217 GA 利用による 3 次元構造物の位相最適化に関する研究 (第 2 報: 要素分割数にともなう位相および体積の変化ならびに複雑な位相最適化問題への適用)

A Method for Topology Optimization of Three-Dimensional Structures by Using Genetic Algorithm

(2nd : Change of Topology and Volume with Number of Element-Cut and Apply to Complicated Optimum Models)

○ 西 浩一 (芝浦工大) 鈴木 雄作 (日本総研)
正 川面 恵司 (芝浦工大)

Hirokazu NISHI, Shibaura Institute of Technology, Fukasaku307, Omiya, Saitama, 330-8570

Yusaku SUZUKI, The Japan Research Insutitute, Limited

Keishi KAWAMO, Shibaura Institute of Technology

In a series of the studies where two-dimensional continua have been optimized topologically by using our own contrived method equipped with genetic algorithm. The method is that shape and topology (i.e. layout) optimization is attained in such a way that optimal layouts of finite element models are obtained by selecting using the layouts of the models as individuals, and by adopting removal and addition parameters, β and γ , of the elements as chromosomes. In the previous paper we discussed that certain relations are certified to exist between the mean values of β and γ , and generations, and then optimal layouts to deterministically obtain by using the relations. Here the similar method is applied to three-dimensional finite models and its validity is demonstrated in numerical experiments.

Key Words: Optimum Design, Structural Analysis, Finite Element Method, Genetic Algorithm

1. 緒言

筆者らは 2 次元連続体の有限要素モデルについての位相最適化問題を遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm, 簡単に GA という) を利用して検討してきた^{1)~3)}。筆者らの方法は、ひとことで言うと最適化プロセスの各世代で応力の小さい要素を有限要素モデルから一度に複数個除去し、除去された要素の一部を再びモデル内に戻すといった、世代ごとに要素の除去と再付加を繰り返しながら位相最適解を得ようとする方法である。

具体的には、モデル内に発生する応力の大きさに応じて要素を幾つかのクラスに分け、応力の小さい要素が属するクラス内の要素を除去 (実際には極めて小さな弾性係数に変更することにより、除去したとする)、除去によって応力分布が変化することから、いったん除去した要素の応力が大きくなることにより得るので、除去要素の一部を再びモデルに付加 (実際にはもとの構成材料の弾性係数に戻す) する。この除去するクラス数と付加する要素数を除去と付加のハラメータとし、これを GA ハラメータに用いて最適化プロセスを制御する。

この方法を 2 次元連続体モデルに適用したところ、鈴木らの均質化法⁴⁾によって得られた位相と形状の最適解 (今後、レイアウト最適解と呼ぶ) とほとんど同じものが得られた¹⁾。さらに、除去と付加ハラメータの個体についての平均値と世代数の間に一定の関係があり、この関係は突然変異を行わずに交差のみで GA プロセスを行わせた場合にはこの関係の間のばらつきは小さくなり、突然変異なしでもレイアウト最適解に収束することが分かった²⁾。そこで、この関係から最小二乗法により関係式を作り、この式を用いて最適化プロセスを行わせた³⁾。その結果、鈴木らの均質化法や伊能らのセル・オートマトン⁵⁾⁶⁾によるレイアウト最適解とほとんど同じ解を得ることができた。この方法は、いわば個体一個による確定的な最適化法と呼ぶことができる。前報⁷⁾ではこの方法を 3 次元連続体の有限要素モデルに適用したが、本報告ではさらなる有効性を検討する上で、以下の数値実験を行う。

1. 許容設計空間の差異による位相最適化
2. 要素分割数にともなう位相および体積の変化
3. 複雑な位相最適化問題への適応

2. レイアウト最適化法

2.1. 最適化アルゴリズム

筆者らの提案した最適化アルゴリズムを簡単に再記する。詳細は文献 1)2) に述べてある。

- Step 1. 有限要素法により設計領域内の有限要素モデルの要素応力を求めて、応力値の大小によって要素をクラス分けする。
- Step 2. 要素応力の平均値の属するクラス番号の β 倍のクラス番号より小さいクラス番号に属する要素を構造から除去し、これらを除去要素ファイルに格納する。
- Step 3. 各世代において、同ファイルに格納されている全要素の γ 倍の要素を再び構造に付加する。

