Mechanical Properties of Artery and Characteristics of Pulse Wave Propagation

正 渡辺 知規 (千葉大)

○学 小柳津 圭介 (千葉大)

Tomonori WATANABE, Chiba University, 1-33, Yayoi-cho, Inage-ku, Chiba-shi, Chiba, 263-8522

Keisuke OYAIZU, Chiba University, 1-33, Yayoi-cho, Inage-ku, Chiba-shi, Chiba, 263-8522

Key Words: Mechanical Properties, Pulse Wave, Nonlinear, Stress-Strain Curve

1. 緒言

近年、工学的応用に向け、生体材料の機能に関する研究が盛んに行われている。多くの生体材料では、概して、力学的性質に非線形性を有するために、解析にあたっては、取り扱いが非常に困難となっている。事実、代表的な生体材料のひとつである血管においては、血管壁の応力-ひずみ特性が非線形性を有し、この非線形性の取り扱いが血管系の解析において大きな問題となっている。血管のもつ材料非線形性は、一般に、脈波の伝播特性に影響を及ぼすとされている。とりわけ、血管の病変部や人工血管部など、血管壁の力学的性質が異なる部位を有する血管において、血管壁の力学的性質が脈波伝播特性に及ぼす影響を明らかにすることは、血管疾患の検査法の確立に役立つばかりでなく、人工血管を設置する際の適切な処置法の提案のために重要であるとされている。

本研究では、血管壁の応力-ひずみ特性が有する非線形性を厳密に取り入れた血管モデルを用いて、血管壁の力学的性質の異なる部位の存在が、脈波に及ぼす影響を明らかにすることを目的とする。

2. 解析手法

本研究では、血管壁の応力-ひずみ曲線として、 σ を応力、 γ をひずみ、 σ_0 と γ_0 を定数としたときに、実験式⁽¹⁾：

$$\sigma = \sigma_0 [\exp(\gamma/\gamma_0) - 1], \quad (1)$$

を採用する。この式に、血管長軸方向への一次元ナビエ・ストークス方程式や連続の式などを用い、さらに、空間の離散幅を l として、離散化を行うと、血管壁の材料非線形性を厳密に取り入れた血管モデル(坂西モデル⁽¹⁾)の方程式として、

$$\frac{d}{dt} \log(1 + \frac{\Delta p_i}{a_i}) = \frac{b_i}{m} (\Delta p_{i+1} + \Delta p_{i-1} - 2\Delta p_i), \quad (2)$$

を得ることができる。ここで、 t は時間、 i は血管の長さ方向の離散的な位置であり、 Δp_i は最低血圧 p_d からの圧力の変化量を表す。 m は、血液の密度を ρ としたときに、 $m = 2\rho l^2$ として与えられる定数である。また、 a_i と b_i は、血管の半径を R_i 、壁厚を h_i としたときに、 $a_i = \sigma_0 h_i / R_i - p_d$ 、および、 $b_i = 1/\gamma_0$ として与えられる。ここで、 $\Delta \gamma_i$ を管半径のひずみの変化量とすると、血管の内圧と $\Delta \gamma_i$ との関係として、

$$\Delta p_i = a_i [\exp(b_i \Delta \gamma_i) - 1], \quad (3)$$

を得ることができる。よって、関係式(3)から、 a_i と b_i の積(以下 $a_i \cdot b_i$) は、 $\Delta \gamma_i = 0$ での傾きを意味し、 b_i は曲線の非線形性の度合いを表すことがわかる。したがって、本研究においては、血管壁が有する力学的性質は、二つのパラメータ a_i と b_i によって表されることがわかる。さらに、本研究では、 a_i と b_i を共に位置 i の関数とおくことにより、血管壁の力学的性質の異なる部位を取り扱う。すなわち、規格化をした a_i と b_i について、血管にて、 $a_i = b_i = 1$ とした部位を正常部とし、 $a_i = a$ 、および、 $b_i = b$ とした部位を、正常部に対して、力学的性質が異なる部位である「異質部」として取り扱う。

本研究では、 a と b が様々な値をとる場合に、脈波に生じる変化として、圧脈波 Δp_i と流速 Δv_i ：

$$\Delta v_i = -\frac{1}{\rho l} \int (\Delta p_{i+1} - \Delta p_i) dt, \quad (4)$$

の振舞いについて調べた。

数値解析にあたっては、非線形方程式(2)がもつ特徴を応用した。すなわち、まず、式(2)が、ハミルトン系の方程式であるという特徴に着目をして、数値計算法として6次のシンプレクティック法を用いた。シンプレクティック法は、ハミルトン系において、ハミルトニアンをある一定の誤差範囲に保存するという特長を持つため、長時間挙動を見るのに適した数値計算法であることが知られている。さらに、本研究では、脈波の変化をより明確に捉えるために、方程式(2)が厳密解をもつという特徴を応用し、式(2)の厳密解であるソリトン解⁽²⁾を脈波の初期値として入力した。ただし、波数は0.1とした。

