126 配置設計のための階層型最適化法に関する研究

Research on Hierarchical Optimization Method for Layout design

正 藤田 喜久雄 (大阪大)
宮武 宏彰 (大阪大)

○ 河本 将之 (大阪大)

Kikuo Fujita, Osaka University, 2-1, Yamadaoka, Suita, Osaka 565-0871

Masayuki Kawamoto, Osaka University

Hiroaki Miyatake, Osaka University

Under the trends of multi-disciplinary design optimization, modeling techniques and computational algorithms that are configured by following complicatedness of problems have been promoted and gathered much attentions. However, their applicability has been limited within continuously defined problems, while layout optimization is typically complicated but combinatorial. Under this contrast, this paper proposes a hierarchical optimization method for layout design. In the method, a rectangular packing layout problem is hierarchically decomposed into the top-level layout and a series of sub-level layout, those partial layout problems are represented with sequence pair and optimized by genetic algorithms, and they are coordinated through mutual exchange of sets of Pareto optimal solutions explored in the lower levels and ranges of desirable aspect ratio. The validity and effectiveness of the method is investigated through its application to an example problem.

Key Words : Layout Design, Hierarchical Optimization, Sequence Pair, Genetic Algorithm, Pareto Optimality

1 緒言

設計最適化は複雑な設計問題を数学的にモデル化した上でその範囲内での合理的な解を計算により探索する枠組みである。この方面では、1990 年前後以降の複合領域設計最適化 (Multi-Disciplinary Design Optimization, MDO) の考え方のもと、設計問題そのものに潜んでいる複雑さをモデル化や計算のアルゴリズムに対応付けることによって、より強力で実践的な設計最適化の方法論が提案されるようになってきている。一方、配置設計の問題は、設計最適化の展開分野の中でも、配置すべき要素間の位相的な位置関係を処理する必要があることから、組合せ最適化となる困難な問題として位置づけられている⁽¹⁾が、MDO のもとでの設計最適化の様々な考え方はその方面へはほとんど展開されていないのが実状である。

本報では、以上の視点のもと、配置設計問題に対して MDO での分解法⁽²⁾による階層的な最適化計算の考え方を導入した階層型最適化法⁽³⁾について、報告する。以下では、まず、配置設計に対して階層型最適化法を構成するための考え方とモデル化を示した後に、各階層の配置問題を遺伝的アルゴリズムで処理しながら相互の情報交換を通じて全体としての最適配置を探究する最適化計算の枠組みを提案し、さらに、薄型ノートパソコンの具体例から配置要素とその階層性を定義したある例題に対する適用例を紹介して、配置設計における階層型最適化法の有効性について検討を行う。

2 配置問題の階層的なモデル化と設計最適化

2.1 配置設計問題の動向 配置設計は電子情報機器から大型プラントまでの多岐に渡る方面の設計課題の中

Fig. 1 階層型矩形領域配置設計問題

に見出すことができるが、その基本的な内容は、配置すべき要素の所定の空間内における位置や向きをそれらの空間的な関係を規定する制約を満たしつつ容積の最小化などの指標を優れたものとするように決定することにある⁽¹⁾。これに対して、近年、電子情報機器を典型とする高密度実装機器などにおいては、高性能化とともに小型化が重要事項になっており、製品全体のパッケージの小型化とともに、それに適合するようにその構成要素の形状を決定することが求められるようになってきている。そのような状況は、基本的な配置設計における構成内容に対して、全体パッケージからみればある種のモジュール群となる各構成要素内の配置問題とそれその全体パッケージにおける配置設計問題とを相互に関係付けながら取り扱う必要性を示唆するものであり、その必要性は、緒言でも述べたように、MDO における分解法の考え方の配置設計への展開を示唆するものであると言える。

Fig. 2 上位レベルでの配置と下位レベルでの配置との関係

2.2 配置設計問題の階層的なモデル化 前項の動向を前提として、配置設計問題における階層型最適化法の可能性を探究するために、本研究では、Fig. 1 に示すような以下の条件により規定される階層型矩形領域配置設計問題を対象とする。