以上の Step1 ~ Step3 が 1 世代を構成する。これら一連の操作を後述する収束条件を満たすまで繰り返す。なお、 β を要素除去係数、 γ を要素付加係数と呼ぶことにする。

2.2. 個体と遺伝子の表現法

β と γ をそれぞれ 2 進数 7 ビットの遺伝子型コードで表現したものを β_0 と γ_0 と書くことにする。この 2 つの係数からなるストリングをひとまとめにして 1 つの染色体として定義する。個体はこの染色体とこの世代までに除去された要素が格納されている除去要素ファイルからなっている。

染色体の表現型は文献3)で示した後述の数値実験の結果を参考に次式のように定義する。

$$\beta' = \frac{0.80}{1.27} \beta = \left(\frac{0.80}{1.27} \right) \cdot \left(\frac{\beta_0}{100} \right) \quad (1)$$

$$\gamma' = \frac{0.60}{1.27} \gamma = \left(\frac{0.60}{1.27} \right) \cdot \left(\frac{\gamma_0}{100} \right) \quad (2)$$

β_0 と γ_0 の範囲が2進数7ビットで表現されているから、これを10進数に変換すると0~127をとり、 β' と γ' の範囲はそれぞれ0.00~0.80および0.00~0.60となる。要素の除去と付加の操作は、実際には、この β' と γ' によって制御される。式(1)と式(2)によって、 β' と γ' の範囲を狭めたのは、そうしないと最適化プロセス中に有限要素モデルの一部が切断されて構造として不完全になり、適応度が一挙にゼロに低下する、いわゆる個体が死滅する率が高かったからである。そこで、このように範囲を狭めることにより個体の死滅がほとんど生じることがなかったので上式を採用することにした³⁾。

2.3. 適応度関数

適応度関数は以下に示すように設定する。

$$\phi_i = \frac{V_0 - V_i(t)}{V_0} + \zeta \left(1 - \frac{\sigma_{i,max}(t)}{\sigma_{al}} \right) \quad (3)$$

$$\zeta = \begin{cases} 0.0 & \text{for } (\sigma_{max} \leq \sigma_{al}) \\ 1.0 & \text{for } (\sigma_{max} > \sigma_{al}) \end{cases}$$

$$f_i = \phi_i^2 \quad (4)$$

ただし、 i は個体番号、 t は世代数、 V_0 は構造の初期体積(つまり、初期設計領域)、 $V_i(t)$ は個体 i の世代 t における体積、 σ_{al} は許容応力、 $\sigma_{i,max}(t)$ は個体 i の世代 t における要素の最大応力である。

2.4. 遺伝子操作

交差率を0.8とし、係数 β_0 と γ_0 に対してそれぞれ一点交差を行ない、突然変異操作は行なわないことにする。またGA戦略として適応度に比例して次世代に残す個体を決定するルーレット戦略、最も適応度の高い個体を1個だけ次世代にそのまま残すエリート保存戦略、世代を経るごとに個体間の適応度差を拡大させるために筆者らが考案した線形スケリングの式(文献3)の式(3)~式(5))を採用する。

2.5. 計算条件

対象構造はすべて弾性係数 $E=206.0GPa$ 、ポアソン比0.3とし、除去される要素は実際には極端に小さな弾性係数 $E_0=103.0MPa$ をもつ要素に置き換える。しかし式(3)の V_i には除去された要素の体積は含めないことにした¹⁾²⁾。これに関しては文献2)に詳しく述べてある。

また、各世代で得られる体積減少比の個体に関する平均値の2世代に渡った相対変化率が 10^{-3} 以下になったときに最適化プロセスを終了とする。この終了条件は文献3)式(6)と式(7)を参照)に詳しい。

3. 計算実験

3.1. 対象構造

計算対象に取り上げた連続体の初期の設計領域は図1と図2に示す直方体状の構造Aと構造Bの2種類である。それぞれの構造について設計領域の寸法(mm)、荷重条件、許容応力、有限要素分割は図に示した通りである。境界条件は、図の下面(つまり

X-Y平面)で固定した。構造の有限要素モデルは8節点アイソパラメトリック二次要素に分割されている。要素応力としては、要素内の重心におけるミーゼスの等価応力を用いた。

