218 ハンマー投における身体重心—ハンマー間の相対運動

Relative motion between hammer and thrower's center of mass in the hammer throw

○梅垣浩二 (舞鶴高専) 室伏広治 (中京大)
太田憲 (慶応大) 桜井伸二 (中京大)

Koji UMEGAKI, Maizuru National College of Technology, 234 Shiroya, Maizuru, Kyoto

Koji MUROFUSHI, Chukyo University.

Ken OHTA, Keio University.

Shinji SAKURAI, Chukyo University.

An increase or decrease of the hammer head mechanical energy was caused by an accumulation of the positive or negative handle power which was the product of wire tensile force and handle velocity in the wire length direction. During single support phase a decrease of the wire tensile force was reduced by a fictitious force caused by handle relative pulling acceleration and relative leading velocity to thrower's center of mass (C.M.). Ground reaction force was resulted from maintaining balance with wire tensile force, hammer head centrifugal force, hammer handle coriolis force, and so on under rotational coordinate system. During double support phase handle relative pushing acceleration and relative drawing velocity to thrower's C.M. caused a fictitious force which make balance with the addition of wire tensile force and hammer head rotational force in the wire length direction and with hammer head rotational force in the horizontal direction perpendicular to wire, so that thrower pushed the ground on his/her feet.

Key words : Handle Power, Wire Tensile Force, Ground Reaction Force, Fictitious Force, Rotational Coordinate System

1. はじめに

ハンマー投では、サークル (直径 2.135m) 内において、身体のまわりにハンマーを回すスイングを2—3回行った後、ハンマーの回転とともに身体の向きを変えるターンを3—4回行い、投射の局面を迎えハンマーを投げ出す。各ターンの局面は、両足がサークル面に接している両足支持期と、軸足のみが接している片足支持期に分けてとらえられている。おおそ両足支持期と投射期にハンマー頭部のスピードが増大し、片足支持期に減少していることから、かつてはできるだけ各ターンにおける両足支持の比率を大きくすることが、ハンマー頭部のスピードを高めることにつながると考えられてきた。しかし両足支持が長いことは結果であって、ハンマー加速の直接的原因ではないと考えられる⁽¹⁾。

ハンマー頭部を加速するメカニズムは、曲率中心の方向 (ハンマー頭部の速度ベクトルに直交する法線方向) よりも先行してワイヤ張力を発揮することである^(2,3,4)。ただハンマー頭部の速度ベクトルの向きも法線方向も、現場で認識することは難しいだろう。我々はハンマー頭部の力学的エネルギーの変化率の観点から、ハンドル部に作用するワイヤ張力とワイヤ軸方向のハンドル速度の積であるハンドル部パワーが、力学的エネルギーの増減を引き起こしていることを示した^(5,6,7,8)。つまり、予備的に角加速度を高めてワイヤ張力を増大させた上で、ハンドルをワイヤ軸方向へ引くことが、ハンマー頭部を加速することにつながるのである。

ハンドルの操作によってハンマー頭部の加減速がもたらされると言っても、手だけで重さ 7.26 kg 長さ約 1.2m のハンマーを操作することは非常に困難であろう。実際には身体全体を使ってハンマーを操作しているのである。そこで本研究では、ハンマーの運動を身体重心から見たハンマーの相対運動としてとらえることによって、ワイヤの

張力や地面反力におけるハンマーの運動と身体重心の相対運動の対応関係から、投てき者から見たハンマーに対するバランスのとり方を考えてみることにする。

2. 身体重心座標系から見たハンマーの運動

2.1 座標系と回転角度の定義および相対変位

まずハンマー座標系は、ハンドル部 (ハンドルとワイヤの接点) を原点として、ワイヤ長軸方向 (ハンマー頭部からハンドルの方向) を η 軸、 η 軸に直交する水平かつ回転の進行方向を x 軸、 x η 平面に垂直な方向 ($x \times \eta$ の方向) を z 軸とする。次に、ハンマー座標系の原点を身体重心に平行移動させたものを重心座標系とする。