- (1) 2次元平面内の配置問題を考える。
- (2) 配置要素はすべて矩形である。
- (3) 配置要素 i の形状は、縦横の寸法 (D_i および W_i) により規定されるか、縦横比 $r_i = \frac{D_i}{W_i}$ のある範囲内で面積 $S_i = W_i D_i$ を確保することにより規定される。
- (4) 配置要素の方位 Θ_i は縦か横のみが許容される。
- (5) 配置要素は相互に重なり合わない。
- (6) 配置空間全体の領域の形状は矩形とする。
- (7) 階層性は2段階とする。
- (8) 下位レベルにおける配置空間全体の領域(上位レベルでは配置要素の外形に相当する)の形状は矩形とする。

2.3 配置における最適性と階層性 配置設計における評価指標については、個別的には様々な因子が作用するものの、原則としては、配置空間全体の最小化が一義的な内容となる。前項のように、2次元配置問題を取り扱う場合には、縦横比 r を指定された値に近づけつつ、面積 S を最小化することがその種の指標となる。それに対して、配置設計問題を上位レベルの全体配置の問題と下位レベルの要素内の部分配置の問題に階層的に考える場合、前者についての指標はそのようなものとなるが、後者についての指標に関しては、面積 S の最小化は当然のことではあるものの、縦横比 r については、特定の値が指定されるわけではなく、上位レベルでの最適性に貢献し得るものが望ましいということになる。つまり、上位レベルと下位レベルの相互の関係のもとで最適化の結果として下位レベルの望ましい縦横比が定まるということになる。

本研究では、上記のような最適化過程における上位レベルと下位レベルの関係について、Fig. 2 にも示すように、

下位レベルでの各配置を幅 W と奥行 D のそれぞれを最小化すべき目的関数とした多目的最適化問題として取り扱うことによって、両者のトレードオフ関係のもとで生成される Pareto 最適解集合を上位レベルの配置に貢献し得る配置の候補として考える一方で、上位レベルでは、そのような Pareto 最適解集合の分布として許容し得る範囲を下位レベルの配置を含む配置要素相互の関係を調整しながら段階的に絞り込むことによって、全体としての配置を調整していくことを着想として、階層的な配置設計最適化法を構成する。

3 配置設計のための階層型最適化法

3.1 基本構成 前節で導いた着想のもとで構成される階層型最適化法の骨子は以下の通りである。

- 各レベルでのそれぞれの配置は、要素間の位相的な位置関係を Sequence Pair⁽⁴⁾により表現し、パッキング問題を解くことにより各要素の位置と寸法を定める。
- Sequence Pair によって表現された位相的な位置関係は遺伝的アルゴリズムにより最適化する。
- 上位レベルと下位レベルの遺伝的アルゴリズムによる最適化は並行的に進めて、一定の世代毎に相互のもたらす暫定的な結果を交換することによって、両者の調整を行っていく。

以下では、これらの具体的な内容の要点について述べる。

3.2 Sequence-pair による位置表現 Fig. 3 は、図中(a)に示す a, b, c, d の4つの要素の場合を引いて、Sequence Pair による配置表現とそのもとの位置寸法の決定手続きを例示したものである。

まず、Sequence Pair では、図中(b)のような (Γ_+, Γ_-) なる2つのベクトルと要素の方位についてのベクトル (Θ) により要素間の位相的な関係を表現する。そのもとで、 Γ_+ と Γ_- に従い、各要素を図中(c)に示すようにして斜交グラフに割り付け、そのグラフ上での位置関係に従って、図中(d)と(e)に示すような水平方向の制約グラフ Gh と垂直方向の制約グラフ Gv を導き出す。このとき、例えば、要素 x と y の間に

$$\Gamma_-^{-1}(x) < \Gamma_-^{-1}(y), \quad \Gamma_+^{-1}(x) < \Gamma_+^{-1}(y)$$

という関係が成立していれば、 x は y の左に位置することを意味する制約が導出され、また、

$$\Gamma_-^{-1}(x) < \Gamma_-^{-1}(y), \quad \Gamma_+^{-1}(x) > \Gamma_+^{-1}(y)$$

という関係が成立していれば、 x は y の下に位置することを意味する制約が導出される(ただし、 $\Gamma_*^{-1}(x)$ は Γ_* における x の位置を表す)。また、以上とは別に、 Θ の内容に応じて、各要素の方位が定められ、制約グラフの Gh と Gv に当該の要素の長さが図中(d)と(e)のように与えられることになる。

