二重ジンバル CMG を用いた宇宙機の姿勢制御 Spacecraft Attitude Control Using a Double-Gimbal CMG

高塚 直樹 (名古屋大学), 山田 克彦 (名古屋大学)

Naoki TAKATSUKA, Nagoya University, Furo-Cho, Chikusa-ku, Nagoya

Katsuhiko YAMADA, Nagoya University

Key Words: Space Engineering, Attitude Control, Double-Gimbal CMG, Euler Parameters, Nonholonomic System

1 まえがき

コントロール・モーメント・ジャイロ (以下 CMG) は回転しているホイールを傾けることでジャイロ効果によりある軸まわりに大トルクを発生させる装置 (図 1) であり, これまで大型宇宙機の姿勢制御装置として使用されている. また近年は小型宇宙機に対して高速高精度な姿勢変更をさせるために, CMG の重要性が注目されつつある. しかし発生するトルクの向きに制約があるため取り扱いが難しく, それを補うため複数台の CMG を用いなければならない.

そこで本報では二つのジンバルを有する CMG 1 台を用いて, 慣性系に対して全角運動量が保存されるという非ホロノミックな拘束を利用して二入力三軸姿勢制御を考察する. ホイールの回転軸を周期関数で記述し, ホイールの角運動量を慣性系における単位球面上を適当な方向へ動かすことにより宇宙機の姿勢を変更させる. その際一周毎に目標の姿勢の変動量を決めておき, それを満たすように摂動法を用いて制御パラメータを決定していく. また, 数値シミュレーションにより提案する手法の有効性を確認する.

座標系として, 慣性座標系 $\mathcal{F}_I$ の z 軸を初期のホイールの回転軸に一致させ, 機体固定座標系 $\mathcal{F}_B$ の x 軸を外側ジンバルの回転軸に一致させるようにそれぞれ右手直交座標系を考える. さらに以下の記号の定義をする.

- ω_B : $\mathcal{F}_B$ の $\mathcal{F}_I$ に対する角速度ベクトル
- U_{IB} : $\mathcal{F}_B$ から $\mathcal{F}_I$ への座標変換行列
- e_{IB} : $\mathcal{F}_B$ の $\mathcal{F}_I$ に対する姿勢を表す Euler パラメータ
- ϵ_{IB} : Euler パラメータのベクトル部
- ϵ_{IB} : Euler パラメータのスカラー部
- h_T : 宇宙機全体の角運動量ベクトル
- h_w : ホイールの角運動量ベクトル (大きさを h_w とする)
- J_B : 宇宙機本体の質量中心回りの慣性テンソル
- θ_x : 外側ジンバルの宇宙機に対する回転角
- θ_y : 内側ジンバルの外側ジンバルに対する回転角
- z_w : ホイールの回転軸の単位ベクトル

$\mathcal{F}_I$ 系でベクトルの成分を表す場合は右肩に I とし, $\mathcal{F}_B$ 系で表す場合は B とする.

2 角運動量の保存に基づく姿勢変動

ホイールのもつ角運動量は

$$h_w = h_w z_w \quad (1)$$

と表され, 宇宙機全体の角運動量は次式となる.

$$h_T = J_B \omega_B + h_w \quad (2)$$

ここでジンバル角 $\theta_x = \theta_y = 0$ としたとき, ホイールの回転軸が $\mathcal{F}_B$ の z 軸と向きを一致させる. するとベクトル z_w は次のように表される.

$$z_w^B = \begin{bmatrix} \sin \theta_y \\ -\sin \theta_x \cos \theta_y \\ \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

図 1: Double-Gimbal CMG

また姿勢を記述する方程式は次式である.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{IB} &= \frac{1}{2} \epsilon_{IB} \times \omega_B^B + \frac{1}{2} \epsilon_{IB} \omega_B^B \\ \dot{\epsilon}_{IB} &= -\frac{1}{2} \epsilon_{IB} \cdot \omega_B^B \end{aligned} \quad (4)$$

初期条件として宇宙機本体は慣性座標系に対して静止していて, ホイールだけが回転しているものとする. このときホイールがもつ角運動量が全角運動量になり, その回転軸の単位ベクトルを z_T^I として慣性座標系の z 軸方向と一致する. 宇宙機の全角運動量は式 (2) を用いて次のように表される.

$$U_{IB}(J_B^B \omega_B^B + h_w^B) = h_T^I = h_w z_T^I = h_w \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

このホイールのもつ角運動量ベクトル h_w が全角運動量ベクトル h_T と異なるとき宇宙機本体に章動運動 (ニューテーション) が発生する. この章動運動を利用して宇宙機の姿勢を望ましい方向に向けるように, h_w を姿勢変更の最初と最後では h_T と一致させながら h_w の軌道を慣性空間上で設計する. そこでホイールの角運動量の単位ベクトル z_w を z_T 周りに微小に周期運動させる. $h_w^I = h_w z_w^I$ となるので, これを式 (5) に代入すれば ω_B^B が得られ, さらに式 (4) から z_w^I と ϵ_{IB} の関係式を得ることができる.

z_1, z_2 を微小として $z_w^I = [z_1 \ z_2 \ \sqrt{1-z_1^2-z_2^2}]^T$ とおき, いま求めた ϵ_{IB} をもとに z_w^I の一周周期にわたって積分する. $\dot{e}_{IB}(t) = A(t)e_{IB}(t)$, $e_{IB}(t) = \Phi(t)e_{IB_0}$ において, $\Phi(t)$ および $A(t)$ を微小量で次のように展開する.

