207 組合せ最適化問題における Proximate Optimality Principle を考慮した Tabu Search の探索効率改善

Improvement of Tabu Search considering a Proximate Optimality Principle in Combinatorial Optimization Problems

金澤 貴彦* 安田 恵一郎 (東京都立大学)

Takahiko Kanazawa, Keiichiro Yasuda (Tokyo Metropolitan University)

Most of the actual problems with discrete mechanism can be formulated as a combinatorial optimization problem such as system scheduling problems. While many combinatorial optimization problems are supposed to be $\mathcal{NP}$ -Hard from the view point of complexity in a calculation theory. This means that it is extremely hard to obtain a strictly optimal solution within feasible computation time. Meta-heuristics is a new paradigm that aims to obtain an approximate solution within feasible computation time. In the meta-heuristics, Tabu search is one of the most effective algorithms for combinatorial optimization problems. While the intensification of Tabu Search is powerful, the diversification Tabu Search is not powerful. This paper proposes an algorithm - Tabu Search with multi-criteria for coordinating the intensification and diversification that takes a Proximate Optimality Principle (POP) into consideration - has several important features for solving combinatorial optimization problems. The Tabu Search with multi-criteria has two purpose, the value of objective functions and the evaluation of operations, these enable to achieve well-balanced search. The proposed algorithm is applied to Traveling Salesman Problems, that is typical combinatorial optimization problem, to verify the performance of search.

1 はじめに

近年、複雑なシステムを最適に計画・運用するための手段として、システム最適化の概念はますます重要な地位を築きつつある。そして、システムのスケジューリング問題など、離散的構造を持つ現実の多くの問題が組合せ最適化問題として定式化できる。一般に、組合せ最適化問題は以下のように定式化される。

$$\min f(x) \quad (1)$$

$$\text{subj. to } x \in \mathcal{F} \quad (\mathcal{F}: \text{実行可能領域}) \quad (2)$$

しかしながら、その一方で数学における計算の複雑性の理論により、その組合せ最適化問題の多くについて $\mathcal{NP}$ 困難性が示されている¹。

このことは、大規模な現実の組合せ最適化問題の厳密な大域的最適解を実用的な時間内に求めることが（計算機の処理能力が今後も飛躍的に発展することを考慮に入れたとしても）一般に絶望的であることを意味している。ところが、厳密な大域的最適解を求める必要に迫られるケースは現実的にはむしろ稀で、ある程度精度の高い解が求まれば十分な場合が多いと考えられる。

メタヒューリスティクス（メタ解法：発見的近似解法）は、このような背景のもとに提案された最適化における新しいパラダイムで、厳密な証明はできないが人間の目から見て有効であろうと考えられるヒューリスティクス（発見的操作）を含む近似解法であるといえる。遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm: GA）、模擬焼き鈍し法（Simulated Annealing: SA）、Tabu Search など、これまでメタ解法に属するアルゴリズムが数多く提案されてきた。

一般に、問題を解くにあたっては対象とする問題の持つ特徴をつかみ、それを最大限に活用する必要がある。組合せ最適化問題においても、問題を解くにあたって有用であろうと考えられている POP (Proximate Optimality Principle) と呼ばれる特徴が存在する。POP とは「よい解同士は似通った構造をもっている」という漠然とした仮定で、メタ解法と組合せ最

適化問題との関連における重要な概念である。組合せ構造をもつ問題の中には POP が成立しない問題として偶奇性判定問題 (Parity Problem) や数分割問題などが挙げられるが [6]、組合せ最適化問題に対するメタ解法の多くは基本的に POP を考慮した手法であると言える。

例えば遺伝的アルゴリズムでは対象とする問題の解を遺伝子と捉え、淘汰によって遺伝子集団の中から環境に適合した良い遺伝子を選択する。そして、淘汰によって得られた良い遺伝子同士を交叉によって組合せ、さらによい遺伝子を生み出すことを狙いとしている [4]。このように優れた遺伝子同士を組合せて解を改善するという戦略が成功するためには、良い遺伝子同士が（ランダムに生成した解同士には見られないような）何かしらの似通った構造を持っているという条件が必要となり、これがまさに POP の考慮に他ならない。