Fig. 3 Sequence Pair による配置表現とパッキング処理

続いて、各要素に対して制約グラフの G_h と G_v に含まれている各制約パス (図中の太い矢印の列) に対して、図中 (f) のようにそれぞれに位置や寸法についての変数を設定した上で、それぞれに含まれるすべての要素の幅 w_i もしくは奥行 d_i の総和を求め、その値が最大となるパス (クリティカルパス) における総和から、当該の配置問題についての配置空間の幅 W と奥行 D を決定し、あわせて、図中 (g) のように、各要素の位置や寸法 (パッキング) を最終的に決定するようにする。

3.3 配置要素の種別とそれぞれの取扱い 配置要素はすべて矩形であるが、2.2 項で設定した条件 (3) および 2.3 項で示した着想のもと、その形状には以下に示す 3 つの形式のものが混在している。

Hard: その形状の幅と奥行が不変である要素。

Soft: 面積を一定に保ったまま、ある範囲の縦横比を採ることができる要素。

Fig. 4 下位レベルでの探索のメカニズム

Discrete: 幅と奥行を有限個の組合せの中から選択することによりその形状が定められる要素。

Sequence Pair とそれによる配置の具体化についての前項での説明はすべての要素が **Hard** に分類されることを前提としたものである。これに対して、**Soft** である要素 i が含まれる場合には、前項で Fig. 3 (f) のようにして導入した変数群に **Soft** な要素の縦横比を加えて構成する設計変数のもとで当該パスの長さを最小化すべき目的関数として単純 GA を実行することによって、図中 (g) に相当する配置を決定する。また、上位レベルの配置において、下位レベルのある配置 j で定められている Pareto 最適解集合から当該の要素 j の形状を選択的に定める必要がある場合には、それを **Discrete** な要素として位置付けて、**Soft** 要素が含まれる場合に準じた取扱いにより、図中 (g) に相当する配置を決定するようにする。

3.4 各レベルにおける最適化手法 各レベルで用いる遺伝的アルゴリズムについては、上位レベルでは、Sequence Pair のもとでの配置設計に実績のある Adaptive Genetic Algorithm (EAGA)⁽⁵⁾ を用いる。その際の目的関数には、2.3 項での議論を踏まえつつ、幅と奥行についての目標値をそれぞれ W_0 と D_0 として与えた上で、次式による幅 W と奥行 D を変数とした目的関数を導入する。

$$F(W, D) = C_1 \frac{W D}{W_0 D_0} + C_2 \left| \frac{W}{D} - \frac{W_0}{D_0} \right| \quad (1)$$

ここで、上記の第 1 項は面積についての目標値に対する比率を、第 2 項は縦横比についての目標値からのずれに対応するものであり、 C_1 と C_2 は両者に対する重み付けの定数である。本研究では、両者のバランスのもとで、縦横比をある程度の範囲に抑えながら面積の最小化を行っていくことを意図している。

一方、下位レベルについては、対象問題が多目的最適化問題となることを受けて、Neighborhood Cultivation Genetic Algorithm (NCGA)⁽⁶⁾ のメカニズムを組み込んだ最適化を行うことによって、上位レベルでは **Discrete** の内容となる Pareto 最適解集合を、適宜、求めていく。本研究では、その際、Fig. 4 にも示すように、許容できる縦横比の範囲を遺伝的アルゴリズムの進捗とともに徐々に絞り込んでい

Table 1 例題における配置要素の構成

top-level					
No	kind	W	D	S	r
1	Hard	104	70		
2	Soft			306	0.5~2.0
3	Soft			144	4.0~2.5
4	Soft			1575	2.0~0.5
5	Hard	17	25		
6	Hard	35	18		
7	Hard	12	30		
8	Soft			1680	1.5~0.5
9	Hard	106	72		
10	Soft			200	4.0~2.5
11	Hard	8	45		
12	Soft			2800	2.0~0.5
13	Hard	70	40		
14	Hard	35	35		
15	Soft			300	2.0~0.5
16	Soft			250	3.0~0.5
17	Soft			140	2.0~0.5
18	Hard	29	15		
19	Soft			460	2.0~0.5
20	Soft			1200	1.0~0.2
21	Hard	35	35		
22	Discrete (sub-level 1 に対応する)				
23	Discrete (sub-level 2 に対応する)				
24	Discrete (sub-level 3 に対応する)				

