C2 二重振子モデルに基づいたキック動作の数理解析

Mathematical analysis of kicking motion based on a double pendulum.

○ 尾崎 宏樹 (JISS) 正 太田 憲 (慶応大) 神事 努 (JISS)

Hiroki OZAKI Japan Institute of Sports Sciences, 3-15-1 Nishigaoka, Kita, Tokyo, 115-0056

Ken OHTA Keio University

Tsutomu JINJI Japan Institute of Sports Sciences

In order to kick a ball of maximum velocity, swing linear velocity at impact phase must be maximum. The aim of this study was to clarify mechanism of produce maximum velocity of the foot using mathematical analysis based on a three-dimensional double pendulum with moving pivot model. We investigated how non-muscular forces of each link generates, absorbs and transfers the energy in order to produce the maximum swing velocity of the leg.

Key word: Soccer kicking, Three-dimensional double pendulum, Energy transfer, Internal force

1. はじめに

フットボールのキックにおいて、ボール速度に影響を及ぼす要素には、スイング速度、蹴り脚の質量、インパクト時の足部の剛性、足部インパクト位置等がある。これらのうちでボール速度に最も影響を及ぼすのがスイング速度であり、蹴り脚のダイナミクスを効率よく利用して蹴ることが重要である。フットボールのキックに関しては、逆動力学解析による研究[1,2]や運動学解析による研究[3]が多数報告されている。また、蹴り脚のエネルギーフローについて考察した研究もある[4]が、キック動作のダイナミクスを数理的に示した研究は少ない。そこで本研究では、支点が移動する二重振子モデルを用いて蹴り脚のエネルギー伝達および近傍のリンクの影響を考慮した数理解析によって、蹴り脚末端の加速のメカニズムを明らかにする。

2. キック動作の二重振子モデル

キック動作の二重振子モデルは、振子の支点が3次元空間を自由に移動し、かつ、支点とリンク間が点拘束で、各リンクが3次元空間を自由に運動する二重振子モデルを採用した。

2.1 二重振子の運動学

本研究で用いた蹴り脚の二重振子モデルを Fig.1 (a)に示す。Σxyz を絶対座標系とする。蹴り脚の股関節中心に相当する位置ベクトルを x_0 とし、支持脚側の股関節中心位置ベクトルを x_{10} とした。

x_0 は Σxyz 座標系内を自由に並進移動できる。膝関節中心および足関節中心に相当する位置ベクトルをそれぞれ x_1 , x_2 とし、大腿、下腿をそれぞれリンク1, リンク2とした。

Fig.1 Double pendulum model (a) and local coordinate of thigh and shank (b).

$m_1, m_2, J_1, J_2, l_1, l_2, l_{g1}, l_{g2}$ を各リンクの質量、慣性テンソル、長さおよび重心までの長さとして定義した。 e_{11}, e_{12} は各リンクの法線方向の単位ベクトルである。また、内側上顆から外側上顆へ引かれたベクトルと e_{11}, e_{12} との外積で、矢状方向を向く単位ベクトルをそれぞれ e_{21}, e_{22} と定義し、 $e_{11} \times e_{21}$ および $e_{12} \times e_{22}$ で得られる右手方向の単位ベクトルを e_{11}, e_{12} とした (Fig.1 (b))。なお、モデルを単純化するため、足関節中心を下肢末端とするモデルとした。これらの条

件で、キック動作の二重振子モデルを考える。大腿の重心位置、膝関節中心、下腿の重心位置ベクトル $\mathbf{x}_g$, $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ は

$$\mathbf{x}_{g1} = \mathbf{x}_0 + l_{g1}\mathbf{e}_{l1} \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0 + l_1\mathbf{e}_{l1} \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_{g2} = \mathbf{x}_0 + l_1\mathbf{e}_{l1} + l_{g2}\mathbf{e}_{l2} \quad (3)$$