Fig. 1 Hammer, thrower's C.M. and global coordinate systems

ハンマーの回転角,あるいはハンマーの姿勢角は,2つの角度(ϕ と θ)で決定できる。 ϕ は,ワイヤ軸(η 軸)を水平面に投影した線分が示す方位角である。つまりハンマー頭部が投てき範囲扇型の中心方向を向いているとき, ϕ が 180° と定義する。また θ は,ワイヤ軸(η 軸)と水平面がなす傾き角である。つまりハンマー座標系の x 軸まわりの回転であるため,ハンマー頭部がローポイント側(ϕ が 0° 側)にある場合に θ は正の値を,ハイポイント側(ϕ が 180° 側)にある場合に負の値を示すことになる。

重心座標系およびハンマー座標系の回転を表す角速度ベクトル ω は,鉛直軸まわりの角速度 $\dot{\phi}$ と, x 軸まわりの角速度 $\dot{\theta}$ を合成したものとなる。つまり, x 軸方向の単位ベクトルを i , η 軸方向の単位ベクトルを j , z 軸方向の単位ベクトルを k とすると, $\omega = \omega_x \cdot i + \omega_\eta \cdot j + \omega_z \cdot k$ ならば, $\omega_x = \dot{\phi}$, $\omega_\eta = \dot{\phi} \sin \theta$, $\omega_z = \dot{\phi} \cos \theta$ となる。

重心座標系とハンマー座標系の各軸は同じ方向を示しているが,両者の相対的な関係は,重心座標系から見たハンマー座標系の原点(ハンドル部)の相対変位で表すものとする。身体重心からハンドル部へのベクトルを $r_{h/cg}$ とすると, $r_{h/cg} = x \cdot i + \eta \cdot j + z \cdot k$ となる。 η はターン中の姿勢を考えると,常に負の値となる。

2.2 ハンマー頭部の運動方程式

身体重心の速度ベクトルを v_{cg} ,ハンドル部からハンマー頭部へのベクトルを L とする。ハンマー頭部の速度ベクトルを V とすると,重心座標系から見た場合,

$$V = v_{cg} + \frac{d}{dt} r_{h/cg} + \omega \times (r_{h/cg} + L) \quad (1)$$

$\frac{d}{dt} ()$ は,ベクトル $()$ の成分を ω で回転する重心座標系方向にとったとき,その方向 i, j, k が時間とともに不変として微分することを表すものとする。ハンマー頭部の加速度ベクトル dV/dt は,重心座標系から見た場合,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V &= \frac{d}{dt} v_{cg} + \omega \times v_{cg} + \frac{d^2}{dt^2} r_{h/cg} + 2 \omega \times \frac{d}{dt} r_{h/cg} \\ &\quad + \frac{d}{dt} \omega \times (r_{h/cg} + L) + \omega \times [\omega \times (r_{h/cg} + L)] \end{aligned} \quad (2)$$

ハンマー頭部の運動方程式より,

$$m \frac{d}{dt} V = F - m g \quad (3)$$

m はハンマー頭部の質量, F はワイヤ張力ベクトル, g は重力加速度ベクトルである。重心座標系から見たハンマー頭部の加速度ベクトル式2を式3に代入し,張力 F に関する式で表すと,

$$\begin{aligned} F &= m \left\{ \frac{d}{dt} v_{cg} + \omega \times v_{cg} + g \right. \\ &\quad + \frac{d^2}{dt^2} r_{h/cg} + 2 \omega \times \frac{d}{dt} r_{h/cg} \\ &\quad \left. + \frac{d}{dt} \omega \times (r_{h/cg} + L) + \omega \times [\omega \times (r_{h/cg} + L)] \right\} \end{aligned}$$

(4)

式4より,張力 F を仮想的に3つの力に分けることとする。 $F1$ は身体重心の運動における力(右辺1行目), $F2$ は身体重心に対するハンドルの相対運動における力(右辺2行目), $F3$ は身体重心に対するハンマー頭部の回転運動における力(右辺3行目)である。