sub-level1					
No	kind	W	D	S	r
1	Hard	10	13		
2	Hard	22	18		
3	Hard	22	18		
4	Hard	42	10		
5	Soft			975	2.0~0.5
6	Soft			170	1.5~0.5
7	Soft			255	1.5~0.5
8	Soft			170	1.5~0.5
9	Soft			1800	1.5~0.5

sub-level2					
No	kind	W	D	S	r
1	Hard	86	42		
2	Hard	50	50		
3	Soft			520	2.0~0.5
4	Hard	30	26		
5	Soft			2736	3.0~1.0

sub-level3					
No	kind	W	D	S	r
1	Hard	14	35		
2	Hard	14	46		
3	Soft			1749	2.0~0.5
4	Hard	28	28		
5	Soft			320	1.0~0.2
6	Hard	30	30		
7	Soft			416	1.0~0.2
8	Soft			230	1.0~0.2
9	Soft			989	2.0~0.5
10	Hard	60	14		
11	Hard	60	14		

くことを通じて、段階的に Pareto 最適解集合の精度を上げていくようにすることを意図している。

3.5 階層間での協調処理 階層型最適化法における鍵は各部分問題の間での協調処理をどのように調整するかにある。本研究では、Fig. 2 でも示したように、上位レベルでの全体最適化と下位レベルでの部分最適化を並行的に進めていき、それらの間で必要な情報を交換するとともに、その交換のタイミングを、適宜、調整することによって、優れた配置解を導出することを狙っている。それに向けては、以下の方針を採ることとする。

- 上位レベルから下位レベルに対しては、下位レベルの各部分問題に相当する *Discrete* 要素のその時点における縦横比の典型的な値を伝達する。下位レベルでは、そのような典型的な値の付近に分布する Pareto 最適解集合を重点的に探索することとする。
- 下位レベルから上位レベルに対しては、その時点における Pareto 最適解集合の縦横比を上位レベルに伝達する。上位レベルでは、それらをもとに *Discrete* 要素の具体的な内容を定めて、その範囲内での全体配置を探索することとする。
- 上位レベルと下位レベルとの間の情報交換はそれぞれの遺伝的アルゴリズムにおける世代交代がそれぞれに一定数繰り返されたタイミングで行うものとする。

なお、情報交換のタイミングについては、探索の精度や効率に影響を及ぼすことから、具体的な計算例における様子を踏まえて、個々に設定することが求められる。

4 数値実験

4.1 例題の構成 前節の階層型最適化法をある薄型ノートパソコンとその構成要素の形状を参照して構成した例題に適用することによって、その妥当性や有効性を検証する。Table 1 はその例題における各レベルの配置問題の内容を示したものである。上位レベルの問題は、10 個の *Hard* 要素、11 個の *Soft* 要素、3 個の *Discrete* 要素、合計 24 個の要素から構成されており、それらのうち、*Discrete* 要素に対応する下位レベルの問題は、それぞれ、9 個、5 個、11 個の要素から構成されている。また、以上のような構成に対して、配置の目標を式 (1) で定義した目的関数に対して $W_0 = 300$, $D_0 = 190$ (このとき、 $S = 57000$, $r = 0.633$) として与えるものとする。

4.2 最適化法の構成 上記の例題に対する最適化法を以下のように構成する。

- 式 (1) による目的関数の内容を経験的に $C_1 = 1$ および $C_2 = 2$ により定める。
- 各部分問題での個体数はいずれも 100 個とする。
- 上位レベルと下位レベルとの間の情報交換は以下のタイミングで行う。
  - ▷ 上位レベルについては、100 世代までは 10 世代毎に、それを超えて 1,000 世代までは 50 世代毎に、それを超えて 2,000 世代までは 100 世代毎に、それ以降は 1,000 世代毎に下位レベルとの情報交換を行う。
  - ▷ 下位レベルについては、常に 200 世代毎に上位