また、優れたメタ解法の構築を考える上で鍵となる概念として集中化 (Intensification) と多様化 (Diversification) が挙げられる [3]。集中化とは局所的な探索のメカニズムを意味し、短期的な解の改善を目標とする概念であると考えられる。また、多様化とは大域的探索のメカニズムを意味し、局所的な探索からの脱出および長期的な解の改善を目標とする概念であると考えられる。高い探索能力を実現するためには、集中化あるいは多様化の一方に頼るのではなく、両者の特性をバランス良く兼ね備えるようにアルゴリズムを構築することが有効である。

組合せ最適化問題に対するメタ解法として高速かつ優れた探索性能を持つといわれる Tabu Search [1, 2] は、Local Search に準ずる強力な集中化のメカニズムを持つアルゴリズムである。しかしながら多様化のメカニズムは Tabu List によるもののみであるため、集中化・多様化のバランスの観点から、大域的探索については改良の余地があると考えられる。そこで本論文では Tabu Search を基にして、POP を陽に考慮した多様化のメカニズムを強化することによって探索能力を向上させるアルゴリズムを提案する。

以下本論文の構成は次の通りである。まず次章で、アルゴリズムを改良するにあたっての基本的戦略について概説する。3 章ではメタヒューリスティクスおよび POP の概念について考察し、代表的な組合せ最適化問題である巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem: TSP) [5] において POP の成立を検証する。4 章では集中化と多様化および多軌道化について検討し、具体的なアルゴリズムの改良の方法について述

¹ある組合せ最適化問題が $\mathcal{NP}$ 困難であるということは、その問題の厳密な最適解を求めるために要する時間が、最悪ケースにおいて対象とする問題の規模の多項式オーダーで押さえることが不可能であることを意味する。

べる。5章では4章までの検討内容を基に、POPを陽に考慮したアルゴリズムを提案する。6章ではPOPが強く成立する典型的な組合せ最適化問題として巡回セールスマン問題(TSP)を取り上げ、提案手法の性能を検証する。7章はまとめて、本論文の総括と今後の課題について述べる。

2 アルゴリズム改良の基本的戦略

既に述べたように、本論文ではPOPを考慮した多様化のメカニズムをTabu Searchに加えることにより、探索効率を改善することを狙いとしている。ここではその改良に関する基本的な戦略について概説する。

従来のTabu Searchでは解の評価基準として目的関数値のみを用いているが、本論文の提案手法では目的関数値の他にPOPを陽に考慮した要素として、移動の際に用いるオペレーションの良さを判断するための評価基準を導入する。これによって効果的な探索において重要な要素である多様化を強化し、探索性能を向上させることを狙いとしている。そのために組合せ最適化問題の解を、解を構成する何らかの部品の集合であると考え、メタ解法における探索点の移動は解に含まれる部品の組換えによって達成されると捉えることとする。

新たな評価基準の導入によって、提案手法では解の評価基準が、集中化を考慮した目的関数値という基準・多様化を考慮したオペレーションの評価という基準の2つとなる。この2つの評価基準をバランスよく考慮するために多目的最適化におけるPareto最適解の概念を導入し、集中化・多様化の2つを評価基準としたPareto最適解集合を許容近傍内に構成する。そしてPareto最適解集合内のどの点に移動するかを探索状況に応じて適応的に変化させることで集中化と多様化の両立をさせ、さらに探索軌道を多軌道化することによって対象となる問題についての情報を効果的に収集し、探索の効率化を計ることとする。

次章以降ではこれらの戦略について詳しく説明する。

3 メタヒューリスティクス

メタヒューリスティクスは最適化における新しいパラダイムで、厳密な証明はできないが人間の目から見て有効であろうと考えられるヒューリスティクス(発見的操作)を含む近似解法であるといえる。

