3109

取付張力時の歯付ベルトの回転伝達誤差に及ぼす共振の影響

籠谷 正則^{*1}, 上田 博之^{*1}, 元根 義和^{*2}

Influence of Resonance on Transmission Error in Synchronous Belt Drives Under Installation Tension

Masanori KAGOTANI^{*1}, Hiroyuki UEDA and Yoshikazu MOTONE^{*1} Osaka Sangyo Univ. Dept. of Mechanical Engineering for Transportation
3-1-1, Nakagaito, Daito-shi, Osaka, 574-8530 Japan

Synchronous belt drives generate resonance on the belt spanning between the driving and driven pulleys when the transverse natural frequency of the belt approaches the meshing frequency of the pulley and belt teeth. This resonance affects the accuracy of the rotation transmission device installed in the drive system. In a previous report, it was found that the transmission error caused by first mode vibration due to resonance in synchronous belt drives was generated with a period of 1/2 of the pitch of the pulley. However, transmission errors are also generated with a period of one pitch of the pulley, a case which has not yet been examined. In the present study, a transmission error comprising both periods of one pitch and 1/2 of the pitch of the pulley in a synchronous belt drive was experimentally investigated for the case in which the belt at the span generates first mode vibration due to resonance. The installation tension was varied while the rotation speed of the pulleys was fixed, maintaining a speed ratio between the pulleys of 1:1. Analyses of the transmission error based on the experimental results were carried out, and the calculated results of the transmission error were compared with the experimental results. The agreement obtained confirmed the validity of the analyses. It was found that the transmission error of a period of one pitch of the pulley was generated by the difference in belt length between the upper and lower spans due to the resonance.

Key Words : Machine Element, Synchronous Belt, Transmission Error, Resonance, Installation Tension

1. 緒 言

歯付ベルトは、かみあいによる同期伝動であり、正確な回転伝達用として広く用いられている。ベルトは、横振動固有振動数がベルト歯とプーリ歯のかみあい周波数に近づくことで原動と従動プーリ間のスパンにおいて共振を発生する⁽¹⁾。歯付ベルトを用いた機器において、共振は回転伝達精度に影響を及ぼすと考えられる。以前の報告⁽²⁾では、歯付ベルトの共振による1次振動が発生した場合の回転伝達誤差は、1/2ピッチ周期で発生することを明らかにした。しかし、回転伝達誤差はここで解明した1/2ピッチ周期とともに1ピッチ周期でも変動しており、この場合の回転伝達誤差は検討されていない。

本研究では、プーリの速度比1:1でプーリ回転数を一定とし、取付張力を変化させたときの、歯付ベルトの共振により発生する1/2ピッチ周期に1ピッチ周期が合成された回転伝達誤差について、実験的に検討する。また、実験結果に基づいて回転伝達誤差の解析を行い、回転伝達誤差の計算結果と実験結果を比較検討する。

^{*1} 正員, 大阪産業大学 工学部 (〒574-8530 大阪府大東市中垣内3-1-1)

^{*2} 学生員, 大阪産業大学大学院 工学研究科
E-mail: kagotani@tm.osaka-sandai.ac.jp

2. 供試ベルトとプーリ

本実験に使用した歯付ベルトはクロプレンゴム製で、心線はガラス繊維が使用され、歯数 $z_b = 100$ 、ベルト幅 $w_b = 20$ mm である。歯付プーリは、原動側と従動側とも S45C 製で、歯数 $z_p = 22$ 、外径 $d_p = 54.65$ mm、歯幅 $w_p = 21$ mm であり、プーリの両側面にフランジ付を使用した。ベルトとプーリは公称ピッチ $t = 8.0$ mm の円弧歯形で、ピッチ円と歯先円の半径差 $PLD = 0.686$ mm である。

3. 実験装置と実験方法

本実験における実験装置と実験方法は、文献 (2) と同様である。すなわち、ベルトの取付張力は、従動軸受台を移動させることにより作用し、ロードセルにより検出した。回転伝達誤差は両軸端にロータリエンコーダを取付け、原動プーリに対する従動プーリの相対回転角度差として検出した。上下スパンにおけるベルトの変位は、スパンの中央に設置したレーザ式変位センサによって検出した。実験は、プーリ回転数を $n_p = 3.6$ s⁻¹ 一定とし、取付張力を順次変化させたときの回転伝達誤差と上下スパンにおけるベルトの変位を同時に測定した。