で与えられ、各速度ベクトル $\dot{\mathbf{x}}_g$, $\dot{\mathbf{x}}_1$, $\dot{\mathbf{x}}_2$ は

$$\dot{\mathbf{x}}_{g1} = \dot{\mathbf{x}}_0 + \boldsymbol{\omega}_1 \times l_{g1}\mathbf{e}_{l1} \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \dot{\mathbf{x}}_0 + \boldsymbol{\omega}_1 \times l_1\mathbf{e}_{l1} \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{g2} = \dot{\mathbf{x}}_1 + \boldsymbol{\omega}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2} \quad (6)$$

$$= \dot{\mathbf{x}}_0 + \boldsymbol{\omega}_1 \times l_1\mathbf{e}_{l1} + \boldsymbol{\omega}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2} \quad (7)$$

となる。また、各位置の加速度ベクトル $\ddot{\mathbf{x}}_g$, $\ddot{\mathbf{x}}_1$, $\ddot{\mathbf{x}}_2$ は

$$\ddot{\mathbf{x}}_{g1} = \ddot{\mathbf{x}}_0 + \dot{\boldsymbol{\omega}}_1 \times l_{g1}\mathbf{e}_{l1} + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times l_{g1}\mathbf{e}_{l1}) \quad (8)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_1 = \ddot{\mathbf{x}}_0 + \dot{\boldsymbol{\omega}}_1 \times l_1\mathbf{e}_{l1} + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times l_1\mathbf{e}_{l1}) \quad (9)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_{g2} = \ddot{\mathbf{x}}_1 + \dot{\boldsymbol{\omega}}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2} + \boldsymbol{\omega}_2 \times (\boldsymbol{\omega}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2}) \quad (10)$$

$$= \ddot{\mathbf{x}}_0 + \dot{\boldsymbol{\omega}}_1 \times l_1\mathbf{e}_{l1} + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times l_1\mathbf{e}_{l1}) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2} + \boldsymbol{\omega}_2 \times (\boldsymbol{\omega}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2}) \quad (11)$$

と表すことが出来る。

2.2 二重振子のダイナミクス

各リンクの並進のダイナミクスは

$$m_1(\ddot{\mathbf{x}}_{g1} - \mathbf{g}) = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2 \quad (12)$$

$$m_2(\ddot{\mathbf{x}}_{g2} - \mathbf{g}) = \mathbf{F}_2 \quad (13)$$

で与えられる。また、関節間力 $\mathbf{F}_2$ は内力であり、 $\mathbf{F}_2$ における近傍するリンクの加速度の寄与を下記のように表現できる。

$$\mathbf{F}_2 = m_2(\ddot{\mathbf{x}}_{g2} - \mathbf{g}) \quad (14)$$

$$= m_2\{\ddot{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{g} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2} + \boldsymbol{\omega}_2 \times (\boldsymbol{\omega}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2})\} \quad (15)$$

$$= m_2(\ddot{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{g}) + m_2(\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 \times l_1\mathbf{e}_{l1}) + m_2(\boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times l_1\mathbf{e}_{l1})) + m_2(\dot{\boldsymbol{\omega}}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2}) + m_2(\boldsymbol{\omega}_2 \times (\boldsymbol{\omega}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2})) \quad (16)$$

このようにして近傍のリンクの運動の影響を示すことが可能となる。また、得られた式を利用し、各回転のダイナミクス

$$\mathbf{J}_1\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 + \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{J}_1\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\tau}_1 - \boldsymbol{\tau}_2 - l_{g1}\mathbf{e}_{l1} \times \mathbf{F}_1 + (l_1 - l_{g1})\mathbf{e}_{l1} \times (-\mathbf{F}_2) \quad (17)$$

$$\mathbf{J}_2\dot{\boldsymbol{\omega}}_2 + \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{J}_2\boldsymbol{\omega}_2 = \boldsymbol{\tau}_2 - l_{g2}\mathbf{e}_{l2} \times \mathbf{F}_2 \quad (18)$$

