定常可変な繰り返し衝撃加工を可能にする非調和外力

八木 一憲^{*1}, 小竹 茂夫^{*2}, 河村 貴宏, 鈴木 泰之^{*2}

Variable static repetition of impact process under non-harmonic external force

Kazunori YAGI^{*1}, Shigeo KOTAKE, Takahiro KAWAMURA and Yasuyuki SUZUKI^{*1} Mie Univ. Dept. of Mechanical Engineering
Kurimamachiya-cho 1577, Tsu-shi, Mie, 514-8507 Japan

In this study, we applied stable collision conditions in multi-vibro-impact system with two small oscillators coupled to one large oscillator to two-vibro-impact process. We obtain the condition of an excitation function and an enforced displacement function for the two vibro-impact system. From these function, we can obtain the stable collision condition consist of arbitrary collision position and collision velocity in two kinds of two-vibro-impact process, such as high-speed precision Hammering processing..

Key Words : Hammering, Vibration Control, Multibody Dynamics, Coupled Vibration, Nonlinear Vibration, Method of Vibration Analysys

1. 緒 言

今日、ハンマリングや鍛造、パンチプレス等の衝撃を有する機械加工は金属等の被加工材料を、大量に安価で短時間に加工することができることから、加工手段の一つとして非常に重要な位置を占めている。その機械加工において、ハンマや金型の動作を正確、厳密に把握、動作させることが仕上がり精度や歩留り、コストに大きく影響する。しかしながらハンマ等と被加工材料間の衝突は強い非線形を持ち、微分方程式による厳密な解析は困難である。そのため加工時のハンマ等の振動に関する従来の研究においては、実験や数値計算によるものがほとんどであり、解析的な取扱いはまだ多くない⁽¹⁾⁻⁽³⁾。また従来の機械加工の手法では、ハンマ等の加圧速度、衝突速度の調整がプロセス中にはできないことから、加工条件の多様化ができないでいた。

一方、最近普及しつつあるサーボモーターを駆動原とした機械加工は、フィードバック制御等の能動的な制御を用いることで、これらの問題の解決を図っている⁽⁴⁾。しかし、サーボモーターが高価であることから、設備コストの増加に繋がっている。

他方、衝突時間が十分に無視できる衝突振動系においては、各衝突区間を区分線形解析によって表現することにより各区分における振動子の時間発展や衝突による速度の変化を線形作用素である演算子を用いて表現することができる。これまで筆者らは、これらの演算子の並びによって表現される波動アルゴリズムを用い、大振動子に結合された二つの小振動子のうち一方を弾性衝突させるエネルギー保存下での多体衝突振動系に関する研究を行ってきた⁽⁵⁾⁻⁽⁸⁾。これにより離散力学系における大振動子から二小振動子が切り離される条件下において、小振動子間に質量比に応じたエネルギー移動による完全概周期振動が起こることを、またこの現象が波動アルゴリズムの一つである Grover アルゴリズムによって説明できることを明らかにしてきた⁽⁵⁾。さらに筆者らは Grover アルゴリズムが成立つ多体衝突振動系に、衝突減衰とパルス加振を加えることにより、系の定常衝突条件を導出した⁽⁹⁾。

そこで本研究では、上記に示した機械加工の諸問題を改善するために、本定常衝突条件⁽⁹⁾を応用した二体衝突振動モデルを提案する。これにより、二体衝突系において、任意の位置、速度での定常衝突状態を実現する加振力関数と強制変位関数の解析的な導出が可能になる。さらに導出した関数と調和関数による加振、強制変位を行

^{*1} 学生員, 三重大学大学院工学研究科 (〒514-8507 三重県津市栗真町屋町 1577)^{*2} 正員, 三重大学大学院工学研究科

E-mail: kotake@mach.mie-u.ac.jp

った場合について、数値計算による比較を行い、導出した関数の優位性について述べる。本加振力関数や強制変位関数を機械プレス機や衝突加工機に応用することにより、任意に設定した加工量でのバラツキの少ない定常なプロセスを実現できる可能性がある。