Fig. 5 代表世代における配置図

レベルとの情報交換を行う。

これにより、初期段階では下位レベルを重点的に、終盤では上位レベルを重点的に探索することを意図する。

- 上位レベルの世代数が 5,000 に達した時点で探索を終了する。

4.3 結果と考察 Fig. 5 は前出の例題に対して上記の最適化法を適用した際の代表世代における暫定的な最適配置の履歴を示したものである。網かけしていないブロックが *Hard* 要素であり、網掛けしているブロックが *Soft* 要素、太枠で囲んでいるブロックが *Discrete* 要素つまり下位レベル配置の外形となる。世代が進むにつれて、縦横比は目標値に近づきながらも全体の面積は小さくなり、下位レベルの各部分配置も徐々に小さくなっていく様子を確認できる。

Figs. 6, 7, 8 は式 (1) で定義される目的関数、面積及び縦横比の値を最良個体の持つ値と最悪個体が持つ値、および個体間の平均を 10 世代ごとにプロットしたものである。最良個体に関して、目的関数値は、初期段階で大きく減少した後、世代が進むにつれて少しずつ階段状に減少していつている。また、面積や縦横比も目標値に振動しながら徐々に目標値に近づいていつていることが確認できる。一方、最悪個体および平均値の遷移からは、探索の過程を通じて個体群の多様性が保持されていることを確認できる。

さらに、Fig. 9 は下位レベルの部分配置 sub-level3 における世代毎の暫定 Pareto 最適解集合の推移を示している。世代が進むに連れて Pareto 最適解集合が前進している様

Fig. 6 上位レベルにおける目的関数 F の履歴 Fig. 7 上位レベルにおける縦横比 r の履歴

Fig. 8 上位レベルにおける面積 S の履歴

Fig. 9 下位レベル sub-level3 における暫定 Pareto 最適解集合の推移

子がわかる。また、それらが分布する範囲が上位レベルから伝えられる縦横比の推奨値に従って遷移していく様子も確認することができる。

5 結言

本報では、様々な最適設計問題の中でも組合せ最適化問題となり困難であるとされる配置設計問題に対して、複合領域最適最適化 (MDO) の動向のもとで試みが進んでいる対象問題の構造に基づいてモデル化とアルゴリズムを構成することによってより合理的な設計最適化を行おうとする階層型最適化法の考え方を展開し、あわせて、構成した最適化法を階層型矩形領域配置設計の例題に適用して、その有効性を検証した。本報での検証内容では、配置要素間の位置関係についての制約条件が考慮されていないなどの面で、実用的には不足するところもあるものの、基本的な考え方として、配置設計に対して階層的な最適化法を導入する意義とその潜在的な可能性を示すことができた

と考えている。今後は、そのような制約条件が取り扱えるようにするなどして、配置設計のための階層型最適化法をより実践的なものへと進化させていきたいと考えている。

文 献

- (1) 藤田, 最適設計ハンドブック, 第 III 部-5.1 節, 機械系における配置設計, (2003), pp. 355-362, 朝倉書店.
- (2) Kim, H. M., Michelena, N. F., Papalambros, P. Y., and Jiang, T., "Target Cascading in Optimal System Design," *Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design*, Vol. 125, No. 3, (2003), pp. 474-480.
- (3) Fujita, K., Kuriyama, M. and Suyama, T., "A Perspective of Hierarchical Layout Design Optimization for Highly Packed Equipment," *Proceedings of the 2007 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, (2007), Paper No. DETC2007-35189.
- (4) Murata, H., Fujiyoshi, K. and Kajitani, Y., "VLSI Module Placement based on Rectangle-Packing by the Sequence-Pair," *IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 15, No. 12, (1996), pp. 1518-1524.
- (5) Nakata, S., Koide, T. and Watanabe, S., "An Adaptive Genetic Algorithm for VLSI Floorplanning based on Sequence-Pair," *Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Vol. 3, (2000), pp. 65-68.
- (6) Watanabe, S., Hiroyasu, T. and Miki, M., "Neighborhood Cultivation Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization Problems," *Proceedings of the 4th Asia-Pacific Conference on Simulated Evolution And Learning (SEAL-2002)*, (2002), pp. 198-202.