2.3 身体重心の運動方程式

身体重心の運動方程式より,

$$M \frac{d}{dt} v_{cg} = R - F - M g \quad (5)$$

M は投てき者の質量, R は地面反力ベクトルである。重心座標系から見た場合,身体重心の加速度は,

$$\frac{d}{dt} v_{cg} = \frac{d}{dt} v_{cg} + \omega \times v_{cg} \quad (6)$$

式5左辺に式6を代入し,地面反力 R に関する式で表すと,

$$R = F + M \left\{ \frac{d}{dt} v_{cg} + \omega \times v_{cg} + g \right\} \quad (7)$$

式7の右辺 $\{ \}$ 内は,式4より,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_{cg} + \omega \times v_{cg} + g &= \frac{1}{m} F \\ &\quad - \frac{d^2}{dt^2} r_{h/cg} - 2 \omega \times \frac{d}{dt} r_{h/cg} \\ &\quad - \frac{d}{dt} \omega \times (r_{h/cg} + L) - \omega \times [\omega \times (r_{h/cg} + L)] \end{aligned} \quad (8)$$

式8を,式7右辺 $\{ \}$ 内に代入すると,

$$\begin{aligned} R &= \frac{M+m}{m} F \\ &\quad + M \left\{ - \frac{d^2}{dt^2} r_{h/cg} - 2 \omega \times \frac{d}{dt} r_{h/cg} \right. \\ &\quad \left. - \frac{d}{dt} \omega \times (r_{h/cg} + L) - \omega \times [\omega \times (r_{h/cg} + L)] \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

つまり重心座標系から見た場合,地面反力は仮想的に,ワイヤ張力による力 RF (右辺1行目),身体重心に対するハンドルの相対運動に抗する力 $R2$ (右辺2行目),身体重心に対するハンマー頭部の回転運動に抗する力 $R3$ (右辺3行目)の3つに分けてとらえることとする。(図2)

3. 実験結果

3.1 実験とデータ収集

被験者は,実験投てきを行ったアジア男子記録保持者1名(身長1.87m,体重99kg)であった。被験者は,室内陸上競技実験場において,8枚のフォースプレート(投てき方向に向かって左右4枚ずつ配置されている)で構成された仮設サークルから,約7.5m離れた緩衝用のカーテンに向かって投射した。その際,左右異なるフォースプレートにそれぞれ左右の足が接地するように指示をした。このときのハンマーおよび投てき者の運動を光学式三次元動作分析装置により計測し,ハンマーや投てき者の特徴点の三次元座標値を得た。

身体重心の変位は,地面反力を積分したデータを用いて補正した。また,式4や式9に出てくるそれぞれの力は,パワースフィルターを用い,遮断周波数6Hzで平滑化を行った。

Fig. 2 External forces and fictitious forces acting on thrower's C.M.

Fig. 3 Changes of wire tensile force F and ground reaction forces (right R(r), left R(l)) and the resultant R in terms of global coordinate system.

3.2 ワイヤ張力と地面反力

図3は、地面反力を固定座標系の方向の成分で示している。また、ワイヤの張力はハンマー頭部の重心の加速度から計算した。それぞれのグラフの横軸はハンマーの方位角 ψ で、下の棒は黒い部分が両足支持期、灰色の部分が片足支持期を示し、それぞれの縦線はハンマー頭部のローポイントとハイポイントの時点を示している。ワイヤ張力がピークを迎えるときに、鉛直方向地面反力もほぼピークを迎えており、左右の足のそれぞれのピークが前後することで合力のピークを形成している。またX方向とY方向の地面反力どちらも、両足支持期の地面反力は右足の力が合力の傾向を主に形成しており、ターンを進める右足の（右体側の）作用の重要さがうかがえる⁹⁾。

Fig. 4 Changes of wire tensile force F and ground reaction forces (right R(r), left R(l)) and the resultant R in terms of thrower's C.M. coordinate system.