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \Phi_0 + \delta\Phi(t) + \delta^2\Phi(t) + \dots \\ A(t) &= A_0 + \delta A(t) + \delta^2 A(t) + \dots \end{aligned}$$

ここでは e_{IB} は微小量より $\Phi_0 = I_4$, また A は零次の項を含んでいないので $A_0 = 0$ となる. $A(t)$ は二次項までを考えているので左辺と右辺の一次項と二次項をそれぞれ比較すると

$$\begin{aligned} \delta\dot{\Phi}(t) &= \delta A(t) \\ \delta^2\dot{\Phi}(t) &= \delta^2 A(t) + \delta A(t)\delta\Phi(t) \end{aligned}$$

以上より, 周期を T として一周周期後の変動量 $e_{IB}(T)$ は次のように求めることができる.

$$e_{IB}(T) = (I_4 + \delta\Phi(T) + \delta^2\Phi(T))e_{IB_0} \quad (6)$$

(a) Gimbal Angles θ_x, θ_y

(b) Spacecraft Attitude

(c) Trajectory of z_w^I in F_I

図 2: Simulation Results of Case 1

(a) Gimbal Angles θ_x, θ_y

(b) Spacecraft Attitude

(c) Trajectory of z_w^I in F_I

図 3: Simulation Results of Case 2

3 z_w の動かし方

$a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, d_1, d_2$ を定数として z_1, z_2 を次のように決める.

$$z_1(t) = a_1(1 - \cos \omega t) + b_1(1 - \cos 2\omega t) + c_1 \sin \omega t + d_1 \sin 2\omega t \quad (7)$$

$$z_2(t) = a_2(1 - \cos \omega t) + b_2(1 - \cos 2\omega t) + c_2 \sin \omega t + d_2 \sin 2\omega t \quad (8)$$

ただし $|a_1|, |a_2|, |b_1|, |b_2|, |c_1|, |c_2|, |d_1|, |d_2| \ll 1$ とする.

z_1, z_2 を用いて具体的に計算を実行すると, ϵ_{IB} の一周期後の変動分 Δ_{B_0B} は次のように求めることができる.

$$\Delta_{B_0B} = Ba + f(a) \quad (9)$$

ここで $a = [a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2 \ c_1 \ c_2 \ d_1 \ d_2]^T$, B はランク 2 のパラメータマトリクス, $f(a)$ は a の各成分の二次式で表されるベクトルである.

式 (9) をもとに z_1, z_2 の係数を決定する. しかし $\text{rank } B = 2$ であるため右辺第一項の一次式だけでは係数を決めることができない. そこで次に示すような二通りの方法で係数を決定する.

() はじめに右辺第一項の一次式を用いて ϵ_{IB} の三成分のうち二成分を満足させ, 残りの成分を右辺第二項の二次式を用いて満足させる.

() 上の方法では最後の一成分を決定できない場合が生じる. この原因として, 章動運動により発生する宇宙機の角運動量の z 成分が正の値しかとることができず, 宇宙機を z 軸の負の方向に回転させることが困難になるためである. この場合は一次式で決定できる二成分を満足させることをせずに, 最後の一成分を二次式を用いて優先的に決定する.

4 数値計算例

宇宙機本体の慣性テンソル J_B^B とホイールの初期角運動量 h_w を次のようにおく.

$$J_B^B = \begin{bmatrix} 17 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} [\text{kgm}^2], \quad h_w = 10 [\text{Nms}]$$

() を用いた場合の周期関数の周期を $T = 8[\text{s}]$, () の場合は $T = 24[\text{s}]$ とする. ジンバル角 θ_x, θ_y の初期値をともに 0 とし, 宇宙機の初期姿勢を $\epsilon_{IB_0} = 1, \epsilon_{IB_0} = [0 \ 0 \ 0]^T$ とし, 最終姿勢を

$$\begin{aligned} \text{Case 1: } \epsilon_{IB_f} &= 0.996, \epsilon_{IB_f} = [0.050 \ 0.050 \ 0.050]^T \\ \text{Case 2: } \epsilon_{IB_f} &= 0.996, \epsilon_{IB_f} = [-0.050 \ -0.050 \ -0.050]^T \end{aligned}$$

の二通りについて行う. ここで Case 2 は () で述べた姿勢変動が困難な場ありに対応する. 今回は目標の姿勢の変動量 Δ_{B_0B} を一周回りと姿勢誤差が 30 % になるように設定してシミュレーションを行った. 結果を図 2, 図 3 に示し, またそれぞれの図の (c) は慣性座標系から見たホイールの角運動量ベクトルの最初の一周期の軌跡を表す.

Case2 の時刻 0[s] から 24[s] においては () を用いて係数決定を行っているが, () と比べ制御器の性能が劣っていることがわかる. これは式 (9) 三成分のうち一成分しか満足していないことが原因である.

5 まとめ

本報では二重ジンバル CMG を用いて宇宙機の三軸姿勢制御について考察したものである. ホイールのもつ角運動量ベクトルを周期運動させることによって, 宇宙機の姿勢を変更させ, この過程を繰り返すことで姿勢を整定させた.