3.1 Tabu Searchのアルゴリズム[1, 2]

Tabu Searchは近傍集合内の全ての解を評価し、その中で評価値の優れている解に移動するという強力なLocal Searchのメカニズムを持つ。その一方で既に行った近傍生成操作をTabu Listに記憶し、Tabu Listが記憶している間はその操作を行うことを禁止することで探索点が元の解に戻ることを防ぎ、広域探索を実現している。

Tabu Searchのアルゴリズムを以下に示す。

【Tabu Search】

Step1: 初期点を生成する。Tabu List T を初期化する。

Step2: Tabu Listに含まれない移動可能な近傍 $N(x)/T$ 内で目的関数値が最小の点に移動する。

Step3: Step2での移動に用いた操作をTabu Listに追加する。

Step4: Step2~Step3までを規定の回数繰り返し、探索中に求まった最良解を出力して終了。

しかしながらTabu Listのみに頼った多様化のメカニズムは強力な集中化のメカニズムと比較して十分な強力さを持っていないとも言えず、集中化と多様化のバランスが取れていない。

このためTabu Searchの多様化のメカニズムを強化することにより集中化・多様化をバランス良く含むようなアルゴリズムを構築することで、より探索が改良できると考えられる。以

下では組合せ最適化問題の特徴であるPOPを利用したこのような改良の実現可能性について検討する。

4 POPの概念について

多くの組合せ最適化問題にはPOPが成立していることをはじめに述べた。POPとは「良い解同士は似通った構造を持っている」という漠然とした仮定である。

Fig. 1: POPの成立と不成立のイメージ

ここでは代表的な組合せ最適化問題であるTSPにおいてPOPが成立していることを検証する。この検証に際して「良い解」を定める必要があるが、本論文では局所的最適解を「良い解」と捉えることとし、局所的最適解同士の解構造の類似性を調べることでPOPの成立を検証する。

4.1 巡回セールスマン問題(TSP)

巡回セールスマン(TSP)とはN点の都市を全て1回ずつ経由する巡回路の中で巡回路長が最も短いもの(最適巡回路)を求める問題である。一般のTSPの中には都市間の距離が非対称であるもの(非対称・非Euclid)や、都市の座標が3次元以上の高次元であるものなど様々な設定が可能な比較的柔軟な形式であるが、本論文では最も基本的な2次元の対象Euclid TSPを用いることとする。

TSPのひとつの解は巡回する都市の順列によって表現され、隣接する都市同士を組として見ること都市間を結ぶ枝の集合を表しているといえることができる。そしてTSPでは共有している枝の数が多いほど解が類似していると見なすことが妥当であると考えられるため、類似度は「共通している枝の数」で与えられるものとする。このような類似度は $F: Z^n \rightarrow Z^1$ のような形の写像として表現可能であり、類似度を表現する写像を F とする。

4.2 POPの検証

POPの成立は目的関数および近傍定義に依存して決まってくるが、ここでは目的関数として以下を用いた。

$$f_{TSP}(\sigma) = \sum_{k=1}^{n-1} d_{\sigma(k), \sigma(k+1)} + d_{\sigma(n), \sigma(1)} \quad (3)$$

$$d_{i,j} = \|x_i - x_j\|$$

(σ : 解をあらわす順列, n : 都市数,
 $d_{i,j}$: 都市 i と j の距離)

この目的関数は TSP LIB 等で用いられている標準的な形式の関数である。また、近傍定義は 2-opt 近傍を用いた。2-opt 近傍は図 2 に示されるような近傍で、Euclid TSP のある巡回路が含む 2 本の枝を取り除き、別の 2 本の枝を挿入する操作である。2-opt 近傍は Lin-Kernighan 近傍や 3 本の枝を入れ替える 3-opt のような強力な改善能力を持つ近傍と比較すると性能は劣るが、これらの近傍の基礎となっているシンプルな近傍であり、計算負荷も低いため採用した。