4. 回転伝達誤差の実験結果と解析

4・1 回転伝達誤差とベルトの変位

図 1 に、共振による 1 次振動時の回転伝達誤差と上下スパンにおけるベルトの変位の実験結果を示す。取付張力 T_i は 303 N と 311 N に設定した。実線は回転伝達誤差 $\Delta\theta$ の実験結果を示し、破線と一点鎖線は、上スパン中央におけるベルトの変位 y_U と下スパン中央におけるそれ y_L を示す。細い実線は y_U から y_L を差し引いた値 y_{dif} を示す。横軸は、原動プーリの回転角 θ を示し、 $\theta = 0, 1, 2, \dots \times 2\pi/z_p$ rad であるとき、図 2 に示した原動プーリの歯溝中心が y 軸上となる。図 1 の y_U と y_L が正の値のとき図 2 に示す太い実線のようにスパンにおけるベルトが凸状となり、 y_U と y_L が負の値のとき太い破線のように凹状となる。ここで図 1 に示す ϕ は y_U と y_L の位相差であり、 y_{Ua} は上スパンにおけるベルトの振幅で、 y_{La} は下スパンにおけるそれである。図 1 (a) において、 $\Delta\theta$ は、主として 1/2 ピッチ周期で発生しており、文献 (2) では、1 ピッチ周期で変動する $\Delta\theta$ を無視した。しかしながら、

Fig.1 Experimental results for the transmission error and displacement of the belt at the upper and lower spans

Fig.2 Complete meshing position and displacement of the belt at the upper and lower spans

図 1 (b) では、1/2 ピッチ周期とともに 1 ピッチ周期も明らかに発生している。従って、本報告では、1/2 ピッチ周期の回転伝達誤差 $\Delta\theta_{1/2}$ と 1 ピッチ周期のそれ $\Delta\theta_l$ が合成した $\Delta\theta$ について、上下スパンにおけるベルトの変位の実験結果から詳細に検討する。

4・2 1/2 ピッチ周期の回転伝達誤差

図 3 に、図 1 (b) の $T_i=311\text{ N}$ 作用時の共振による 1 次振動時の回転伝達誤差の実験結果と実験結果より求めた 1 ピッチ周期の正弦曲線を示す。実線は $\Delta\theta$ の実験結果を示し、破線は正弦曲線を示す。この正弦曲線を $\Delta\theta_l$ の実験結果とした。

図 4 に、 $T_i=311\text{ N}$ 作用時の 1/2 ピッチ周期の回転伝達誤差の実験結果と計算結果を示す。実線は図 3 に示した $\Delta\theta$ の実験結果から $\Delta\theta_l$ を差し引いた $\Delta\theta_{1/2}$ の実験結果を示す。破線は文献 (2) より求めた $\Delta\theta_{1/2}$ の計算結果を示す。 $\Delta\theta_{1/2}$ の実験結果と $\Delta\theta_{1/2}$ の計算結果がほぼ一致しており、正弦曲線を $\Delta\theta_l$ の実験結果として仮定したことは妥当と言える。

4・3 1 ピッチ周期の回転伝達誤差

図 5 に、取付張力 $T_i=311\text{ N}$ 作用時の 1 ピッチ周期の回転伝達誤差と上下スパンにおけるベルトの変位差を示す。実線は、図 3 に示した $\Delta\theta_l$ の実験結果を示す。一点鎖線は、 y_{dif} を示し、破線は、後述する解析により得られる $\Delta\theta_l$ の計算結果を示す。図 5 から明らかなように、 y_{dif} は 1 ピッチ周期に発生しており、 $\Delta\theta_l$ の実験結果と y_{dif} の間の位相差は約 $\pi/z_p\text{ rad}$ である。すなわち、 y_{dif} が正になるとき $\Delta\theta_l$ は負に発生し、 y_{dif} が負になるとき $\Delta\theta_l$ は正に発生する。また、文献 (2) で述べたように、ベルトとプーリの衝突によってスパンにおけるベルトが凸のとき、ベルト張力は引張りが生じて増加し、ベルトが慣性によって凸状から凹状へ変化して緩むことによってベルト張力は減少する。このように、ベルト張力は、 y_{dif} の変化と同様に 1 ピッチ周期で変動する。これらの結果から、 $\Delta\theta_l$ はスパンにおけるベルト長さがベルト張力によって変化するために発生すると考える。

