SPH 法を用いた超音速流における物質輸送シミュレーション

Numerical Simulation of Material Transport in a Supersonic Flow Using SPH Method

○ 学 上原 将人 (東北大・学) 正 茂田 正哉 (東北大・工)

正 伊澤 精一郎 (東北大・工) 正 福西 祐 (東北大・工)

Masato UEHARA, Masaya SHIGETA, Seiichiro IZAWA, Yu FUKUNISHI

Tohoku University, 6-6-01 Aramaki-Aoba, Aoba-ku, Sendai 980-8579, JAPAN

Key Words: SPH, supersonic flow, material transport

1 緒言

粒子法の一つである SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics) 法は、連続体である流体を有限個の粒子の集合とみなし Navie-Stokes 方程式を近似的に解く Lagrange 法である。この手法は圧縮性流体の数値解析手法として、1977 年に Monaghan により考案され、天文物理学の分野などで発達してきた。差分法や有限要素法のように格子形成の必要がないため、混相流の解析や構造体の大変形を伴う移動境界問題に有用な手法と考えられている。

本研究では溶射加工法の一つであるコールドスプレー法・高速フレーム溶射法、微細粒子を製造するジェット粉碎等への応用を目的として、SPH 法を用いて超音速流における材料粒子の輸送プロセスの計算を行った。

2 計算方法

2.1 基礎方程式

SPH 法では粒子の密度を媒介変数として流体の運動が記述される。

式 (1) に i 番目の粒子位置 $\mathbf{r}_i$ における密度 ρ の式を示す。密度 ρ は個々の粒子の持つ質量 m_j の重ね合わせとして Kernel 関数 W を用いて表わされる。

$$\rho(\mathbf{r}_i) = \sum_j m_j W_{ij} \quad (1)$$

ここで、本研究では Kernel 関数には M-4 spline 関数を用いた。また運動方程式、エネルギー式を式 (2)、(3) にそれぞれ示す。

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_i}{dt} = & \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} v_{ij} \left(\frac{\kappa_j}{\rho_j c_j} + \frac{\kappa_i}{\rho_i c_i} \right) \nabla_i W_{ij} + \frac{p_i}{\rho_i^2 c_i} \sum_j v_{ij} \nabla_i W_{ij} \\ & + \frac{1}{2c_i} \sum_j m_j \Pi_{ij} v_{ij} \nabla_i W_{ij} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 c は比熱、 κ は熱伝導率、 T は温度、 p は圧力であり、 $\mathbf{v}_{ij}$ 、 $\mathbf{r}_{ij}$ と Π_{ij} はそれぞれ粒子 i に対する粒子 j の相対速度と相対位置、人工粘性である。右辺第一項は熱伝導項、第二項は圧力仕事項、第 3 項は粘性散逸項を表わしている。これらの基礎方程式は Monaghan⁽¹⁾ によって提唱されている。

2.2 計算条件

図 1 に計算領域を示す。左から右に流れる速度 400m/s の空気の流れの中に銅粒子を配置し、流れ場を計算した。

初期条件として、直径 1.6×10^{-2} mm の 3624 個の空気粒子に対しての速度を 400m/s、温度を 500K、密度を 1.2kg/m^3 と与えた。また銅粒子の初期速度は 0.0m/s、初期温度は 293K、この温度における銅の密度は 8851.5kg/m^3 であり線形的な温度依存性をもつ。境界条件として流れ方向に一様速度 400m/s で左から流入させ、図 1 右部に示す粒子 3 個分の出口領域に入った粒子はその時点の密度、速度を保ったまま流出させることにした。また流れ垂直方向には周期境界条件を課した。時間刻みは $4.0 \times 10^{-10}\text{s}$ とした。

Fig. 1 Computational region.

2.3 材料粒子

SPH 法において、剛体は相互に位置を変えない流体粒子の集合として扱うことが出来る。図 2 に本計算で用いた材料粒子を示す。左から直径が流体粒子 5 個分、7 個分、9 個分であり、実際の長さはそれぞれ $80\mu\text{m}$ 、 $112\mu\text{m}$ 、 $144\mu\text{m}$ に相当する。

材料粒子は流体からの圧力を受け、運動方程式に従い運動する。その圧力は式 (1)、(2) より計算される。しかしながら、空気粒子の速度が著しく大きい場合、材料粒子前縁において急激な空気粒子の集中が生じる。そのため、高圧状態が生じ、空気粒子が材料粒子を通り抜けてしまう。

そこで本計算では図 2 に示すように粒子内部に仮想粒子を配置した。この仮想粒子は材料粒子に入り込もうとする空気粒子に対してのみ反発力を与える。

3 計算結果

3.1 超音速における粒子の輸送過程

図 3 に直径 $112\mu\text{m}$ の材料粒子を用いた場合の計算結果を示す。図 3(a)-(d) はそれぞれ $t = 0.0\text{s}$ 、 $8 \times 10^{-8}\text{s}$ 、 $8 \times 10^{-7}\text{s}$ 、

Fig. 2 Particle arrangement.

4.0×10^{-6} sにおける温度変化を示している。また、図4に直径 $112 \mu\text{m}$ の材料粒子の表面温度分布の時間変化を示す。ここで横軸の角度は、材料粒子の中心と表面粒子のなす線分と流れ方向のなす角とした。 $t=0.0$ s から $t=4.0 \times 10^{-7}$ s の間、超音速流にさらされた材料粒子の前方には圧縮された高温領域ができ、後方には膨張による低温領域が出来る。そのため、材料粒子の上流側から温度が上昇する様子が確認出来る。その後、表面粒子の温度は一樣になる。図3より材料粒子の温度は、内部における熱拡散よりも周りの流体からの熱伝導によって上昇していく様子が分かる。

Fig. 3 Thermal change of material particles.

3.2 材料粒子の温度、速度の変化

図5は経過時間と材料粒子の速度の関係である。また、図6は

Fig. 4 Surface temperature of material particles.

経過時間と材料粒子の平均温度の関係を示す。ここで、 D は材料粒子の直径を表す。材料粒子の直径が大きいほど加速されにくく、温度もあまり上昇しないことがわかる。

Fig. 5 Velocity of material particles.

Fig. 6 Average temperature of material particles.

4 結言

SPH 法により超音速流における物質輸送過程のシミュレーションを行った結果、超音速流内にさらされた材料粒子が加速・加熱されていく様子が再現できた。この種の計算への SPH 法の適用可能性が示されたと考える。

参考文献

- (1) Monaghan, J.J., Smoothed Particle Hydrodynamics, Rep. Prog. Phys., Vol.68 (2005),1703-59