Fig. 2: 2-opt 近傍

これらの設定を用いて TSPLIB の pr107 (最適巡回路は図 3) に対してローカルサーチを行い、局所的最適解を 2 点求め、それらの巡回路をプロットした (図 4)。また、ランダムな解を 2 つ生成し、それらの巡回路をプロットした (図 5)。

Fig. 3: pr107 の最適巡回路

Fig. 4: pr107 の局所的最適解の巡回路

これらの図を比較すると明らかなように、局所的最適解同士の巡回路に類似性があり、さらに局所的最適解と大域的最適解の最適巡回路との間にも強い類似性があることが見て取れる。その一方で、ランダムな解同士にはこれに類するような巡回路の類似性は全く見られない。

また、多数の解の間に存在する類似度の傾向を定量的に調べるために、上と同様の設定を用いて、TSPLIB の pr107 問題に対して初期点をランダムに設定して局所探索を繰り返し、局所的最適解を 1000 点求めた (この解集合を S_{localopt} とする)。また、これとは別にランダムに 1000 点の解を生成した (この解

Fig. 5: pr107 のランダムな解の巡回路

集合を S_{random} とする)。こうして求められた解集合 S_{localopt} , S_{random} それぞれについて、2 つの解 (ペア) を選び出す全ての組合せを取り出し、2 つの解が共有している枝の数を調べることで類似度を求めた。すなわちある解集合 S の類似度平均を $\text{Sim}(S)$ とすると、

$$\text{Sim}(S) = \frac{1}{|L(S)|} \sum_{d \in L(S)} d \quad (4)$$

$$L(S) = \{F(x, y) | x, y \in S\} \quad (5)$$

その結果、ランダムな解集合、局所的最適解集合それぞれの解集合の解の類似度の平均値 $\text{Sim}(S_{\text{random}})$, $\text{Sim}(S_{\text{localopt}})$ は表 1 のようになった。また、類似度の分布を図 6 に示す。

Table 1: 解の類似度

解集合	類似度の平均値
S_{localopt}	67.98
S_{random}	2.02

Fig. 6: 相互距離および頻度のプロット

4.3 考察

これらの結果から、局所的最適解集合の方がランダム解集合と比較して平均的に類似度が高い、すなわちランダムな解同士が共有している枝に対して、局所的最適解同士が共有している枝が平均的に多いことがわかる。このことはつまり、局所的最適解同士が (ランダムな解同士のように) 無相関ではなく、何らかの似通った構造を持つことを示唆している。

また、この検証で用いた組合せ最適化問題である TSP においては、任意の解同士について計算可能である距離に相当する概念として共通しない枝の数があつたが、この距離に相当する概念が適切であると考えられる理由は、各枝によって独立に決定する評価値の和が目的関数となっているという構造からである。つまり組合せ最適化問題における距離に相当する概念は解空間依存ではなく目的関数依存であると考えられる。

例えば1機械のジョブショップ問題では解は順列によって表現されるが、その解に対する評価基準(目的関数)としては最大納期遅れや総滞留時間など様々な可能性が考えられる。そのためこの解空間に距離に相当する概念を導入する場合、同じ解表現も目的関数によって異なるように解釈されるべきである。さらに、近傍集合は、現在の探索点から何らかの意味で近いと言えるような集合であるべきで、適切に導入された距離に相当する概念での非負の最低距離内に存在する解の集合は一般的に有効な近傍集合の候補となる可能性が高い。

次に、ここで示した組合せ最適化問題の特徴をふまえて、アルゴリズムの改良の可能性について検討する。

5 アルゴリズムの改良

5.1 POPの利用

組合せ最適化問題の特徴としてPOPが成立している、すなわち局所最適解同士が似通った構造を持つ傾向が強いことをTSPについて示した。

このことから、大域的最適解も局所最適解と多くの枝を共有していることが容易に推測できる。そしてこの類似性を利用することにより、良好な解を効率的に探索できる可能性が高い。これらのことをまとめると、以下のことが言える。

