728 管内過渡流れの最適化有限要素モデルによるシミュレーションに関する研究

A Study on Simulation of Transient Flow in Pipes Using an Optimized Finite Element Model

正 真田一志 (横国大)

Kazushi SANADA, Yokohama National University

Keywords: Modeling, Transmission line, Fluid transients, Simulation, Turbulent flow

1 はじめに

本研究では、最適化有限要素モデルを使用して、乱流圧力損失を線形近似することなくモデルに導入し、過渡流れのシミュレーションが行えることを示し、実験結果との比較によりその有効性を示す。

2 最適化有限要素モデル

管軸に沿って Fig. 1 に示すように交互格子系を設定する。管路の両端における圧力 p_{in} と p_{out} をモデルの入力とし、運動方程式と連続の式に有限要素近似を適用すると有限要素モデルの式(1)を得る。

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{A}_p \mathbf{x} + \mathbf{B}_p \bar{\mathbf{p}} - \begin{bmatrix} \mathbf{p}_f \\ \mathbf{0}_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{p}}$ は管路の両端における圧力であり、モデルへの入力である。

$$\bar{\mathbf{p}} = [p_{in}, p_{out}]^T \quad (2)$$

また、ベクトル $\mathbf{x}$ は格子点の圧力 $\mathbf{p}$ と流量 $\mathbf{q}$ からなる状態変数ベクトルである。

$$\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T, \mathbf{p}^T]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{q} = [q_{in}, q_1, \dots, q_{N-1}, q_{out}]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_N]^T \quad (5)$$

係数行列 $\mathbf{A}_p$ と $\mathbf{B}_p$ は有限要素近似から求められ、次式で表される。

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(N+1) \times (N+1)} & -\frac{A}{\rho} \mathbf{B} \\ -\frac{\rho c^2}{A} \mathbf{E} & \mathbf{0}_{N \times N} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} -\frac{A}{\rho} \mathbf{F} \\ \mathbf{0}_{N \times 2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

乱流における圧力損失は式(8)で表される。

$$p_f = \frac{\lambda}{4\pi R^3} q|q| \quad (8)$$

式(1)の右辺第三項に含まれる $\mathbf{p}_f$ は流量の格子点における圧力損失からなるベクトルである。

$$\mathbf{p}_f = [p_f(q_{in}), p_f(q_1), \dots, p_f(q_{out})]^T \quad (9)$$

Fig. 1 Interlacing grid system

最適化有限要素モデルで乱流圧力損失を考慮するためには、まず状態変数ベクトル $\mathbf{x}$ から流量ベクトル $\mathbf{q}$ を取り出し、式(8)の計算を実行すればよい。状態変数ベクトル $\mathbf{x}$ から流量ベクトル $\mathbf{q}$ を取り出す操作は式(10)で表される。

$$\mathbf{q} = [\mathbf{I}_{N+1}, \mathbf{0}_{(N+1) \times N}] \mathbf{x} = \mathbf{K}_1 \mathbf{x} \quad (10)$$

3 実験装置および実験結果

定常状態で流れが乱流になるように、開放端管路を用いて実験を行った。実験装置の概要を Fig. 2 に示す。諸元を Table 1 に示す。

Table 1 Parameters of experimental setup

c	1340	m/s
d	10.0	mm
L	36.0	m
ν	1.15×10^{-6}	m^2/s
ρ	999.0	kg/m^3

弁④を開放し、定常流れの状態、管路における圧力降下と流量の関係を測定して管摩擦係数を測定した。管路の上流端⑥と下流端⑧の圧力の差を圧力降下とした。流量は、管路の下流端を定圧槽⑨からはずしてはかりの上に載せた容器に流入させ、一定質量の水が流入する時間を計ることで測定した。管摩擦係数 λ は式(11)から算出し、Fig. 3 に示す。

$$\lambda = \frac{4\pi R^3 A (p_U - p_D)}{\rho L q^2} \quad (11)$$

レイノルズ数 Re に対する管摩擦係数 λ の測定結果を表の形で保存しておき、これをシミュレーションの際に利用した。

Fig. 2 Experimental setup for measurement of fluid transients in a water pipeline

Fig. 3 Measured results of frictional coefficient

参考文献

- 1) 真田一志, 最適化有限要素モデルによる管路の流体過渡現象のシミュレーション, 日本油空圧学会論文集, 第 31 巻第 1 号, (2000), 1-6.

過渡圧力の測定結果を Fig. 4 に示す。時刻 0.0 s でボール弁④が全開され、上流端圧力 p_U が加圧タンクの圧力①である 0.2MPa に増加した。これにより管路に過渡現象が生じ、中間点の圧力 p_M が変動している。

シミュレーション結果を Fig. 4 の中段の p_M の図に破線で示す。シミュレーション結果は実線で表される実験結果とほとんど重なっており、実験結果をよい精度で再現できたと言える。

4 おわりに

管路動特性の最適化有限要素モデルで乱流圧力損失を考慮する方法を示した。状態方程式の係数行列として無損失の場合の係数行列を用い、状態変数から流量をとりだして乱流圧力損失を算出するブロックを追加すればよいことを示した。本手法の有効性を、実験管路をもちいた過渡現象の実験結果との比較によって明らかにした。

Fig. 4 An example of experimental results
(Initial upstream pressure is 0.15MPa.)