図4は、地面反力を重心座標系の方向の成分で示している。 η 方向の地面反力は、ハンマー頭部がローポイントを迎える片足支持期では η 軸が下を向くため、ワイヤ張力とは異なり負の値を示す。またx方向の地面反力は、両足支持期は右足で、片足支持期は左足で、ターンの進行方向である正の力が形成されていた。

3.3 重心—ハンマー間の相対変位

図5は、重心座標系から見たハンドルの相対変位を示している。 η 方向については、ハイポイントからローポイントにかけてハンドルを引き寄せていた。また z 方向については、ハンドルは常に正の値を示し、重心座標系の x η 平面よりもハンドルは常に上に位置していた⁽¹⁰⁾。 x 方向については、前半のターンではハンドルは正の値を示しハンドルが先行した位置にあるが、後半のターンでは負の値を示す部分があり、身体重心がハンドルよりも先行する局面が見られた。

Fig. 5 Handle displacements relative to the thrower's C.M. in terms of thrower's C.M. coordinate system.

(a)

(b)

Fig. 6 Changes of wire tensile force and its fictitious forces in η direction of thrower's C.M. coordinate system.

3.4 ワイヤ張力と見かけの力

図6(a)は、式4の η 方向についてそれぞれの項の大きさを示した。身体重心から見たハンマー頭部の求心力と角加速度による力の和（身体重心に対するハンマー頭部の回転運動における力：F3）は、ワイヤの張力Fと同程度の大きさを示し、片足支持期に極小値を迎えていた。一方、身体重心から見たハンドルの相対加速度による力とコリオリ

リ力の和（身体重心に対するハンドルの相対運動における力：F2）は、片足支持期に正の値を示し極大値を迎えていた。身体重心の運動における力であるF1は、小さな負の値を示していた。

図6(b)より、F2の正の値は、コリオリ力による力（主に $2 \dot{x} \dot{\phi} \cos \theta$ ）と相対加速度による力が前後してピークを迎えることで形成されていた。

(a)

(b)

(c)

Fig. 7 Changes of ground reaction force and its fictitious forces in η direction of thrower's C.M. coordinate system.

3.5 地面反力と見かけの力

式9より、図7は η 方向について、図8は x 方向について、図9は z 方向について、それぞれの項の大きさを示した。

図7(a)より、 η 方向にのみワイヤ張力による力RFが作用するが、それにほぼ拮抗するのは、身体重心から見たハンマー頭部の遠心力と角加速度による力の和（身体重心に対するハンマー頭部の回転運動に

抗する力: R3) であった。R3 とRF の和に逆位相を示すのが、身体重心から見たハンドルの相対加速度による力とコリオリ力の和 (身体重心に対するハンドルの相対運動に抗する力: R2) であった (図 7(b))。R2 は、地面反力R と同位相を示していた。

図 7(c) より、投射期より前の各ターンにおける両足支持期において、身体重心に対するハンドルの相対運動に抗する力: R2 の正の値は、両足支持期においてコリオリ力 (主に $-2 \dot{x} \dot{\phi} \cos \theta$) と相対加速度による力がおおよそ同期することによって形成されていた。

図 8(a) より、x 方向については、身体重心から見たハンマー頭部の遠心力と角加速度による力の和 (身体重心に対するハンマー頭部の回転運動に抗する力: R3) と相対加速度による力とコリオリ力の和 (身体重心に対するハンドルの相対運動に抗する力: R2) は、ほぼ相殺するような関係にあった。しかし実際には地面反力は正の値を示すので、R3 と R2 の和はゼロにはならない。ハイポイントからローポイントにかけて、相対加速度による力とコリオリ力の和: R2 は正の値を示し、遠心力と角加速度による力の和: R3 は負の値を示した。図 8(b) より、相対加速度による力とコリオリ力の和: R2 は、主にコリオリの力で形成されていた。このコリオリ力は、主にハンドルを引き寄せる相対運動によるもの ($2 \dot{\eta} \dot{\phi} \cos \theta$) で形成されていた。

Fig. 8 Changes of ground reaction force and its fictitious forces in x direction of thrower's C.M. coordinate system.

図 9(a) より、z 方向については、身体重心から見たハンマー頭部の遠心力と角加速度による力の和 (身体重心に対するハンマー頭部の回転運動に抗する力: R3) は正の値を、相対加速度による力とコリオリ力の和 (身体重心に対するハンドルの相対運動に抗する力: R2)

Fig. 9 Changes of ground reaction force and its fictitious forces in z direction of thrower's C.M. coordinate system.