2. Grover アルゴリズムが成立つ三体衝突系における定常衝突状態

2・1 三体衝突振動モデル

本章では、高田らの三体衝突振動モデル^{(6),(7)}の簡単な紹介を行い、衝突減衰とパルス加振を加えることにより系の拡張を行う。そして、拡張したモデルについて定常衝突条件の導出を行う。対象とするモデルは、図1に示した三体衝突振動系であり、質量 M 、ばね定数 K を持つ一つの大振動子に対し、質量 m_1 、ばね定数 k_1 を持つ衝突小振動子と質量 m_2 、ばね定数 k_2 を持つ非衝突小振動子が並列に結合したモデルである。変位は各振動子の釣合位置からとり、大振動子の変位を X 、衝突小振動子の変位を x_1 、非衝突小振動子の変位を x_2 とする。衝突小振動子には、ある時間周期 Δt で完全弾性衝突を与える。代表時間を $T_r = \sqrt{m_1/k_1}$ 、代表長さを単位長さ、代表質量を m_1 とすることにより、無次元化した各振動子の運動方程式が次式で与えられる。

$$\begin{cases} M^* \ddot{X}^* = -\{K^* + \gamma + 1\}X^* + \dot{x}_1^* + \sqrt{\gamma}x_2^* \\ \ddot{x}_1^* = -x_1^* + X^* \\ \ddot{x}_2^* = -x_2^* + \sqrt{\gamma}X^* \end{cases} \quad (1)$$

Fig.1 Multi-vibro-impact system with two small oscillators coupled to one large oscillator

また本モデルにおいては衝突小振動子と非衝突小振動子は同じ固有振動数を持つものとし、ばね定数比および質量比の間に $k_2 = \gamma k_1$ 、 $m_2 = \gamma m_1$ の関係が成り立つように設定した。これらの二小振動子を同じ固有振動数にすることが本モデルにおける必要条件である。無次元化後の大振動子のばね定数と質量は、 $K^* = K/k_1$ 、 $M^* = M/m_1$ である。さらに無次元化した運動方程式に対し、 $[x_1^*, \sqrt{\gamma}x_2^*] \rightarrow [x_1^*, x_2^*]$ とする座標変換を施した。この系における固有角振動数を ω_l 、 $\omega_{\pm}$ とする。

2・2 Grover アルゴリズムにおけるエネルギー移動と定常状態

区分求積法を用いた本手法では、演算子 U_s 、 U_t を状態ベクトル $|\varphi\rangle = [|x\rangle, |v\rangle]^T = [X^*, x_1^*, x_2^*, V^*, v_1^*, v_2^*]^T$ にそれぞれ作用させることで、系の時間発展と衝突を表現する。いま各固有振動数の比が、大振動子が小振動子から離散力学的に切り離される条件⁽⁹⁾を満たす場合、演算子 $U_s U_t$ は小振動子間のみの小行列にブロック化される。この演算子 $U_s U_t$ によって、 n 回目の衝突時の各振動子の位置、速度を与える漸化式が求まる⁽⁶⁾。また、小振動子間でのエネルギー移動が定式化でき、図2(a)に示すように離散力学における毎衝突ごとの小振動子間のエネルギーの移動量が分かる。このエネルギー移動後に、元の状態に戻るような加振、減衰の操作があるとすると、図2(b)に示すようなこれらが繰り返す定常衝突状態が存在すると考えられる。この定常衝突状態となる条件を以下に示す。

Fig.2 Impact map of small oscillators in velocity space; (a) under energy conservation, (b) with excitation and dumping to achieve stable collision state

$$v_1^* = -\frac{\Delta v_2^*}{(1+a)} \quad (2)$$

$$v_2^* = -\frac{\{(\gamma+1)a + \gamma - 1\}}{2\gamma(1+a)} \Delta v_2^* \quad (3)$$