図 6 に、ベルト 1 周におけるプーリ歯のかみあい始めと終わりの位置と従動プーリの動きを示す。図中において、 l_0 は水平状態のスパンにおけるベルト長さ、 Δl_U と Δl_L は上下スパンにおけるベルトに変位が生じたときのベルト長さの変化量である。図 6 (a) は、 l_0 に Δl_U と Δl_L の平均値を加え、上下スパンにおけるベルト長さが同一となり、回転伝達誤差が生じていない状態を示す。この状態から、図 6 (b) に示すように上スパンのベルト長さが $l_0 + \Delta l_U$ 、下スパンのそれが $l_0 + \Delta l_L$ になるとき、ベルト 1 周の長さを一定に保つように従動プーリは Δx_p だけ移動する。従動プーリの移動により、1 ピッチ周期の回転伝達誤差が発生すると考えられる。

スパンにおけるベルト長さの変化は、ベルトの凹凸状態と原動および従動プーリのかみあい始めと終わりのベルトの浮き上がり、従動側の慣性モーメントにより発生すると考えられる。図 1 に示す実験結果から、プーリ回転角 θ に伴う y_U と y_L の変化は、 $2\pi/z_p\text{ rad}$ の周期で発生し、正弦曲線と考える。 θ だけ回転したとき y_U と y_L は、次式で与えられる。

$$y_U = y_{Ua} \sin(z_p \theta), \quad y_L = y_{La} \sin\{z_p (\theta - \phi)\} \quad (1)$$

Fig.3 Experimental transmission error and a sine curve with a period of one pitch of the pulley

Fig.4 Experimental and calculated results of the transmission error with a period of 1/2 of the pitch of the pulley

Fig.5 Experimental and calculated results of the transmission error with a period of one pitch of the pulley and the difference between the displacement of the belt at the upper and lower spans

Fig.6 Positions of the pulley teeth at the beginning and end of meshing over one belt rotation and the movement of the driven pulley

ここで、 y_{Ua} は上スパンにおけるベルトの振幅、 y_{La} は下スパンにおけるそれ、 φ は y_U と y_L の位相差を示す。また、上下スパンにおけるベルトの浮き上がりによる変位 r_U と r_L は、式(1)に示す y_{Ua} と y_{La} を r_U の振幅 r_{Ua} と r_L の振幅 r_{La} に置き換えることによって得られる。

ベルトの凹凸は円弧状に変化し、浮き上がりによる曲線はアルキメデスうずまき線と仮定すると、凸凹状態と浮き上がりによる上スパンの水平状態からのベルト長さの変化量 Δl_{U1} は、次式で与えられる。

$$\Delta l_{U1} = \{A \sin^{-1}(C/A) - C\} + \rho r_U, \quad A = \{y_U^2 + (C/2)^2\} / y_U \quad (2)$$

ここで、 ρ はプーリのかみあい始めと終わりのベルトの浮き上がり角、 C は原動および従動プーリ間の軸間距離である。下スパンにおけるベルトの長さの変化量 Δl_{L1} は、式(2)に示す y_U と r_U を y_L と r_L に置き換えることによって得られる。なお、 y_U と y_L が負のとき Δl_{U1} は負とする。

従動側の慣性モーメントによって生じる上スパンにおけるベルト長さの変化量 Δl_{U2} は、次式で与えられる。

$$\Delta l_{U2} = -\pi^2 (m_p r_{p2}^2 + m_s r_s^2) \Delta l_{U1} f_z^2 C / (SE r_{p2}^2) \quad (3)$$

