Effect of Lamination Constitution on Buckling of Composite Laminated Cylindrical Shells under Torsion

○学 河合 啓太郎 (東海大院) 大野 雅士 (東海大)
正 粕谷 平和 (東海大)

Keitarou KAWAI, Tokai University, 1117, Kitakaname, Hiratsuka-shi, Kanagawa
Masashi ONO, Tokai University
Hirakazu KASUYA, Tokai University

Key Words : Structural Analysis, Composite Materials, Laminated Cylindrical Shells, Buckling Strength, Torsion, Lamination Constitution

1. 緒 言

炭素繊維からなる高性能繊維強化プラスチック(CFRP)材は、比強度、比剛性が高く、円筒殻構造としても航空宇宙分野をはじめ、幅広い分野の構造に数多く用いられている。このような異方性材料よりなる複合材料積層円筒殻は、カップリング効果などの各種積層構成効果があり、均質な直交異方性円筒殻とは異なる力学的挙動を示す。そこで、各種外力が作用する複合材料積層円筒殻の座屈現象を的確に把握しておく必要が生じ、数例の解析的研究の報告がなされている^{(1),(2)}。

本報告では、複合材料積層円筒殻にねじりモーメントを加えた場合について近似的に理論解析し、積層順序、積層数、積層角、殻の形状寸法などがねじり座屈値に及ぼす影響を検討する。

2. 理論的解析法

解析モデルとして Fig.1 に示すような半径 R 、筒長 L 、板厚 h の積層円筒殻が両端にねじりモーメント M_t を受ける場合を考え、円筒軸方向、円周方向、半径方向にそれぞれ x, y, z 軸を取り、座屈に伴う付加的変位成分を u, v, w とする。本報告では、積層円筒殻の座屈値の算出理論式を、比較的広範囲な円筒殻形状に適用できる Flügge の殻理論⁽³⁾を用いる。合応力成分 N_x, N_y, N_{xy}, N_{yx} と合モーメント成分 M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx} と中央面のひずみ成分 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ 、曲率変化成分 $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$ の関係を表す構成方程式は、カップリング項を考慮すると次式になる。式中の $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} (i, j = 1, 2, 6)$ はそれぞれ、伸張剛性項、カップリング剛性項、曲げ剛性項であり、一方向強化材の繊維方向、繊維に直角方向の弾性係数 E_L, E_T 、ポアソン比 ν_L, ν_T およびせん断弾性係数 G_{LT} などが与えられ、積層順序、積層数、積層角などが指定されると求められる。

Fig.1 Configuration and coordinates of composite laminated cylindrical shell.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ N_{yx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} + \frac{B_{11}}{R} & A_{12} + \frac{B_{12}}{R} & A_{16} + \frac{B_{16}}{R} + \frac{D_{16}}{2R^2} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} + \frac{D_{26}}{2R^2} \\ A_{16} + \frac{B_{16}}{R} & A_{26} + \frac{B_{26}}{R} & A_{66} + \frac{B_{66}}{R} + \frac{D_{66}}{2R^2} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} + \frac{D_{66}}{2R^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} + \frac{D_{11}}{R} & B_{12} & B_{16} + \frac{D_{16}}{2R} \\ B_{12} & B_{22} - \frac{D_{22}}{R} & B_{26} - \frac{D_{26}}{2R} \\ B_{16} + \frac{D_{16}}{R} & B_{26} & B_{66} + \frac{D_{66}}{2R} \\ B_{16} & B_{26} - \frac{D_{26}}{R} & B_{66} - \frac{D_{66}}{2R} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ M_{yx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} + \frac{D_{11}}{R} & B_{12} + \frac{D_{12}}{R} & B_{16} + \frac{D_{16}}{R} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} + \frac{D_{16}}{R} & B_{26} + \frac{D_{26}}{R} & B_{66} + \frac{D_{66}}{R} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

一般的な積層円筒殻がねじりモーメント M_t を受けるときの平衡方程式に、式(1)、(2)と座屈時のたわみ波形を代入すると、積層円筒殻の座屈値は次の係数行列式から固有値として得られる。

$$\begin{vmatrix} H_{11} - 2\lambda n \tau_t h & H_{12} & H_{13} \\ H_{12} & H_{22} - 2\lambda n \tau_t h & H_{23} - 2\lambda \tau_t h \\ H_{13} & H_{23} - 2\lambda \tau_t h & H_{33} - 2\lambda n \tau_t h \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