は負の値を示し、両者の和は地面反力である正の値を示した。図 9(b) より、身体重心から見たハンマー頭部の遠心力と角加速度による力の和: R3 は、遠心力と角加速度による力が逆位相を示していた。

4. 考察

4.1 各ターンにおける加減速とハンドル部パワーの関係

ハンマー投の記録 (飛距離) は、リリース時のハンマー頭部のスピードの大きさによってほぼ決まる。リリースに至るまで、各ターンにおいてハンマー頭部が減速と加速をしながら、そのスピードは漸増していく。坂東ら⁽¹¹⁾は、各ターンのスピードの極小値や極大値は記録と正の相関が見られるものの、減速量や加速量と記録の間には相関が見られなかったと報告している。また藤井ら⁽¹²⁾は、2 ターン目以降における減速量と加速量の間には負の相関が見られると報告している。つまり、スイングからターンへ入った時点で、記録の良い選手ほどハンマー頭部のスピードは大きいものの、どのレベルの選手 (少なくとも 50m 級以上の記録の選手) も後半のターンにおいて加速量を大きくするには、結果的に減速量も大きくなるものと考えられる。

ハンマー頭部の加減速に関連して、ハンマー頭部の力学的エネルギーの変化率は、ハンドル部のパワー (ワイヤ張力とハンドル速度の η 方向の大きさの積) によりもたらされる。ワイヤ張力は常に正であるため、 η 方向のハンドル速度の正負によりエネルギーの増減が決まる。片足支持期にほぼ同期する負のパワーの局面では、ワイヤ軸方向ハンドル速度は頭部側に引かれ、ワイヤ張力は低下した状態にあるが、F2 が正の値を示すことにより張力低下が抑えられていた。負のパワー

が大きくなること、つまり重心—ハンドル間の相対運動により張力低下が抑えられていることは、続く正のパワーの局面でワイヤ張力を高め、ハンマー頭部のエネルギーを増大させることにつながると推測される。片足支持期においてF2の正值をもたらす重心—ハンドル間の相対運動は、主に η 方向の相対加速度と x 方向の相対速度であった。図5より、片足支持期前半で、ハンドルを $-\eta$ 方向に遠ざけるとともに x 方向に先行させることは、ハンマー頭部の減速をもたらすものの次の加速局面への準備動作でもある。この重心—ハンドル間の相対運動は、現場での「ハンマーにぶら下がる」や「ハンマーに体の重さをかける、重力を利用する」と言われることに相当すると思われる。

4.2 重心—ハンマー間の相対運動によるバランス

投てき者にとって外力は、ワイヤ張力と地面反力である。この2つの力は、式9に示すように、ハンマーの回転とバランスをとっている身体重心の相対運動とともに、関連しているのである。

η 方向においては、ワイヤ張力による力と、重心に対するハンマー頭部の回転運動に抗する力がほぼ拮抗する関係にあるが、両者の和は、重心に対するハンドルの相対運動に抗する力と逆位相の関係にある。

地面反力の位相と、重心に対するハンドルの相対運動に抗する力の位相は同期していることから、重心—ハンドル間の相対運動が地面へのキック力発揮の体勢を作り出しているとも考えられる。3—4ターンの両足支持期に、重心に対するハンドルの相対運動に抗する力に、正の値を示す重心—ハンドル間の相対運動は、主に η 方向の相対加速度と x 方向の相対速度である。図5より、両足支持期にハンドルを η 方向に引き寄せるとともに x 方向に遅らせることで、回転するハンマーにバランスをとって地面をキックしていた。このような相対運動は、現場での「身体重心と回転中のハンマーの力のバランスによっては、大きな力を使っている感じがなくてもハンマーを加速できる可能性がある」^{10,11}という感覚に共通すると思われる。

また x 方向においても、重心に対するハンマー頭部の回転運動に抗する力と相殺するにはたらくハンドルの相対運動に抗する力は、主にコリオリ力で形成されていた。特に重心—ハンドル間の相対運動として、ハイポイントからローポイントにかけてハンドルを引き寄せるコリオリ力は、重心に対するハンマー頭部の回転運動に抗する力（負の力）と拮抗していた。またローポイントからハイポイントにかけてハンドルを遠ざけるコリオリ力は、ハンマー頭部の回転運動に抗する力（正の力）と拮抗していた。このほぼ拮抗するハンマーと投てき者のバランスが保たれた中でも、投てき者はターンを押し進めるキック力を発揮し続けているのである。