- ① 探索中に求まった局所最適解の集合の共通部分は、大域的最適解との共通部分である可能性が非常に高い
- ② 局所最適解に含まれる頻度の低い部分は大域的最適解には含まれる可能性が低い

本論文ではこのうちの後者の可能性に着目し、大域的最適解に含まれる可能性の低い部分を積極的に組み替えることによって、多様化のメカニズムを強化する概念をTabu Searchに導入する。

この際に、組合せ最適化問題に対するメタ戦略での近傍移動について、解を構成する部品の組替えであると見なす新しい捉え方を導入する。

まず、組合せ最適化問題の解を、解を構成している何らかの部品の集合であると見なす。そしてその解の近傍集合が、解を構成する部品の系統的な除去および付加によって構成されると捉える(図7)。近傍移動は近傍内の一つの解を指定することであるから、近傍移動は現在の解に含まれる部品から適当な部品を取り除き、新たに別の部品を付け加えることであり、近傍移動操作(オペレーション)は解に含まれるどの部品を取り除き、どのような部品を付け加えるかということに相当する。

Fig. 7: 解を構成する部品の挿入および除去

このことをTSPの場合について解釈すると、解を「都市間を結ぶ枝」という部品の集合として捉えることを意味している。

そして2-opt近傍は、解に含まれる枝を2つ取り除き、新たに2本の枝を付け加えるという作業を系統的に行うことによって構築される。ただし、2-opt近傍では除去する枝に応じて加えるべき枝が一意に決定するため、オペレーションは「どの2本の枝を取り除くか」ということのみになる。

このような考え方があらゆる組合せ最適化問題の解に適用可能であるかどうかは必ずしも明らかではないが、問題ごとに強い特徴を持つ組合せ最適化問題の解構造および近傍定義について普遍的な捉え方をすることは、アルゴリズムの汎用性を高めるために有用であると考えられる。

以上の考察を踏まえ、探索過程で得られた局所最適解に含まれる部品の出現回数を保持しておき、移動の際に用いるオペレーションを、「そのオペレーションによって除去される部品が、それまでに得られた局所最適解集合に出現した回数」で評価し、出現回数が低い枝を除去するオペレーションを優先的に採用することを考える。このような要素を近傍移動の際に考慮することによって、良い解の中に含まれる可能性の低い部品を積極的に除去できることが、局所最適解と大域的最適解同士の高い類似性、すなわち組合せ最適化問題を持つ特徴であるPOPから推測できる。

5.2 Pareto最適解集合の構成

集中化・多様化は優れた探索を実現するための鍵となる概念である。このうちの集中化は近傍内の最良解に常に移動するようなLocal Searchによって比較的容易に達成されたと考えられる。その一方で、多様化は集中化の場合のように簡単には達成できていないため、この2つの要素のうち特に多様化をいかにして達成するかが非常に重要な点となる。

これまでに多様化のメカニズムを強化するために、多様化を考慮するための評価基準としてオペレーションの出現頻度という基準を導入した。この導入によって、次の移動点を近傍内の解集合から決定するための評価基準が単一(目的関数値のみの評価)となった。ここでは、この複数の評価基準をどのように考慮することが適切であるかについて検討する。

本論文ではこのような複数の評価基準を扱うために、最適化の中の多目的最適化という理論に着目し、許容近傍(移動可能な近傍)内について多目的最適化の理論を適用することでPareto最適解(非劣解)集合を求めることを考える。このように次の移動点を2つの評価基準についてのPareto最適解集合の中から選択することで、明らかに不適切な解を除外することができる。Pareto最適解集合の概念は、図8のように表現される。