3. 結果と考察

力学的性質が異なる部位である「異質部」を有する血管を伝播する脈波の様子を図1に示す。図では、脈波伝播のひとつの例として、 $0 \leq i \leq 199$ の位置を異質部とし、 $a = 5.0$ 、および、 $b = 1.0$ とした。脈波の振幅としては、入力波の振幅を $(\Delta p)_m$ としたときに、入力波の振幅の大きさが1となるように規格化を行った。図から、血管を伝播する脈波は、正常部から、異質部に入る時($t \approx 60$)だけでなく、異質部から正常部に出る時($t \approx 150$)にも反射波を発生させることがわかる。また、異質部内では、波の振幅と幅が、入射波とは大きく異なり、異質部を透過した後、入射波とは振幅や波形が変化している。

異質部と正常部の境界での振舞いをさらに詳しく調べるために、図1と同じ条件のもとで、正常部から異質部に入射する脈波の様子を図2に示す。図中太線は、時間の変化に伴う脈波の頂点の位置の軌跡を表す。図から、脈波の振幅の急激な変化は、脈波の頂点が異質部に入る $t = 40$ のあたり、すなわち、境界手前付近から起こっていることがわかる。また、 $t = 60$ では、反射波が発生している。同様の傾向は、異質部から正常部となる出口側の境界においても見られた。

脈波の反射波が、異質部の力学的性質を表す a と b に、どのように依存するのかを明らかにするために、 a と b を変化させた場合において、異質部の入り口 $i = 0$ から離れた位置 $i = -200$ での、圧脈波と流速における反射波の振幅の大きさを図3に示す。まず、図から、圧脈波と流速のいずれの場合においても、 a と b に対する反射波の振幅の依存性は同じ、すなわち、反射波の振幅の大きさは、ほぼ、 $a \cdot b$ の値に依存していることがわかる。また、圧力波では、 $a \cdot b$ が1以下で負の振幅の反射波を発生させ、 $a \cdot b$ が1以上で正の反射波を発生させる。一方、流速では、圧力波と全く逆の振舞いをする。

つぎに、 a と b を変化させた場合において、異質部透過後($i = 400$)の圧脈波の振幅の大きさを図4に示す。図から、異質部の a と b の違いにより振幅が大きく変わっていることがわかる。 $a \cdot b$ が極端に1より大きい場合と、極端に小さい

Fig. 1 Propagation of the pressure wave ($a=5.0$ and $b=1.0$).

Fig. 2 Behavior of the pressure wave around the boundary ($a=5.0$ and $b=1.0$).

場合では、ほとんど $a \cdot b$ の値のみに依存している。しかし、 $a \cdot b$ が比較的1に近い領域においては、 b が大きく (a が小さく) なるにつれ、異質部透過後の振幅は、入力波形よりも大きくなるのがわかる。実際に、この場合での脈波の様子を図5に示す。図5から、異質部中では、脈波の振幅が伝播と共に大きくなっていることがわかる。この傾向は、血管壁の応力-ひずみ曲線の非線形性の度合いを表す b が大きい場合のみに見られた。したがって、異質部透過後の振幅は、異質部での血管壁の非線形性の影響を大きく受けるということがわかる。また、図5から、非線形性が大きい場合には、振幅が大きくなるにともない、波形が急峻になることがわかる。このような波形の変化は、流速においても同様に見られた。

4. 結言

血管壁の材料非線形性を厳密に取り入れた血管モデルを用いて、血管に存在する力学的性質の異なる部位が脈波に及ぼす影響について検討した。得られた主な結果を以下に記す。

1. 力学的性質の異なる部位の影響で、脈波には、主に、つぎの4つの変化が生じる。i) 正常部と異質部との境界(入り口側と出口側)で反射波が発生する。ii) 正常部から異質部、および、異質部から正常部に脈波が伝播する際には、振幅等に変化が生じ、変化は境界手前付近から起こる。iii) 異質部内では、脈波は、入射波とは異なった振幅と幅をもって伝播する。特に、異質部の力学的性状によっては、波形を変化させながら伝播する。iv) 概して、異質部透過後の振幅や波形は入力波とは異なる。
2. 正常部と異質部との境界で発生する反射波の振幅に影響を与える主な因子は、圧力-半径曲線の原点での傾き $a \cdot b$

Fig. 3 Relations between the amplitude of the reflected wave and the parameters (a and b) at $i=200$.

Fig. 4 Relation between the amplitude of the transmitted wave and the parameters (a and b) at $i=400$.

Fig. 5 Propagation of the pressure wave at each time t ($a=0.1$ and $b=7.0$).

である。

3. $a \cdot b = 1$ の条件を満たすとき、圧力波と流速にはともに、反射波がほとんど発生しない。圧力波では、 $a \cdot b > 1$ で正の振幅、 $a \cdot b < 1$ で負の振幅の反射波が発生する。流速においては、 $a \cdot b > 1$ で負の振幅、 $a \cdot b < 1$ で正の振幅の反射波が発生する。
4. 異質部透過後の振幅は、異質部の a と b の値に大きく依存する。特に、血管壁の応力-ひずみ曲線の非線形性を表す b の値によって、振幅の大きさや波形の変化がもたらされる。
5. 血管壁の応力-ひずみ曲線の非線形性を表す b が大きくなると脈波の振幅が大きくなり、波形の立ち上がり傾斜が急峻になる。

5. 参考文献

- (1) Sakanishi, et al, Physics Letters A, No.221(1996), 395.
- (2) 渡辺慎介, ソリトン物理入門, 培風館, (1985).