を得ることで、下腿のダイナミクスに与える大腿の加速度の影響を考察することが可能となる。

3. 各リンクのエネルギー変化

エネルギーの変化率から下肢末端の加速原理を考察する。各リンクの運動エネルギー T_1 , T_2 および、ポテンシャルエネルギー U_1 , U_2 は下記式にて与えられる。

$$T_1 = \frac{1}{2}m_1\dot{\mathbf{x}}_{g1}^T\dot{\mathbf{x}}_{g1} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_1^T\mathbf{J}_1\boldsymbol{\omega}_1 \quad (19)$$

$$U_1 = -m_1\mathbf{g}^T\mathbf{x}_{g1} \quad (20)$$

$$T_2 = \frac{1}{2}m_2\dot{\mathbf{x}}_{g2}^T\dot{\mathbf{x}}_{g2} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_2^T\mathbf{J}_2\boldsymbol{\omega}_2 \quad (21)$$

$$U_2 = -m_2\mathbf{g}^T\mathbf{x}_{g2} \quad (22)$$

3.1 下腿のエネルギー変化率

下腿の運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの和

$$E_2 = T_2 + U_2 \quad (23)$$

を微分し、下腿のエネルギー変化率 $\dot{E}_2$

$$\dot{E}_2 = m_2\dot{\mathbf{x}}_{g2}^T\dot{\mathbf{x}}_{g2} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_2^T\mathbf{J}_2\boldsymbol{\omega}_2 - m_2\mathbf{g}^T\dot{\mathbf{x}}_{g2} \quad (24)$$

$$= m_2(\dot{\mathbf{x}}_{g2} - \mathbf{g})^T\dot{\mathbf{x}}_{g2} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_2^T\mathbf{J}_2\dot{\boldsymbol{\omega}}_2 \quad (25)$$

$$= \mathbf{F}_2^T\dot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{F}_2^T(\boldsymbol{\omega}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2}) + \boldsymbol{\tau}_2^T\boldsymbol{\omega}_2 - (l_{g2}\mathbf{e}_{l2} \times \mathbf{F}_2)^T\boldsymbol{\omega}_2 - (\boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{J}_2\boldsymbol{\omega}_2)^T\boldsymbol{\omega}_2 \quad (26)$$

$$= \mathbf{F}_2^T\dot{\mathbf{x}}_1 + \boldsymbol{\tau}_2^T\boldsymbol{\omega}_2 \quad (27)$$

を得る。式 (27) の第1項は内力 (関節間力) によるエネルギーの伝達を現わし、第2項は外力 (筋トルク) によるエネルギーの生成と吸収を表している。ここで、式 (26) の最後のジャイロ項のエネルギー変化率は零となり、式 (26) の第2項および第4項をリンク2のローカル座標系で成分展開し、

$$\mathbf{F}_2^T(\boldsymbol{\omega}_2 \times l_{g2}\mathbf{e}_{l2}) = (l_{g2}\mathbf{e}_{l2} \times \mathbf{F}_2)^T\boldsymbol{\omega}_2 = 0 \quad (28)$$

という結果を用いている。

3.2 大腿のエネルギー変化率

大腿の運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの和

$$E_1 = T_1 + U_1 \quad (29)$$

を微分し、大腿のエネルギー変化率 $\dot{E}_1$

$$\dot{E}_1 = m_1\dot{\mathbf{x}}_{g1}^T\dot{\mathbf{x}}_{g1} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_1^T\mathbf{J}_1\boldsymbol{\omega}_1 - m_1\mathbf{g}^T\dot{\mathbf{x}}_{g1} \quad (30)$$

$$= m_1(\dot{\mathbf{x}}_{g1} - \mathbf{g})^T\dot{\mathbf{x}}_{g1} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_1^T\mathbf{J}_1\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 \quad (31)$$

$$= \mathbf{F}_1^T\dot{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{F}_2^T\dot{\mathbf{x}}_1 + \boldsymbol{\tau}_1^T\boldsymbol{\omega}_1 - \boldsymbol{\tau}_2^T\boldsymbol{\omega}_1 \quad (32)$$

を得る。下腿と同様、式 (31) の第2項のジャイロ項 $\boldsymbol{\omega}_1^T\boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{J}_1\boldsymbol{\omega}_2$ は零となり、下記式を利用している。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1^T (\boldsymbol{\omega}_1 \times l_{01} \mathbf{e}_{11}) + \boldsymbol{\omega}_1^T (l_{01} \mathbf{e}_{11} \times \mathbf{F}_1) &= 0 \quad (33) \\ (-\mathbf{F}_2)^T (\boldsymbol{\omega}_1 \times l_{01} \mathbf{e}_{11}) + \boldsymbol{\omega}_1^T (l_{01} \mathbf{e}_{11} \times (-\mathbf{F}_2)) &= 0 \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-\mathbf{F}_2)^T \dot{\mathbf{x}}_0 + \boldsymbol{\omega}_1^T (l_{01} \mathbf{e}_{11} \times (-\mathbf{F}_2)) \\ = (-\mathbf{F}_2)^T (\dot{\mathbf{x}}_0 + \boldsymbol{\omega}_1 \times l_{01} \mathbf{e}_{11}) \quad (35) \end{aligned}$$