Fig. 8: Pareto最適解集合

この図からわかるように、Pareto最適解集合は一般に複数の解を持つため、次の移動点を決定するためにはこれらの解の中

から何らかの手法を用いて1つの解を選び出す必要がある。そこで、本論文では制御理論の適応制御にヒントを得て、Pareto最適解集合の中から選び出す解を、探索の状況に応じて適応的に変化させることを考える²。つまり、最良解が更新された後のイテレーション数の変化に応じて、採用する解をPareto最適解集合内の目的関数値を重視した解（集中化）から頻度を重視した解（多様化）へと適応的に変化させる。

このために、探索の初期段階ではまず集中化の評価基準を最重要視して次の移動点をPareto最適解集合の中から選択することとする。これは、従来のTabu Searchをほぼ同様の振舞いである。そして、集中化のみに頼った探索による解の改善が見込めなくなった段階で徐々に多様化の評価基準を重視するように選択基準をシフトしてゆく。解の改善が見込めなくなったことは、最後に最良解が更新されてからのイテレーション数が一定数以上になったかどうかで判断する。このような適応的な選択基準の変化により、集中化・多様化の両者の特長を最大限に生かした探索を実現できることが期待できる。

本論文では、Pareto最適解集合内からの解の選択基準を定量的に表現するために、選択基準係数という概念を導入する。選択基準係数とは0から1の値をとり、選択基準係数が1の時は集中化の評価基準を最重要視し、0の時は多様化の評価基準を最重要視する。また、選択基準係数がその中間の値を取る場合は、Pareto最適解集合の要素数を $|S_{\text{pareto}}|$ 、選択基準係数を k_{sf} とすると、Pareto最適解集合の中にある $\text{int}(k_{sf}|S_{\text{pareto}})$ 番目に多様化を重視した解を選択する（ $\text{int}(x)$ は x を超えない最大の整数を与える関数とする）。本論文では選択基準係数を以下の式のようなイテレーション数の周期関数とした。

$$g(x) = \begin{cases} 1 & , 0 \leq x < \frac{1}{2}T \\ 2 - \frac{x}{T/2} & , \frac{1}{2}T \leq x < T \end{cases} \quad (6)$$

この関数は図9（ $T = 200$ ）のような形状をしている周期関数であり、イテレーション数の増加に応じて集中化から多様化に段階的に解の選択基準がシフトすることが期待できる。関数が周期関数となっているのは、多様化を重視することによって解を組替えた後に、再び集中化を重視して解を改善することを狙いとしているためである。

Fig. 9: 選択基準係数の関数形状

5.3 多軌道化

これまでの説明によってPOPを考慮した多様化のメカニズムは実現可能であるが、実際にはこのままの改良を加えただけのアルゴリズムを適用したとしても十分な探索性能の向上は期待できない。その理由は、本論文での多様化のメカニズムが局

²このように探索状況に応じてアルゴリズムのパラメータ（あるいはパラメータに相当する要素）を適応的に変化させるアルゴリズムとしては、Reactive Tabu Search[7]などが挙げられる。

所的最適解の情報をフィードバックするという仕組みとなっているために、探索性能がその時点で得られている局所的最適解の質および量に大きな影響を受けるためである。また、GAやPSO (Particle Swarm Optimization) に見られるように、多点探索が多くの問題に有効であると言われている。そのため本論文でもフィードバックする情報の質・量の両者の向上および探索の効率化を狙いとして探索軌道を多軌道化することを考える。具体的には、探索軌道数を r とすると、 r 点の初期点をランダムに生成し、それぞれの探索点について独立に近傍移動を繰り返すを行う。そして、各軌道間の相互作用として、局所的最適解の情報を全ての軌道で共有する。このような多軌道化によって、単軌道の場合と比較して、探索の初期の段階であっても軌道数の分だけ数多くの局所的最適解が得られていることが期待できる。

