数である。

これらの基礎式を SPH 法のカーネル近似を用いて定式化すると、以下の離散式が得られる。

$$\frac{D\rho^i}{Dt} = -\rho^i \sum_j (v_k^j - v_k^i) \frac{m^j}{\rho^j} \frac{\partial W}{\partial x_k} \quad (5)$$

$$\frac{Dv_l^i}{Dt} = \frac{1}{\rho^i} \sum_j (\sigma_{lk}^j + \sigma_{lk}^i + \Pi \delta_{lk}) \frac{m^j}{\rho^j} \frac{\partial W}{\partial x_k} \quad (6)$$

$$\frac{D\varepsilon_{lm}^i}{Dt} = \frac{1}{2} \sum_j \frac{m^j}{\rho^j} \left[(v_l^j - v_l^i) \frac{\partial W}{\partial x_m} + (v_m^j - v_m^i) \frac{\partial W}{\partial x_l} \right] \quad (7)$$

ここで上付添字 i, j はある点の粒子およびその近傍の粒子を意味する。また m, W は、それぞれ粒子の質量およびカーネル関数である。カーネル関数としては三次スプライン関数を用いた。 Π は人工粘性項であり、以下を用いた。

$$\Pi = \bar{\rho}^{ij} \left(\alpha \bar{c}^{ij} + \beta \left| \mu^{ij} \right| \right) \mu^{ij}, \quad \mu^{ij} = \bar{h}^{ij} \frac{v_k^j x_k^j}{\left| r^{ij} \right|^2 + \eta \bar{h}^{ij^2}} \quad (8)$$

ここで $f^{ij} = f^i - f^j, \bar{f}^{ij} = (f^i + f^j)/2$ 。

MLS 法ではある点の物理量を $u^h(x) = p^T(x)a(x)$ と近似する。 $J = \sum_j W(x - x_j)[u^h(x_j) - u_j]^2$ が最小となるように $a(x)$ を決定すれば、物理量の近似値は、

$$u^h(x) = \sum p^T(x) A^{-1}(x) B(x) \mu_j = \sum \Phi_j \mu_j \quad (9)$$

$$A(x) = \sum_j W(x-x_j)p(x_j)p^T(x_j)$$

$$B(x) = W(x-x_j)p(x_j)$$

と形状関数 Φ を用いて表すことができる。 p^T としては一般に多項式が用いられ、本研究では一次基底 $p^T = [1, x, y]$ を用いた。式(5)~(7)の SPH 法の離散式において $Wm^j/\rho^j \rightarrow \Phi_j$ と置き換えることによって MLS-SPH の離散式を得ることができる。なお、形状関数の一階微分は、

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial x} = \frac{\partial p^T}{\partial x} A^{-1} B + p^T \frac{\partial A^{-1}}{\partial x} B + p^T A^{-1} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (10)$$

より求めることができる。

3. 解析条件

図 1 は、今回解析対象とした直角コーナー自由面を有する PMMA の概略図である。これは従来の実験や解析で用いたものと同様である⁽²⁾⁻⁽³⁾。超音波パルス法で得られた供試体の密度、音速、ヤング率およびポアソン比はそれぞれ、1188kg/m³, 2.62km/s, 5.39GPa, 0.33 である。

本研究では簡単のために平面ひずみ状態を仮定し、 x, y 各軸に対して対称とした。また外部の空気については無視している。初期粒子は 1mm 等間隔に配置し、チャージホール部では放射状の速度分布を与え、時間とともに減少させた。境界粒子では応力を零とし、その他の物理量は周りの粒子の値から定義式を用いて近似した。

4. 結果と考察

図 2,3 に MLS-SPH と SPH によって得られた密度分布を示す。

図 2 に示すように、自由面と干渉していない状態では両者ともほぼ同様の分布を示していることが分かる。しかしながら SPH の結果では、境界部で大きな密度の低下が見られる。このような密度の低下は、状態方程式を用いて圧力を決定する場合、特に影響が大きい。

図 2 のように、自由面と干渉するまでは、弾性波の進行方向前方で圧縮、後方で引張が生じるため、密度は前方で高く後方で低い。自由面との干渉で生じる反射波では、これらが反対となる。図 3(a) に示す MLS-SPH の結果では、このような現象を良くとらえていることがわかる。しかしながら SPH では境界部の影響によりかなり異なる結果となった。図 4 は実験により得られたシャドウグラフの一つである⁽²⁾⁻⁽³⁾。この図では反射波が直角コーナーの二等分線上で干渉していることが確認できる。MLS-SPH の結果を見ると同様の位置や右上部で反射波同士の干渉による密度変化が見られる。現象が異なるた

Fig. 1 Detail of PMMA specimen

Fig. 2 Density distributions ($t=20 \mu s$)

Fig. 3 Density distributions ($t=48 \mu s$)

Fig. 4 Shadowgraph ($t=52 \mu s$)

め、直接比較することはできないものの、応力波の反射や干渉に対する MLS-SPH の有効性を示していると思われる。

5. まとめ

固体媒体中の応力波の伝播と自由面との干渉を解析するために、MLS をベースとする SPH 法のコードを作成し、直角自由面を有する PMMA を対象として二次元弾性波解析を行い以下の結果を得た。

(1) 自由面と干渉する以前において MLS-SPH と通常の SPH は同様の結果を示した。

(2) 通常の SPH 法では自由面で密度が減少し、反射波についても正しくとらえることができなかった。MLS-SPH ではほぼ問題ない結果が得られた。

(3) MLS-SPH で得られた結果は、直角コーナーの二等分線上や右上部で反射波の干渉を示し、実験結果と類似の傾向を示した。

参考文献

- (1) W.L. Fourney, ほか 3 名, Fragmentation Mechanism in Crater Blasting, Int.J.Rock Mech.Min.Sci. & Geomech.Abstr. Vol.30 (1993), No.4, 413.
- (2) Satoshi MATSUMOTO, 他 2 名, Dynamic behavior of Stress Waves in Blasting Process, Material Sci. Forum Vols. 465-466, 2004, pp.55-60.
- (3) Satoshi MATSUMOTO, 他 2 名, Visualization and Numerical Analysis of Stress Waves in Blasting Process, J. of Visualization, 2003, Vol. 6, No. 3, pp.235-244.
- (4) G.A. Dilts, Moving-Least-Squares-Particle Hydrodynamics - I. Consistency and Stability, Int. J. Numer. Meth. Engng., 1999, 44, pp.1115-1155.