Vortex in Cell 法を用いた気液二相自由乱流の数値解析

Numerical Simulation for Bubble-Laden Free Turbulent Flow by Vortex in Cell Method

○出川 智啓 (名大院), 正 内山 知実 (名大)

Tomohiro DEGAWA, Graduate School of Information Science, Nagoya University

Tomomi UCHIYAMA, ECOTOPIA Research Institute, Nagoya University

Key Words: Numerical analysis, Vortex in cell method, Bubbly flow, Lagrangian method

1. 緒言

物体周りを流れる, 微細な気泡を含む気泡流は, 熱交換器や化学反応装置など様々な工業機器において見受けられる. このような気液二相流は, 流れの状態によっては物体背後にカルマン渦を形成し, 機器の振動や破損の原因となることから, その流れを予測することは非常に重要である. これまで, 角柱周りの流れを対象として実験⁽¹⁾⁽²⁾や数値解析⁽³⁾が実行されている.

一方, 著者らは, 気泡を含む自由乱流に対する, Vortex in Cell 法 (略して VIC 法) を援用した二次元 Two-way 解法を提案し⁽⁴⁾, 気泡を含む平面混合層を数値解析し, 解法の妥当性を示した. 本論では, 杜河内ら⁽¹⁾⁽²⁾が実験の対象とした角柱周りの気泡流の解析に適用した結果について述べる.

2. 気泡流の支配方程式および数値解法

両相が非圧縮であり, 相変化がなく, 気相の質量および運動量が液相の値に比べ十分小さく無視できると仮定すれば, 気泡流の支配方程式は次式で表される.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\omega \mathbf{u}_l) = \frac{\nu_l}{\alpha_l} \nabla^2 \omega + \frac{1}{\alpha_l} \nabla \alpha_l \times \left(\mathbf{g} - \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} \right) \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_l = \nabla \phi + \nabla \times \psi \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \nabla \phi) + \nabla \times \psi \cdot \nabla \alpha_l = 0 \quad (3)$$

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (4)$$

ここで, $\mathbf{u}_l$, ω および α_l は液相の速度, 渦度および体積率, ϕ および ψ はスカラーポテンシャルおよびベクトルポテンシャルである.

渦度場を多数の渦要素で離散化し, 渦要素がコア構造をもつものと仮定する. 渦要素 α の位置ベクトルを $\mathbf{x}_\alpha$, 循環を Γ_α , コア半径を σ_α とすれば, 位置 $\mathbf{x}$ における渦度は次式で表される.

$$\omega_\alpha(\mathbf{x}) = \frac{\Gamma_\alpha}{\pi \sigma_\alpha^2} \exp \left[- \left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_\alpha|}{\sigma_\alpha} \right)^2 \right] \quad (5)$$

気泡は球形であり, 気泡の分裂および合体は発生しないと仮定すれば, 気泡の運動方程式は次式で表される.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{u}_b}{dt} = & \frac{1+C_v}{\beta+C_v} \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} - \frac{1}{\beta+C_v} \frac{3C_D}{4d} \mathbf{u}_l |\mathbf{u}_l| \\ & + \frac{\beta-1}{\beta+C_v} \mathbf{g} - \frac{C_L}{\beta+C_v} \mathbf{u}_l \times (\nabla \times \mathbf{u}_l) \end{aligned} \quad (6)$$

なお, $C_D = (24/\text{Re}_b) (1 + 0.15 \text{Re}_b^{0.687})$, $\text{Re}_b = d|\mathbf{u}_l|/\nu_l$ である.

渦要素の移流と気泡の運動を Lagrange 計算すれば, 渦度と気相体積率の分布が求められる. 式(3), (4)の解析には SOR 法を用いる. 粘性の影響は σ を時間変化させる Core spreading 法により考慮する. 気泡による渦度の変化は,

Γ の時間変化率により定める. すなわち,

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \int \left[\frac{1}{\alpha_l} \nabla \alpha_l \times \left(\mathbf{g} - \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} \right) \right] dA \quad (7)$$

解析領域を矩形格子に分割し, 各格子に式(7)を適用して Γ の変化率を計算する. 圧力は, 式(1)の発散を取って得られる Poisson 方程式から求める.

3. 解析結果

杜河内らが実験の対象とした, 一辺の長さ s ($=30\text{mm}$) の正方形断面をもつ角柱周りの気泡流を解析した. 角柱上流の液相速度 U に基づく Reynolds 数 ($=sU/\nu_l$) は 15000 である. 角柱上流では, 直径 1mm の気泡が速度 U で一様に分布している. 角柱上流における気相体積率 α_{g0} が $0 \leq \alpha_{g0} < 0.03$ の場合を解析した.