$$= \mathbf{F}_2^T \dot{\mathbf{x}}_1 \quad (36)$$

4. 実験

以上の数理モデルを、実際に測定したキック動作のデータと比較することで、キック動作におけるエネルギーの伝達および下肢末端の加速のメカニズムを検証する。

4.1 実験方法

実験は、国立スポーツ科学センターの屋内陸上実験場を使用した。被験者は、日本フットサルリーグ (Fリーグ) に所属するフットサル選手 10 名で、うち 5 名は日本代表選手であった。サーフェスには、Fリーグ公認のポリプロピレン製の敷設式コート (RESPONSE 6.0 スポーツコート株式会社) を使用し、実際の競技環境を再現した。敷設式コートの中央に、進行方向を Y 方向とする右手座標系を定義した。運動学的データの計測には、モーションキャプチャシステム (Vicon MX シリーズ) による 3 次元動作解析手法を用いた。12 台の動作分析用カメラをコートを囲むように配置した (Fig.2)。

Fig.2 Set-up of experiment.

カメラのサンプリング周波数は 500Hz とした。動作分析用反射マーカを被験者の身体各部 16 ヶ所 (左右の踝、内外果、つま先、内外側上顆、上前腸骨棘、上後腸骨棘) に貼り付けた。十分な準備運動後、被験者には、インステップキックにて、全力でボールを 10m 前方のネットに向かって蹴る試技を 3 回行わせた。以降代表的な被験者 1 名のデータを用いて解析した結果を述べる。

4.2 データ処理

被験者が行った各 3 試技のうち、最もボール初速度が高かった 1 試技を成功試技として本研究の分析対象とした。また、分析区間は

蹴り足つま先の離地 (-0.2s) からボールインパクト (0.0s) までとした。モーションキャプチャシステムによる計測で得られた各マーカの位置座標データには、双方向による 4th-order Butterworth low-pass digital filter による平滑化[5]を行った。最適遮断周波数の決定には、Yu らの方法[6]を用いた。

4.3 倫理的配慮

本研究は、国立スポーツ科学センターが設置する倫理審査委員会の承認を受けて実施したものである。また、被験者には十分なインフォームドコンセントを行い、実験参加への同意を得たものである。

5 解析結果

本実験で得られたデータを解析した結果、下記のメカニズムで蹴り脚末端を加速していることがわかった。なお、モデルは 3 次元空間を自由に移動する二重振り子であるが、大腿と下腿はおおよそ同一平面上をスイングしている。

- ①蹴り脚離地 (-0.2s) から支持脚の接地 (-0.06s) 付近までは主として股関節屈曲トルクによって大腿の回転が生まれる。
- ②支持脚の接地をきっかけに、大腿近位端に進行方向と逆向きの力が加わることで大腿の回転の加速に寄与する (プレーキ効果)。
- ③蹴り脚のスイング動作の最終局面では膝関節伸展トルクによって下腿の角加速度が増大し、蹴り脚末端の速度が最大となった直後にインパクトを迎えている。

以下にメカニズムの詳細を記述する。

5.1 運動学解析

足関節中心の速度 $\dot{\mathbf{x}}_2$ は膝関節中心の速度 $\dot{\mathbf{x}}_1$ と下腿の回転由来の速度 $\boldsymbol{\omega}_2 \times l_2 \mathbf{e}_{12}$ に分けられ

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \dot{\mathbf{x}}_1 + \boldsymbol{\omega}_2 \times l_2 \mathbf{e}_{12} \quad (37)$$