5. まとめ

片足支持期において、身体重心—ハンドル間の相対運動の、重心に対してハンドルを遠ざけかつハンドルを先行させることは、ワイヤ張力の低下が抑えられることにつながる。後半のターンで、ハンドルが頭部側に引かれ、負の仕事量でハンマー頭部が減速されても張力低下が抑えられていることで、続く正のパワーの局面で張力を急激に増大させることができ、ハンマー頭部が加速される。

両足支持期において、身体重心—ハンドル間の相対運動の、重心に対してハンドルを引き寄せかつハンドルを遅らせることは、回転する

ハンマーに対して重心でバランスをとりながら地面をキックし、求心方向や回転を進める方向に地面反力を受けることにつながる。ワイヤ軸方向では拮抗するワイヤ張力とハンマー頭部の回転による力に対して、 x 方向ではハンマー頭部の回転による力に対して、相対運動でバランスをとり、キック力を発揮していた。

参考文献

- (1) Jesus Dapena. The pattern of hammer head speed during a hammer throw and influence of gravity on its fluctuation. *Journal of Biomechanics* 17(8), pp.553-559, 1984.
- (2) Jesus Dapena, Michael E. Feltner. Influence of the direction of the cable force and of the radius of the hammer path on speed fluctuations during hammer throwing. *Journal of Biomechanics* 22(6/7), pp.565-575, 1989.
- (3) 藤井範久, 小山陽平, 阿江通良. ハンマー投におけるハンマーヘッド加速に関する研究—力学的観点からの再検討—. *バイオメカニクス研究* 12(4), pp.230-242, 2008.
- (4) Sara M. Brice, Kevin F. Ness, Dong Rosemond. An analysis of the relationship between the linear hammer speed and the thrower applied forces during the hammer throw for male and female throwers. *Sports Biomechanics* 10(3), pp.174-184, 2010.
- (5) 太田憲, 梅垣浩二, 室伏広治, 羅志偉. 振りモデルによるハンマー投運動の解析. *ジョイント・シンポジウム 2009 (スポーツ工学シンポジウム シンポジウム: ヒューマン・ダイナミクス) 講演論文集 No.09-45*, pp.447-452, 2009.
- (6) 太田憲, 梅垣浩二, 室伏広治, 羅志偉. 二重振子のパラメータ励振原理によるハンマー投運動の数理解析. *シンポジウム: スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2010 講演論文集 No.10-53*, pp.319-324, 2010.
- (7) 梅垣浩二, 室伏広治, 桜井伸二. ハンマー投におけるハンマーの加速とターンのメカニズム. *バイオメカニクス研究* 14(4), pp.164-174, 2010.
- (8) 梅垣浩二, 室伏広治, 太田憲, 桜井伸二. ハンドル部のパラメータ励振に基づくハンマー頭部の加速. *シンポジウム: スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス 2011 講演論文集 No.11-17*, pp.465-470, 2011.
- (9) Koji Murofushi, Shinji Sakurai, Koji Umegaki, Junji Takamatsu. Hammer acceleration due to thrower and hammer movement patterns. *Sports Biomechanics* 6(3), pp.301-314, 2007.
- (10) Jesus Dapena, Craig McDonald. A three-dimensional analysis of angular momentum in the hammer throw. *Medicine and Science in Sports and Exercise* 21(2), pp.206-220, 1989.
- (11) 坂東美和子, 田辺智, 伊藤章. ハンマー投げ記録とハンマーヘッド速度の関係. *体育学研究* 51(4), pp.505-514, 2006.
- (12) 藤井範久, 小山陽平, 阿江通良. ハンマー投ターン局面におけるハンマーヘッド加速技術の研究—ハンマーヘッド加減速パターンの違いに着目して—. *体育学研究* 55(1), pp.17-32, 2010.