6 提案手法のアルゴリズム

前章まででアルゴリズムの改良の戦略について詳しく説明してきた。これまで検討してきた改良を導入した本論文の提案手法は、以下の通りである。

【Tabu Search with multi-criteria のアルゴリズム】

- Step1:** 初期点群を生成する。それぞれの軌道のTabu Listを初期化する。
- Step2:** それぞれの軌道について、Tabu Listに含まれない移動可能な近傍内探索を目的関数値、除去される部品が局所的最適解に含まれていた頻度の2つの評価基準を用いた多目的最適化問題として捉えて、Pareto最適解集合を構成する。
- Step3:** Pareto最適解集合の特定の解を選択し、その解を次の移動点とする。どの解を選択するかは最良解が更新されてからのイテレーション数に応じて式(6)のように適応的に変化させる。
- Step4:** Step3での移動に用いた操作をTabu Listに追加する。
- Step5:** Step2～Step4までを規定の回数繰り返し、探索中に求まった最良解を出力して終了。

このようなアルゴリズムを構成することにより、Tabu Searchの持つ強力なローカル探索という特長を保ったまま、POPを考慮した多様化のメカニズムが実現され、探索の効率化が達成されることが期待できる。次章では提案手法をベンチマーク問題に適用することによって、手法の性能を検証する。

7 数値実験による検証

提案手法の挙動を検証するためにベンチマーク問題としてTSPを用いて数値実験を行った。

7.1 多様化の検証

初めに多様化の効果を定性的および定量的に調べるため、TSPにTabu Searchと提案手法を適用し、探索中に調べた枝（部品）の種類分布を求めた。図10は従来のTabu Searchおよび提案手法において調べられた枝の分布を示す。

図10について説明を付け加えると、横軸・縦軸がいずれもTSPの都市を表しており、都市Aと都市Bを結ぶ枝が探索中に1度でも調べられた場合は黒、1度も調べられなかった場合は白としてプロットしたものである。なお、ここで取り扱っている問題は対称なTSPなので都市Aと都市Bを結ぶ枝・都市Bと都市Aを結ぶ枝は同等であり、それらをまとめて扱っているため図は下三角のみ値を持つ。

この図から、Tabu Searchと比較して提案手法では探索中に調べている枝の種類が多い、すなわち多様化が実現できていることが定性的に見て取れる。具体的な数字を挙げると、

Tabu Search が調べた枝の種類は 1788 (枝の種類総数は $136C_2=9180$ である), 提案手法が調べた枝の種類は 2965 である。

次に, 実際の探索において性能が改善されたかを検証するために, いくつかのベンチマーク問題に対して Tabu Search, 提案手法の各アルゴリズムを適用する。

Fig. 10: 探索中に調べた枝の種類分布

7.2 探索性能の比較

提案手法の性能を検証するために, 単純な Tabu Search と本論文の提案手法を TSP に適用する。問題は TSPLIB の中から 2 次元ユークリッド TSP である pr107, pr124, pr136, pr144, pr152, pr226, pr439 を用いた。それぞれの問題について, 2-opt 近傍を用い, 表 2 のようなパラメータを設定した。これらのパラメータのうち, ループ数は計算負荷の制約から概ね $O(N)$ 程度とした。また Tabu List の長さは事前の数値解析によって求めた適切な値を採用している。

以上のような設定で, ランダムな解を初期点として提案手法及び Tabu Search を 1 つの問題につき 100 回適用し, 得られた解の平均評価値を求めた。計算量を同程度に調整するために, Tabu Search については対応する提案手法の軌道数の回数だけアルゴリズムを適用し, その中で求めた最良値を採用した。結果は表 3 のとおりである。ここで表中のパーセンテージは最適巡回路長に対する相対誤差を表している。

Table 2: パラメータの設定

	TabuList の長さ	ループ数	軌道数
pr107	200	1000	6
pr124	200	1000	6
pr136	300	2000	6
pr144	300	2000	6
pr152	300	2000	8
pr224	500	2000	8
pr439	700	4000	8