と表すことができる。

Fig.3 に足関節の速度の大きさを、並進由来および回転由来の成分に分けて示した。グラフの横軸は動作時間を示している。-0.2s 付近で蹴り足つま先が離地する。その後、身体重心の前方への移動と共に支持脚となる左脚が進行方向に移動し、-0.1s 付近で蹴り脚膝関節屈曲角度が最大となる。-0.06s で支持足踵が接地する。最後に、0.0s で蹴り足とボールがインパクトする。Fig.3 から、足関節中心のスイング速度は膝関節中心の並進速度に大きく依存していることが分かる。スイング動作の後半、支持脚接地と共に下腿の回転由来の速度成分が増大し、インパクト直前に膝関節の並進速度を上回る値

を示した。また、Fig.4 に、大腿および下腿のそれぞれの角速度の e_{11} 、 e_{22} 軸周りの成分 $e_{11}^T \omega_1$ 、 $e_{22}^T \omega_2$ を示す。大腿の角速度は 0.04s まで増加し続け、その後減少するが、大腿のピーク付近で下腿の角速度が大腿を上回った。蹴り脚膝関節角度を Fig.5 に示す。膝関節の相対角度は、時間が進むに従い減少し、-0.03s で 88.7deg であった。

Fig.3 Comparison of components of ankle velocity.

Fig.4 Comparison of angular velocity.

Fig.5 Knee joint angle.

5.2 大腿の加速方法

Fig.6 に股関節トルク $e_{11}^T \tau_1$ および膝関節トルク $e_{22}^T \tau_2$ の時系列変化を示す。ここで τ_1 、 τ_2 と、 e_{11} 、 e_{22} とのそれぞれの内積は各トルクの伸展・屈曲トルク成分を示している。キック動作初期は股関節の屈曲トルク ($e_{11}^T \tau_1 > 0$) によって大腿の回転を加速させているが、支持脚接地 (-0.06s) 以降、 $e_{11}^T \tau_1 < 0$ と変化している。また、逆にキック動作後半は膝関節伸展トルク ($e_{22}^T \tau_2 > 0$) の発揮が見られた。

一方、Fig.4 に示したように大腿は支持脚接地時 (-0.06s) 以降も 0.03s 程の少しの間加速しているが、式(17)の右辺に基づいてこれらの筋トルク以外の内力による大腿の加速メカニズムについて考察する。Fig.7 (a)に支持脚および蹴り脚の股関節中心の e_{q1} 方向の加速度成分を比較した。ただし、支持脚股関節中心位置ベクトルを x_{L0} とした。支持脚接地時に $e_{q1}^T \ddot{x}_{L0}$ および $e_{q1}^T \ddot{x}_0$ はほぼ同時に負の加速度のピークを迎えていたことから、支持脚の接地による着地衝撃が支持脚の股関節を介して蹴り脚の股関節に伝わっていると考えられる。Fig.7 (b)に、 F_1 と $\ddot{x}_0$ との単位ベクトルの内積を示す。

この内積は、支持脚接地付近で約 0.9 であることから、支持脚の着地衝撃力が蹴り脚の股関節に作用する力 F_1 に大きく影響を与えていると考えられる。Fig.8 (a)に F_1 が大腿に与える影響について模式化して示した。ここで、(17) 式中の $-l_{g1} e_{q1} \times F_1$ は力 F_1 による大腿へ作用するモーメントベクトルを表しているが、 $l_{g1} (-e_{q1}^T) F_1$ は、その F_1 の大腿へ作用するモーメントベクトルのうち股関節伸展・屈曲を反映する e_{11} 軸回り成分を示す。そこで、Fig.8 (b)に (17) 式で示した大腿の回転に寄与する各モーメントの e_{11} 軸回りの各成分の時系列変化を示し、それらの大腿の回転への寄与を検討した。その結果、キック動作初期は、 $e_{11} \tau_1$ による寄与が支配的であったが、支持脚が接地する -0.06s 付近から大腿近位端に加わる F_1 の $-e_{q1}$ 方向成分によるモーメント $l_{g1} (-e_{q1}^T) F_1$ が増大したことから、支持脚の着地衝撃によって大腿の回転運動が加速されたと考えられる。以後、本研究では、この着地衝撃のような急激なストップ動作を利用した加速方法をブレーキ効果と呼ぶこととする。

Fig.6 Comparison of hip and knee torque.

Fig.7 Comparison of $\ddot{x}_0$ and $\ddot{x}_{L0}$ (a) and dot product of unit vector of F_1 (b).