ここで $\tau_t (= M_t / 2\pi h R^2)$ はねじり応力である。 $\lambda (= m\pi R / L)$ は軸方向半波長であり、 m は軸方向半波数、 n は円周方向波数である。 $H_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$ は、各種剛性項と殻の形状寸法によって決まる。

式(3)において軸方向半波数 m 、円周方向波数 n を変化させることによって得られるねじり応力 τ_t の最小値 $\bar{\tau}_t$ がねじり座屈値となる。座屈値を無次元座屈係数 $K_t (= \bar{\tau}_t R / E_T h)$ のように表すと、材料定数と積層構成が与えられることにより、殻の形状パラメータ $Z (= L^2 / Rh)$ 、積層角 θ の関数として与えられる。

(a) Inner lamination angle $\theta = 0$ (deg.)

(b) Inner lamination angle $\theta = 90$ (deg.)

Fig.2 Variation of buckling coefficients of symmetric cross - ply laminated cylindrical shells with shape parameter Z .

3. 数値計算例と解析結果の検討

数値計算例としては、繊維容積含有率 $V_f = 60\%$ の炭素繊維強化プラスチック(CFRP)材を考える⁽⁴⁾。

クロスプライ積層円筒殻の数値計算結果を、対称積層で、最内層積層角が 0 (deg.)とした場合を Fig.2 (a)に、最内層積層角が 90 (deg.)を(b)に示す。

無次元座屈係数 K_l と形状パラメータ Z との関係は、対称積層、逆対称積層の場合ともに、 Z の増加に伴い K_l 値は低下する。

積層数 N の影響は、対称積層で最内層積層角が 0 (deg.)の場合には積層数の減少による K_l 値の低下が顕著になり、 Z の増加に伴いその差は大きくなる。また最内層積層角が 90 (deg.)の場合には積層数の減少に伴い、 K_l 値は増加する。このように対称積層では、最内層積層角を 0 (deg.)とした場合と 90 (deg.)とした場合とでは、積層順序が K_l 値に及ぼす影響は顕著になってくる。逆対称積層の場合には、カップリング効果が現れ、 K_l 値は積層数が少ないと低下する。

アングルプライ積層円筒殻の数値計算結果を、対称積層の場合を Fig.3 (a)に、逆対称積層の場合を(b)に示す。座屈値に及ぼす形状パラメータ Z の影響は、クロスプライ積層円筒殻の場合と同様に表されるので、一例として $R/h = 100$ 、 $Z = 900$ の場合について示している。

積層角 θ の変化による K_l 値は、極めて積層数が少ない場合を除き、対称積層、逆対称積層の場合ともに θ の増加にともない変化し、積層角が 0 (deg.)のとき最小

(a) Symmetric laminate

(b) Antisymmetric laminate

Fig.3 Variation of buckling coefficients of angle - ply laminated cylindrical shells with lamination angle θ .

値を、 70 (deg.)近傍のとき最大値を示している。

積層数 N の変化による K_l 値の影響は積層角 0 (deg.), 90 (deg.)の場合には無関係であるが、その中間の積層角 0 (deg.) $< \theta < 90$ (deg.)では、カップリング効果が現れ、積層数が減少すると K_l 値も減少する。

座屈波数のうち軸方向半波数 m は、クロスプライ、アングルプライ積層円筒殻の場合ともに、形状パラメータ、積層数、積層角に無関係で 1 であり、円周方向波数 n は形状パラメータ、積層数、積層角の増加により減少を示す。

4. 結 言

本報告では、ねじりモーメントを受ける複合材料積層円筒殻の座屈について、Flügge の殻理論により座屈値を解析し、代表的な CFRP について、形状パラメータ Z 、積層角 θ に対して無次元座屈係数 K_l で表示した。特に座屈特性に及ぼす積層構成の影響を調べ、積層順序、積層数、積層角、殻の形状寸法などの変化が座屈値に大きく影響することを示した。

文 献

- (1) R.M.Jones, Mechanics of Composite Materials, Mc Graw-Hill, New York (1975).
- (2) 粕谷平和, 日本複合材料学会誌, 17-2(1991), 74.
- (3) W.Flügge, Stresses in Shells, Springer-Verlag, Berlin (1962).
- (4) 植村益次・山田直樹, 材料, 24-257(1975), 156.