Fig. 1 Structure A

Fig. 2 Structure B

3.2. GA 試行結果

すべてのGA試行で個体数を10に固定し、各構造について5回ずつGAによる最適化シミュレーションを行なって得られた結果を表1に示す。なお前述のクラス数は10に設定した。

Table .1 Results of simulation

Struct.	N.I.		Fitness	V.R.	S.R.	F.G.
A	10	mean	0.923	0.964	0.986	18.4
		S.D.	0.0075	0.0074	0.0212	5.3889
	1		0.933	0.966	0.996	30
B	10	mean	0.933	0.966	0.866	16.2
		S.D.	0.0212	0.0107	0.1205	1.7205
	1		0.917	0.958	0.970	23

* N.I., V.R., S.R., F.G. and S.D. are abbreviations of number of individuals, volume reduction ratios, stress ratios of final layouts, final generations and standard deviation of 5 trials.

表1中の値は各シミュレーションにおける最終世代のエリート個体についての平均値を表している。Fitnessは適応度で、式(3)より求めた値。V.R., S.R., F.G.はそれぞれ体積減少比、応力比、最終世代数を表し、それぞれ最終体積の初期体積に対する減少比($= \frac{V_0 - V_i}{V_0}$)、最大応力の許容応力に対する比($= \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{al}}$)である。標準偏差の値から、それぞれの構造について5回の試行結果の値のばらつきが小さく、GAプロセスが安定していることがわかる。GA試行は通常10回程度行なうが、本方法は解が安定しているので5回の試行にとどめた。

得られた最終レイアウトを以下の図3と図4に示す。なお、図中の要素の色の濃淡は要素応力の大小に対応しており、応力の高い要素ほど色を濃くしてある。

Fig. 3 Final Layout (in Structure A)

Fig. 4 Final Layout (in Structure B)

構造 A(図1と図3参照): 荷重はX方向に負荷されているので、その結果はX方向にくの字状の2部材トラスが得られた。これは2つの部材が90°, 固定平面に対して45°傾いているトラスで、解析解や本方法による2次元問題の解とよく一致している。

構造 B(図2と図4参照): 荷重はY方向に負荷されており、Y方向の設計領域の幅が短いので、本構造は構造Aのような2部材トラスとはならず4本の部材からなる立体トラスが得られた。

3.3. 最適化プロセスにおけるGAパラメータ

(1) 最適化プロセスにより得られた世代 $t-\bar{\beta}_0$ 、 $t-\bar{\gamma}_0$ の3次元構造のデータと文献3)の2次元構造物で得られた各データ(同文献の図8と図9を参照)の比較を行なう。このデータは2次元構造に関しては構造I~構造VIIの7種類の構造について、3次元構造に関しては構造Aと構造Bの2種類の構造についてそれぞれGAを試行した結果である。

Fig. 5 Behavior of $\bar{\beta}_0$

図5から分かるように世代 $t-\bar{\beta}_0$ 線図のデータは2次元、3次元構造にほとんど関係なくほぼ一本の帯を形成している。つまり、要素を除去するという振舞いについては2次元構造物も3次元構造物も大差ないということである。

(2) $\bar{\gamma}_0$ データを世代 $t-\bar{\gamma}_0$ の関係について整理し直すと、図6に示すように、2次元構造と3次元構造のデータとともにばらつきが小さく狭い帯内にあり、後者が前者に比べて $\bar{\gamma}_0$ が大きな側にシフトしていることが分かった。そこで、2次元、3次元構造データを改めて最小二乗法により次の曲線(今後、これを最適化曲線と呼ぶ)を求めた。

世代 $t-\bar{\beta}_0$ 曲線:

$$\bar{\beta}_0 = \begin{cases} 0.1807 \log_e t + 0.6516 & (\bar{\beta}_0 \leq 1.27) \\ 1.27 & (\bar{\beta}_0 > 1.27) \end{cases} \quad (5)$$

$$R^2 = 0.826$$

世代 $t-\bar{\gamma}_0$ 曲線:

2次元構造の場合

$$\bar{\gamma}_0 = \begin{cases} 0.000000001t^6 \\ -0.00000002t^5 \\ +0.00001t^4 - 0.0005t^3 \\ +0.0098t^2 - 0.0969t + 0.3758 & (\bar{\gamma}_0 \geq 0.00) \\ 0.00 & (\bar{\gamma}_0 < 0.00) \end{cases} \quad (6)$$

$$R^2 = 0.905$$

3次元構造の場合

$$\bar{\gamma}_0 = \begin{cases} -0.000000008t^6 \\ -0.00000007t^5 \\ +0.00008t^4 - 0.0024t^3 \\ +0.0309t^2 - 0.1882t + 0.6179 & (\bar{\gamma}_0 \geq 0.00) \\ 0.00 & (\bar{\gamma}_0 < 0.00) \end{cases} \quad (7)$$

$$R^2 = 0.6807$$

図6に、2次元構造の場合の最適化曲線を点線で、3次元構造の場合のそれを実線でそれぞれ示してある。

Fig. 6 Behavior of $\bar{\gamma}_0$

式(5)と式(6)を用いて単一個体による確定的な方法により最適化を行なった結果をGAプロセスによる結果とともに前述の表1に示した。同表からわかるように、両方法による各構造の適応度、体積減少比および応力比はほとんど同じであり、終了世代数は単一個体による方法の方が若干多くなる傾向がある。しかし、単一個体による方法では1世代に必要な計算時間はGAと比較しておよそ個体数分の1($= 1/10$)であるから、前者の方が極めて短時間で最適化プロセスを試行できる。また、両方法による最終レイアウトも図示していないが、ほぼ同じ結果を得ることができた。

ここで、2種の3次元連続体に対して(1)GAを用いて5回ずつ最適化を行なった場合と(2)2次元連続体の最適化曲線を利用した単一個体による最適化を行なった場合、(3)3次元連続体の最適化曲線を利用した単一個体による最適化を行なった場合の3

つの場合について、それぞれ得られた最終レイアウトの残存要素数による比較を行なう。

図7から、前述の(1)~(3)のどの方法を用いて最適化を行なっても残存要素数はほぼ同じであって、最適化曲線の差の影響はほとんど認められなかった。

このことは次のことを物語っている。本最適化プロセスは、初期設計領域から応力の低い要素を順次除去し、除去した要素のうち応力が比較的高い要素を再びもとの設計領域に付加する方法であるから、あくまで除去の操作が主体である。したがって、最適化プロセスでは除去曲線の挙動には影響されるが、付加曲線の挙動にはそれほど大きく影響されないのではないかと考えられる。

3.4. 許容設計領域の差異による位相最適化

当初与えられた設計領域の大きさが最終のレイアウト最適解にどのように影響するかを図1、図2に示した構造A、構造Bおよび後述する構造B-1、B-2を用いて検討する。

構造B-1、B-2は初期設計領域の有限要素モデルについて荷重条件、境界条件、許容応力を構造Bと同じに固定し、寸法を幅方向と長手方向には同じであるが、高さ方向の寸法(Y方向の寸法)が60(B-1)、20(B-2)、要素数が6、2(それぞれ)の順に小さくなるように選んだ。

なお、計算は最適化曲線の式(5)と式(6)を採用してシミュレーションを行ない、その結果を図7に示す。同図中の横軸は、モデル名(Y方向、構造Aに限りX方向の寸法)、を表す。

Fig. 7 Number of Survival Elements in Structures

図7から、荷重方向の許容設計空間の広さと得られる最終レイアウトの残存要素数が反比例する結果が確認された。

図8と図9に構造B-1と構造B-2の最終レイアウトを示す。

Fig. 8 Final Layout (in Structure B-1)

Fig. 9 Final Layout (in Structure B-2)

図4では4本の足で支えているようなレイアウトであったものが、高さ方向の寸法を60に減少させると、図8のように2本の台のようなもので支えるようなレイアウトになった。引き続き高さ方向の寸法を20に減少させると、ついには図9のように幅が三角形に近いレイアウトになった。構造A、BおよびB-1、B-2はいずれも先端に横荷重が負荷された片持ちはりの一種である。したがって曲げモーメントは先端で0で、固定端に向かうにつれて線形に増加する。このことから、構造B-1では曲げモーメントの高い固定端付近では断面係数が極力大きくなるように最終レイアウトが二股状になり、構造B-2では同様の理由で等応力分布になるように先端から固定端に向けて幅が三角状になったものと考えられる。