Fig.8 Braking force of hip joint (a) and components of rotation torque in link1 (b).

5.3 下腿の加速方法

Fig.9に、大腿、下腿および系全体のエネルギー変化 $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_1+\dot{E}_2$ を示した。キック動作の中盤まで、大腿と下腿はそれぞれ同程度のエネルギーを生成している。 $\dot{E}_2$ は0.06s付近から値が急激に増加しており、下腿のエネルギーが増大していることを示している。

Fig.10に、(27)式で表した下腿に作用する力によるエネルギー変化率 $F_2^T \dot{x}_1$ と、トルクに由来するエネルギー変化率 $\tau_2^T \omega_2$ を示した。 $F_2^T \dot{x}_1$ はキック全般に渡って大きな変化しなかったが、 $\tau_2^T \omega_2$ がインパクト直前に急激に増大した。下腿のエネルギー変化率を表す(27)式のうち、内力と速度を $F_2=[F_{q2}, F_{l2}, F_{l2}]^T$, $\dot{x}_1=[\dot{x}_{q2}, \dot{x}_{l2}, \dot{x}_{l2}]^T$ と表し、これを用いて成分展開すると

$$\dot{E}_2 = \underbrace{F_2^T \dot{x}_1}_{\text{link 2}} + \tau_2^T \omega_2 \quad (38)$$

$$= \underbrace{F_{q2}^T \dot{x}_{q2}}_{\text{link 2}} + \underbrace{F_{l2}^T \dot{x}_{l2}}_{\text{link 2}} + \underbrace{F_{l2}^T \dot{x}_{l2}}_{\text{link 2}} + \tau_2^T \omega_2 \quad (39)$$

を得る。内力 F_2 では遠心力が支配的なので、ここで(16)式を代入し、 l_2 方向成分 $l_2 P \equiv F_{l2}^T \dot{x}_{l2} = (e_{l2}^T F_2)(e_{l2}^T \dot{x}_1)$ は更に

$$\begin{aligned} l_2 P &\equiv F_{l2}^T \dot{x}_{l2} \\ &= m_2^T \dot{x}_{l2} e_{l2}^T \{ \dot{x}_0 - g + \dot{\omega}_1 \times l_1 e_{l1} + \\ &\quad \omega_1 \times (\omega_1 \times l_1 e_{l1}) + \dot{\omega}_2 \times l_{g2} e_{l2} + \\ &\quad \omega_2 \times (\omega_2 \times l_{g2} e_{l2}) \} \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} &= \underbrace{m_2^T \dot{x}_{l2} e_{l2}^T \{ \dot{x}_0 - g \}}_{l_2 P_{1,0}} + \underbrace{m_2^T \dot{x}_{l2} e_{l2}^T \{ \dot{\omega}_1 \times l_1 e_{l1} \}}_{l_2 P_{1,1}} + \\ &\quad \underbrace{m_2^T \dot{x}_{l2} e_{l2}^T \{ \dot{\omega}_1 \times (\omega_1 \times l_1 e_{l1}) \}}_{l_2 P_{1,1}} + \\ &\quad \underbrace{m_2^T \dot{x}_{l2} e_{l2}^T \{ \dot{\omega}_2 \times l_{g2} e_{l2} \}}_{l_2 P_{1,2}} + \\ &\quad \underbrace{m_2^T \dot{x}_{l2} e_{l2}^T \{ \omega_2 \times (\omega_2 \times l_{g2} e_{l2}) \}}_{l_2 P_{1,2}} \end{aligned} \quad (41)$$

のように、並進加速度成分 $l_2 P_{1,0}$ 、大腿の角加速度成分 $l_2 P_{1,1}$ 、遠心加速度成分 $l_2 P_{1,1}$ 、下腿の角加速度成分 $l_2 P_{1,2}$ と遠心加速度成分 $l_2 P_{1,2}$ に分解できる。これにより、大腿から下腿に流入する単位時間あたりのエネルギーのうちどの成分が大きく影響しているかを示すことが出来る。但し、 $l_2 P_{1,0}$ および $l_2 P_{1,2}$ は各リンクの直軸方向成分、 $l_2 P_{1,1}$ は大腿の長軸に垂直かつ速度方向の成分である。 $l_2 P_{1,2}$ 成分は零となるため以降考察しない。