ここで、 m_p は従動プーリの質量、 r_{p2} は従動プーリのピッチ円半径、 m_s はロータリエンコーダを含む従動軸の質量、 r_s は従動軸の平均半径で、 f_z はベルト歯とプーリ歯のかみあい周波数、 SE はベルト伸び係数である。下スパンにおけるベルト長さの変化量 Δl_{L2} は、式(3)に示す Δl_{U1} を Δl_{L1} に置き換えることによって得られる。

図6に示す上下スパンにおけるベルトの総変化量 Δl_U と Δl_L は、式(2)と式(3)との和であり、次式で与えられる。

$$\Delta l_U = \Delta l_{U1} + \Delta l_{U2}, \quad \Delta l_L = \Delta l_{L1} + \Delta l_{L2} \quad (4)$$

1ピッチ周期の回転伝達誤差 $\Delta \theta_i$ は、図6に示す Δx_p を用いて次式のように与えられる。

$$\Delta \theta_i = \Delta x_p / r_{p2} = (\Delta l_L - \Delta l_U) / (2r_{p2}) \quad (5)$$

式(5)において、 $\Delta \theta_i$ が正のとき従動プーリは進み、負のとき遅れる。

図5に示す破線は、式(5)を用いて得た $\Delta \theta_i$ の計算結果を示している。計算結果の振幅と位相はほぼ実験結果と一致する。このことにより、 $\Delta \theta_i$ の発生機構の基本的な考え方は妥当であり、上下スパンにおけるベルト長さの差異により $\Delta \theta_i$ が発生することが確認できた。

4・4 合成回転伝達誤差

共振による1次振動における合成回転伝達誤差 $\Delta \theta$ は、1/2ピッチ周期の回転伝達誤差 $\Delta \theta_{i/2}$ と1ピッチ周期の回転伝達誤差 $\Delta \theta_i$ の和として次式で与えられる。

$$\Delta \theta = \Delta \theta_{i/2} + \Delta \theta_i \quad (6)$$

図7に、 $T_i = 303 \text{ N}$ と $T_i = 311 \text{ N}$ のとき共振による1次振動の回転伝達誤差の実験結果と計算結果を示す。実線は、図1に示す $\Delta \theta$ の実験結果を示し、破線は式(6)を用いて得られた $\Delta \theta_{i/2}$ と $\Delta \theta_i$ を合成した計算結果を示す。図7において、 $T_i = 311 \text{ N}$ の $\Delta \theta$ は $T_i = 303 \text{ N}$ のときのそれに比べ大きく発生する。これは、図1に示す $T_i = 311 \text{ N}$ の y_{dif} が $T_i = 303 \text{ N}$ のときのそれより大きいためである。両取付張力において、 $\Delta \theta$ の計算結果は実験結果の傾向

Fig.7 Experimental and calculated results of the transmission error comprising both periods

と一致している。従って、1 ピッチと 1/2 ピッチの周期を合成した $\Delta\theta$ の解析の妥当性が確認できた。合成された回転伝達誤差は凸凹状による上下スパンにおけるベルトの変位の差とかみあい始めと終わりのベルトの浮き上がり量の差、従動側の慣性モーメントによって発生することがわかった。

5. 結 言

一定のプーリー回転数で取付張力を変化した場合の共振時の歯付ベルトにおける回転伝達誤差について実験を行い、実験結果に基づく解析により得られた計算結果と実験結果を比較検討した結果、1/2 ピッチに 1 ピッチ周期が合成された回転伝達誤差の計算結果は、実験結果とほぼ一致し、回転伝達誤差の発生機構の解析の妥当性が確認できた。また、1 ピッチ周期の回転伝達誤差は共振により上スパンと下スパンにおけるベルト長さに差が生じることによって発生することがわかった。

文 献

- (1) Kubo, A., Ando, T., Sato, S., Aida, T., and Hoshiro, T., "On the Running Noise of Toothed Belt Drive (1st report, Mechanism of Noise Generation)", *Bulletin of JSME*, Vol. 14, No. 75 (1971), pp. 991-997.
- (2) Kagotani, M., and Ueda, H., "Transmission Error in Synchronous Belt With Resonance Under Installation Tension", *Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol. 134, No. 6 (2012), pp. 061003-1-61003-12.