単相流時の渦要素と速度ベクトルの瞬時分布を図 1 に示す. ただし, 渦構造をわかりやすくするため, 速度 U を差し引いたベクトルが表示してある. 角柱前面から後流に放出された渦要素が局所的にクラスタを形成し, ほぼ等間隔で流下する. 渦要素のクラスタは大規模渦に相当していることがわかる.

図 1 に対応する圧力分布を図 2 に示す. ただし, 位置エネルギーの影響を除いた分布である. 圧力は角柱前面で高く, カルマン渦の中心で極小となる. 角柱表面における揚力変動から渦放出周波数を計算すると 4Hz となり, 実験⁽¹⁾と一致する.

Fig.1 Distribution of vortex element and velocity (single-phase flow)

$\alpha_{g0}=0.01$ における渦要素と液相速度ベクトルの分布を図 3 に示す. ただし, PIV で求められた液相速度ベクトルの実験結果⁽¹⁾も示してある. 気泡運動が渦要素を誘起する

(a) Vortex element (b) Velocity (c) Experimental
Fig.3 Distribution of vortex element and velocity
($\alpha_{g0}=0.01$)

(a) Present simulation (b) Experimental
Fig.4 Distribution of air volumetric fraction ($\alpha_{g0}=0.01$)

Fig.5 Pressure distribution
($\alpha_{g0}=0.01$)

ため、単相流時と比べて多くの渦要素が流れ場に現れている。角柱から放出された渦要素の様子は、単相流時とほぼ同様であり、カルマン渦を形成している。得られた速度ベクトルは、実験結果とよく一致している。

図 4(a)に、図 3 と同時刻における気相体積率 α_g の分布を示す。 α_g は角柱側面とカルマン渦内部で高く、角柱後面近傍では著しく低い。これらの結果は、実験結果 (図 4(b)) と同じ傾向を示している。

図 3 と同時刻の圧力分布を図 5 に示す。ただし、位置エネルギーを除いた分布である。圧力分布は単相流の場合よりも複雑であり、カルマン渦がやや不明瞭となるが、圧力は角柱前面で高く、カルマン渦の中心で極小値をとる。

角柱後流への渦放出の周波数を求め、角柱上流の気相体積率 α_{g0} に対する変化を示すと図 6 のようになる。 α_{g0} の増加とともに、渦放出周波数が高くなる。この傾向は実験⁽¹⁾と一致している。

角柱前後の淀み点における圧力差を図 7 に示す。実験⁽²⁾と同様に、 $\alpha_{g0} \leq 0.03$ の領域において α_{g0} の増加とともに低下する。

角柱表面の時間平均圧力を求め、その分布を示すと図 8

Fig.6 Vortex shedding frequency

Fig.7 Pressure difference

Fig.8 Pressure distribution on the cylinder surface

ようになる。ただし、角柱前後の淀み点における圧力の平均値 p_{ref} により無次元化してある。圧力は角柱前面の中央で最大値を取り、後面に向かうにつれて低下する。後面を除いて、圧力は α_{g0} が増すと低下する。これらの傾向は、図示は省略するが、実験⁽²⁾と一致している。

4. 結言

角柱周りの気泡流を渦法により数値解析した。その結果、カルマン渦の内部で気相体積率が高いこと、角柱の後流への渦放出周波数および角柱表面における圧力の α_{g0} による変化が実験結果の傾向と一致することなどを確認できた。

文献

- (1) 社河内・ほか 2 名, 鉛直矩形管内気液二相流中における物体後流の挙動 (流路ブロックゲージ非の影響), 機論, **67**-654, B(2001), 377-383.
- (2) 社河内・ほか 3 名, 鉛直矩形管内気液二相流中における物体周りの流れ (物体形状, アスペクト比の影響), 機論, **68**-672, B(2002), 2240-2246.
- (3) Uchiyama, T., Numerical Simulation of Gas-Liquid Two-Phase Flow Around a Rectangular Cylinder by the Incompressible Two-Fluid Model, *Nucl. Sci. Eng.*, **133**(1999), 92-105.
- (4) Uchiyama, T. and Degawa T., Numerical Simulation for Bubble-Laden Free Turbulent Flow by Vortex in Cell Method, *Proc. 5th Int. Conf. Multiphase Flow*, Yokohama, 2004, (on CD-ROM).