Fig.11に、(41)式で示した下腿のエネルギー変化に影響を及ぼす l_2 方向のエネルギー変化率の各成分を示す。並進加速度成分 $l_2 P_{1,0}$ と大腿の運動に依存する角加速度成分 $l_2 P_{1,1}$ は他の項と比較し小さいが、大腿および下腿の遠心加速度成分 $l_2 P_{1,1}$ および $l_2 P_{1,2}$ はキック動作終盤において急激に増大した。下腿のエネルギーを増大させるためには、外力による $\tau_2^T \omega_2$ 以外に、内力による $F_2^T \dot{x}_1$ が寄与する。このうち F_2 の成分を観察したところ(Fig.12)、支持脚接地以降は遠心力成分を示す $-e_{q2}^T F_2$ の寄与も大きい。一方、Fig.3, 4より $\dot{x}_1$ はインパクト直前まで主として大腿の回転運動によって加速しているので、 $\dot{x}_1$ の $q1$ 方向成分が大きい。したがって $l_2 P_{1,2}(F_2^T \dot{x}_1)$ の l_2 方向成分の中で下腿の遠心力に由来する項を増大させるためには、膝関節角度が約90deg近くである必要がある。一方、 $l_2 P_{1,1}(F_2^T \dot{x}_1)$ の l_2 方向成分の中で大腿の遠心力に由来する項を増大させる条件は、大腿の遠心力を利用するために、下腿との相対角が180deg(1と2が同一方向)近いことである。

以上のことから、支持脚の接地後、膝関節トルクの外力を主たる動力源として下腿を加速し、その後、内力を用いて大腿から下腿へ効率よくエネルギーを伝達し、蹴り脚の姿勢を巧みに制御していたと考えられる。

Fig.9 Comparison of power for each link.

Fig.10 Comparison of source of power.

Fig.11 Sources of power for link2.

Fig.12 Comparison of components of F_2

6 おわりに

支点が3次元空間を自由に移動し、かつ、支点とリンク間が点拘束で、各リンクが3次元空間を自由に運動する二重振子モデルを採用し、実際に測定したキック動作のデータと比較することで、キック動作におけるエネルギーの伝達および下肢末端の加速のメカニズムを数理的に検証した。その結果、主たる大腿の動力源は股関節トルクであるが、支持脚接地によるブレーキ効果(内力による効果)によって大腿の加速を補助していた。キック動作の終盤では主として膝関節伸展トルクによって下腿を回転させることで下肢末端速度を増大させ、同様に、増大した大腿のエネルギーを内力を用いて効率よく下腿へと伝達していた。本研究では、モデルを単純化するため、足関節中心を系の末端としたが、キック動作を忠実にモデル化するために、今後は足関節も含めた3リンクでの検討を行いたい。

参考文献

- 1) Nunome H, Asai T, Ikegami Y, Sakurai S. Three-dimensional kinetic analysis of side-foot and instep soccer kicks. *Med Sci Sports Exerc.* 34 (12), pp 2028-2036, 2002.
- 2) Katis E, Kellia A. Biomechanical characteristics and determinants of instep soccer kick. *Journal of Sports Science and Medicine*, 6, pp154-165, 2007.
- 3) Barbieri F A, Santiago P R, Gobbi L T, Cunha S A. Dominant and non-dominant support limb kinematics variability during futsal kick. *Rev Port Cien Desp.* 8(1), pp68-76, 2008. (in Portuguese)
- 4) 内藤耕三, 福井洋介, 丸山剛生. サッカーインステップキック動作におけるセグメントエネルギーの生成および伝達に関する入出力機構の解析. 日本機械学会スポーツアンドヒューマンダイナミクス2007 講演論文集, 374-379, 2007.
- 5) Winter, A D. Biomechanics and motor control of human movement. 2nd ed. John Wiley & Sons, New York, pp41-43, 1990.
- 6) Yu B, Gabriel D, Noble L, An K N. Estimate of the Optimum Cutoff Frequency for the Butterworth Low-Pass Digital Filter. *JOURNAL OF APPLIED BIOMECHANICS*, 15, pp318-329, 1999.