3.5. 要素分割数にともなう位相および体積の変化

構造A、B、B1、B2では有限要素の寸法を固定して各対象構造について計算を行なった。ここでは要素の寸法を変えて、要素分割数を増減させ計算を行なうことにより、得られる最適解の位相および体積がどのように変化するかを実験する。そこで、先の図8に示した構造B-1について、構造の対称性を利用し半分の領域について要素分割を(1) $8 \times 4 \times 7$ (X × Y × Z) と粗く設定した場合と、(2) $18 \times 8 \times 15$ と細かく設定した場合のそれぞれについて計算を行ない、その結果を図10、図11にそれぞれ示す。ここで、荷重条件、境界条件および許容応力などは構造B-2とまったく同じに設定した。

Fig. 10 Final Layout (in Structure B-1 (Coarse Mesh))

Fig. 11 Final Layout (in Structure B-1 (Fine Mesh))

図8と図10、図11を比較すると、構造B-2(粗)については、領域の境界となる面の位相の若干の違い、構造B-2(細)については、X方向(荷重に対して直角な方向)の寸法が短くなるなどの若干の差異は認められたが、大まかなレイアウトはほぼ同じになった。

ここで、得られたそれぞれの最終レイアウトの残存体積による比較を以下の表3で行なう。

Table .3 Results of Simulation

Structures	Remained Volume($\times 10^3 [mm^3]$)
B-2	1.660
(1) B-2 (coarse)	2.315
(2) B-2 (fine)	1.093

表3に示した結果から、要素分割を細かくするにしたがってより最適なレイアウトに近づくため、得られる最終レイアウトの体積が小さくなるという結果を得た。しかし、ここで行っているレイアウト最適化の目的は、短時間で大よそのレイアウトを把握することにあるので、過度に分割を細かくする必要はないのではないかと考える。

3.6. 複雑な位相最適化問題への適用

これまでに扱ったほとんどの構造は、材料力学的におおよその位相を予測することができた。ここでは、式(5)と式(6)を用いた単一個体による確定的な方法が、より複雑な位相最適化問題へも適用できることを調べる。

Fig. 12 structure E

そこで、セル・オートマトンによる位相最適化がなされている構造に対して本手法を用いて計算する。同文献では、図24に示した構造Eの上端部に(1)~(3)の3つの方向から時間的に異なる荷重を負荷するという条件のもとで最適化を行っている。同構造に対して本手法を適用する際の処理手順を以下に示す。

- Step 1. 構造Eに対して荷重1を負荷し、最適化シミュレーションを行う。(最終レイアウトは図13(a)参照)
- Step 2. 同構造に対して荷重2を負荷し、最適化シミュレーションを行う。(最終レイアウトは図13(a)参照)
- Step 3. 同様に荷重3を負荷し、最適化シミュレーションを行う。(最終レイアウトは図13(b)参照)
- Step 4. Step.1~Step.3で得られた最終レイアウトを加え合わせるにより最適レイアウトを求める。(図13(c)参照)

図12中に示した許容応力値は、同文献を参考にし、体積がほぼ同程度になるよう210[MPa]に設定した。

Fig. 13(a) Final Layout (in Structure E, Load: (1) or (2))

Fig. 13(b) Final Layout (in Structure E, Load: (3))

Fig. 13(c) Final Layout (in Structure E)

両レイアウトを合成した最終レイアウトを上方、前方ならびに側方からみた図とともに図13(c)に示してある。この結果は伊能がセル・オートマトンによる方法によって得られた最終レイアウトとよく一致している。また、以下の表4に得られた最終レイアウトに関する各データを示す。

Table .4 Results of Simulation

F.L.	Load	$(V_0 - V)/V_0$	σ_{max}	σ_{max}/σ_{at}
13(a)	(1) or (2)	0.916	189.28	0.901
13(b)	(3)	0.712	203.07	0.967
13(c)	(1)+(2)+(3)	0.700	202.79	0.966

* F.L. is abbreviation of final layouts.