一方、 n 回目の衝突時における小振動子の位置は、以下の式を満たすことにより、常に同じ一点の位置において衝突を繰り返す。

$$x_1^* = -\sqrt{\gamma} x_2^* \quad (4)$$

衝突時の位置や速度が式(2)~(4)の条件を満たすことで、一定衝突周期、一定衝突位置、一定衝突速度の定常衝突状態が得られる。

3. プレス機械への応用

3・1 三体衝突振動系における定常振動解の二体衝突振動系への応用

本章では、前章にて導出した三体衝突振動系における定常衝突解を図3に示す二体衝突振動系に应用する。これにより二体衝突振動系において、任意の位置や任意の速度での定常衝突を実現する加振力関数と強制変位関数の導出が可能となる。これらの関数により、高価なサーボモーターを使用せずとも、より安価で加工精度が高く、加工の多様化が可能な機械プレスの実現が期待できる。

Fig.3 Two-vibro-impact system with (a) external force, and (b) enforced displacement

3・2 加振力関数の導出

本節では図3(a)に示す二体衝突振動系において、任意の位置、任意の速度で定常衝突を実現する大振動子への加振力関数 F_i を解析的に導出する。前章で述べた三体衝突振動系の定常解において、各振動子の位置や速度が解析的に求まっていることから、任意の時間におけるこれらの状態下での非衝突振動子が大振動子へ与える正味の

力を計算することで、 $0 \leq t^* \leq 2\pi$ の範囲で定義される加振力関数 F_i が得られる。この加振力関数 F_i は、 2π 周期で繰り返され、境界で F_i の時間微分は不連続になる

$$F_i = k_2 [-2\gamma(a+1)(\omega_-^2 - \omega_+^2)x_1 \cos(t)/\gamma + 2\gamma(a+1)x_0 \{\omega_+^2 \cos(\omega_+ t) - \omega_-^2 \cos(\omega_- t)\} - (a-1)(\omega_-^2 - \omega_+^2)\Delta v_2 \sin(t) - \{2\gamma(a+1)v_0 + (a+1)(\omega_+^2 - 1)\gamma\Delta v_2\}\omega_- \sin(\omega_- t) + \{2\gamma(a+1)v_0 + (a+1)(\omega_-^2 - 1)\gamma\Delta v_2\}\omega_+ \sin(\omega_+ t)] / \{2\gamma(a+1)(\omega_-^2 - \omega_+^2)\} \quad (0 \leq t^* \leq 2\pi) \quad (5)$$

式(5)を用いた数値計算結果を図4(a)に示す。ここでは固有振動数 $\omega_+ = 1.5$, $\omega_- = 0.5$, 質量比 $\gamma = 0.1$, 反発係数 $a = 1.0$ として系を設計し、初期条件として $X(0) = 0$, $x_1(0) = -1.0$, $V(0) = 0$, $\Delta v_2 = 1.0$ とした。得られた軌道は単一軌道となっており、定常衝突状態が確認できる。一方、同条件にて調和関数による加振を行った場合を図4(b)に示す。一般に衝突振動は非線形であることから、調和関数での軌道は準周期的もしくはカオス的になり、一定の軌道が得られないことが分かる。これにより、一般に調和的な関数で加振する機械プレスや衝突加工で発生していた衝突速度の変動が、本加振力関数を用いることにより消え、一定の衝突速度が得られることが分かる。

Fig.4 Trajectory of the small impact oscillator in phase space;
(a) in case of excitation by the function of F_i , (b) in case of excitation by harmonic function

3・2 強制変位関数の導出

本節では図3(b)に示す二体衝突振動系において、任意の位置、任意の速度での定常衝突を実現する非衝突振動子に相当する位置における強制変位関数 x_{ed} を解析的に導出する。前節同様、三体衝突振動系の定常状態において、各振動子の位置や速度が解析的に求まっていることから、非衝突振動子の位置から、 $0 \leq t^* \leq 2\pi$ の範囲で定義される強制変位関数 x_{ed} が得られる。この強制変位関数 x_{ed} は、 2π 周期で繰り返され、境界で x_{ed} の時間変化は不連続になる