表 3 の結果からわかるように, Tabu Search による探索が今回適用した問題に対してある程度良い結果を残しており, 提案手法による改善量は大きくないが, 今回対象とした問題の多くについて提案手法がより良い結果を残している。しかしながら, この数値実験に見られた探索結果の改善が実際に多様化の導入によって達成されたかどうかについてはより精密な数値実験によって検証する必要がある。

Table 3: 計算結果

	TabuSearch	提案手法	最適巡回路長
pr107	44394.72(0.21%)	44432.96(0.29%)	44303
pr124	59058.9(0.049%)	59060.9(0.050%)	59030
pr136	97506(0.79%)	96958(0.19%)	96772
pr144	58597.73(0.10%)	58548(0.019%)	58537
pr152	74043.81(0.49%)	73769.44(0.12%)	73682
pr224	81138.23(0.96%)	80784.96(0.51%)	80369
pr439	109467.26(2.10%)	108399.10(1.10%)	107217

8 おわりに

本論文を要約すると, 以下のとおりである。

- ① メタ解法 (発見的近似解法) は POP の成立を前提とした手法であり, 集中化・多様化が優れたアルゴリズムの鍵となると考えられる。Tabu Search は強力な集中化のメカニズムを持つが, 多様化のメカニズムについてはより改善できる可能性がある
- ② 組合せ最適化問題において成立している POP を考慮すると, 探索過程で求めた局所最適解の情報を探索にフィードバックすることで解が含んでいる比較的悪い部品を積極的に組み替えることができ, 多様化のメカニズムが強化されると予想できる
- ③ 集中化と多様化のメカニズムをバランス良く含むような方法として適応的な概念を導入し, 集中化による探索による改善の可能性が低くなった時点で多様化のメカニズムの優先度を上げることでバランスの取れた探索の実現が予想できる
- ④ 以上の検討を踏まえたアルゴリズムを提案し, 典型的な組合せ最適化問題である TSP を用いて従来の Tabu Search と比較した多様化の検証および探索性能の検証を行った

また, 今後の提案手法の課題としては, より探索に有効な履歴情報のフィードバック方法の開発が考えられる。さらにメタ解法全般にかかわる課題として, 集中化・多様化の各メカニズムの定量的評価方法の検討, 組合せ最適化問題のクラス分け, そして TSP 以外の一般の組合せ最適化問題に対しても POP を成立させるための離散凸構造 [8, 6, 10, 9] に立脚した解構造・近傍定義の一般的手法の構築などが挙げられる。

参考文献

- [1] F. Glover: Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence, Computers and Operations Research, Vol.13, pp.533-549 (1986)
- [2] F. Glover: Tabu Search Part I, ORSA Journal of Computing, Vol.1, No.3, pp.190-206 (1989)
- [3] 久保, 宮本: 「メタ解法の新しいフレームワーク」, 電気学会論文誌 C 分冊, Vol.121-C, No. 6 (2001)
- [4] 柳浦, 茨木: 「組合せ最適化—メタ戦略を中心として—」 朝倉書店 (2001)
- [5] 久保: 「巡回セールスマン問題への招待 I ~ III」, オペレーションズリサーチ, Vol.39, pp.25-31, pp.91-96, pp.156-162 (1994)
- [6] 室田, 藤田他: 「離散凸構造とアルゴリズム I ~ VII」, 近代科学社 (1992~2000)
- [7] R. Battiti, G. Tecchilli: 「The Reactive Tabu Search」, ORSA Journal on Computing Vol. 6, No. 2, pp. 126-140 (1994)
- [8] 室田: 「離散凸解析」, 共立出版 (2001)
- [9] 今野, 山下: 「非線形計画法」, 日科技連 (1978)
- [10] 杉原, 浅野, 茨木, 山下: 「アルゴリズム工学—計算困難問題への挑戦—」, 共立出版 (2001)
- [11] 久保: 「組合せ最適化とアルゴリズム」, 共立出版 (2000)