表4には、図13(c)に示した各最終レイアウトに対して、(a) 荷重1または荷重2を負荷したとき、(b) 荷重3を負荷したとき、(c) 合成した最終レイアウトに荷重1または荷重2または荷重3を負荷したときのそれぞれの体積減少比ならびに応力比 σ_{max}/σ_{at} を示している。これらの値から、荷重3がレイアウト決定に大きく関係していることがわかる。結果として、図13(c)に示した最終レイアウトが文献のものとはほぼ同様の結果となっていることから本手法の妥当性が確認できたと考える。

以上の計算実験から本法には次のような欠点があることがわかった。

筆者らのGAによる最適化手法は、個々の有限要素の有無を指定する方法ではないので本来対称であるべき構造が、得られた最終レイアウトではそのようなようになっていないなど構造上の矛盾が現れている。これは本手法が持っている本質的な欠点である。

構造上、相隣り合う要素は面で連結しているべきであるが、2節点以下の数の節点でつながっているような最終レイアウトが得られている。これは要素を除去する代わりに除去要素の弾性係数を非常に小さくすることによって生じたものである。このような手法を用いずに各世代ごとにリモデリング、全体剛性マトリクスの再構築などの処理を行なうようにすれば、以上のような問題点は解決するであろう。しかしながら、以上より、本方法は適度に要素分割した有限要素モデルに適用すれば設計の指針となり得る大まかなレイアウトを得るのに用いる方法としての有効性が考えられる。

4. 結言

- (1) 有限要素の除去と付加をGAパラメータとする方法を、2次元連続体の位相最適化問題に適用したところ極めて安定して解を求めることができたことから、本方法をそのまま様々な3次元連続体に対して適用できることを確認した。
- (2) 2次元連続体と同様に、3次元連続体に対する最適化プロセス中においても、対象構造の差異にほとんど関係なく、世代に対する各パラメータの変化の傾向がほぼ一定であった。
- (3) 2次元連続体および3次元連続体に対して最適化を行なった結果得られた $\bar{f}_0$ と $\bar{u}_0$ をそれぞれ世代 i の関数として近似し、これらの関係を最適化曲線として用いて単一個体による確定的方法により最適化を行なえることが確認できた。
- (4) 設計領域の差異による位相最適化を試みることで、本最適化方法の妥当性が確認できた。このことから、GAを数値実験の道具として使用し、これにより得られたパラメータを実験係数値として使用する方法を提案する。
- (5) 同じ構造に対して要素分割数を増減させることにより位相最適化を行なうことで、得られる最終レイアウトの残存体積には若干の変化が認められたが、大まかなレイアウトはほぼ同じになった。
- (6) より複雑な位相最適化問題に対して、本法を適用し最適化を行なえることができたことから、本法の汎用性が確認できたと考える。

謝辞

本システムにおけるFEMソルバモジュールの組み込みに関しては、三菱総合研究所の横山 登、長嶋利夫の両氏にご協力いただきました。また、可視化のソフトとしてTECPLOTを使用した際に住商エレクトロニクスの小澤和夫 氏にアドバイスをいただきました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 長谷川、川面、GA利用による機械構造物の位相最適化の一方法、機論、61-581、A (1995-1)、183-190。
- 2) 鶴田、長谷川、川面、GA利用による機械構造物の位相最適化の一方法(第2報:有限要素の除去・付加パラメータを染色体とする方法の収束性の検討)、機論、63-605、A (1997-1)、170-177。
- 3) 鈴木、鶴田、川面、GA利用による機械構造物の位相最適化の一方法(第3報:有限要素の除去・付加パラメータを用いた単一個体による確定的方法)、機論、64-626、A (1998-10)、49-54。
- 4) Suzuki, K. and Kikuchi, N., A homogenization method for shape and topology optimization, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. Vol. 93(1991), 291-318。
- 5) 伊能、上杉、力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン(さまざまな位相構造の生成とその形態比較)、機論、61-585、A (1995-5)、241-246。
- 6) 伊能、下平、小林、力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン(ローカルルールによって生じるシステム全体の挙動)、機論、61-586、A (1995-6)、272-278。
- 7) 鈴木、西、川面、GA利用による3次元構造物の位相最適化の一方法(有限要素の除去・付加パラメータを用いた単一個体による確定的方法)、計算工学会講演論文集、Vol.4、(1999-5)、433-436。