Fig.5 Trajectory of a small impact oscillator in phase space;
(a) in case of enforced displacement by the function of x_{ed} , (b) in case of enforced displacement by harmonic function

$$\begin{aligned}
x_{ed} = & [-2\gamma(a+1)\omega_+\omega_-(\omega_-^2 - \omega_+^2)x_1 \cos(t) / \gamma + 2\gamma(a+1)\omega_+\omega_-x_0 \{\cos(\omega_+t) - \cos(\omega_-t)\} \\
& + (1-a)(\omega_-^2 - \omega_+^2)\omega_+\omega_-\Delta v_2 \sin(t) - \{2\gamma(a+1)v_0 + (a+1)(\omega_+^2 - 1)\gamma\Delta v_2\}\omega_- \sin(\omega_-t) \\
& + \{2\gamma(a+1)v_0 + (a+1)(\omega_-^2 - 1)\gamma\Delta v_2\}\omega_+ \sin(\omega_+t)] \\
& / \{2\gamma(a+1)\omega_+\omega_-(\omega_-^2 - \omega_+^2)\} \quad (0 \leq t^* \leq 2\pi)
\end{aligned} \tag{6}$$

式(6)を用いた数値計算結果を図 5(a)に示す。ここでは固有振動数 $\omega_+ = 1.5$, $\omega_- = 0.5$, 質量比 $\gamma = 0.1$, 反発係数 $a = 1.0$ として系を設計し, 初期条件として $X(0) = 0$, $x_1(0) = -1.0$, $V(0) = 0$, $\Delta v_2 = 1.0$ とした。同条件にて調和関数による強制変位を行った場合の図 5(b)と比べて, その軌道は単一軌道となっており, 定常衝突状態が確認できる。よって, 本強制変位関数を使うことにより, 調和的な変位では得られなかった定常な衝突速度を実現する機械プレスや衝突加工が期待されることが分かる。

4. 結言

- (1) 二体衝突振動系において, 任意の位置, 任意の速度での定常衝突を実現する加振力関数と強制変位関数を求めた。
- (2) (1)で導出した関数と調和関数による数値計算結果を比較し, 導出した関数による優位性について述べた。
- (3) 今回求めた加振力関数と強制変位関数を用いることにより, バラツキの少ない機械プレスや衝突加工が実現できる可能性が示唆された。

文 献

- (1) 小泉邦雄, 横山恭男, “自励間欠駆動制御振動パンチプレス(第 1 報): 基礎解析及び駆動力の考察”, 精密工学会誌, Vol. 56, No. 8 (1990), pp.1417-1423.
- (2) 小泉邦雄, 横山恭男, “2 自由度の衝突振動(第 2 報): 運動の性質と最適衝撃条件”, 精密機械, Vol. 51, No. 11 (1985), pp.2084-2089.
- (3) 田中信雄, 菊島義弘, “低振動鍛造機械に関する研究(第 1 報, 低振動鍛造方式の原理)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 51, No. 467 (1985), pp. 1793-1801.
- (4) 玉井良清, 山崎雄司, 吉武明英, 井村隆昭, “サーボプレスのモーション制御による鋼板の深絞り成形性向上 - サーボプレスを活用した新成形技術の開発”, 日本塑性加工学会誌, Vol. 51, No. 592 (2010), pp. 450-454.
- (5) 高田宗一郎, 小竹茂夫, 鈴木泰之, “一振動子に結合された内部共振衝突振動系に現れる周期的な完全概周期振動の波動アルゴリズムによる解析 (釣合位置で完全弾性衝突する場合)”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 77, No. 773 (2011), pp. 14-27.
- (6) 高田宗一郎, 小竹茂夫, 鈴木泰之, “一振動子に結合された二体衝突振動系の内部共振によるエネルギー移動に起因した周期的な Graze 現象”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 77, No. 777 (2011), pp. 1911-1925.
- (7) 小竹茂夫, 花井宏旭, 鈴木泰之, “一振動子に結合された内部共振二体小振動子間エネルギー移動を操作する波動アルゴリズム”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 77, No. 781 (2011), pp. 3337-3349.
- (8) Patel, A. D., “Wave Algorithm: Optimal Database Search: Wave and Catalysis”, *International Journal of Quantum Information*, Vol.4, (2006), pp.815-825.
- (9) 八木一憲, 小竹茂夫, 河村貴宏, 鈴木泰之, “波動アルゴリズムを応用した多体衝突振動系におけるタッピングモード多体 AFM カンチレバーの定常衝突振動”, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 792 (2012), pp. 2746-2759.