735 振動特性に基づく構造物の損傷同定手法について

Damage Identification Methods of Structures Based on Vibration Characteristics

○正 福永 久雄 (東北大工)
胡 寧 (東北大工)

正 亀山 正樹 (東北大工)

Hisao FUKUNAGA, Tohoku University, Aramaki-Aza-Aoba 01, Aoba-ku, Sendai

Masaki KAMEYAMA, Tohoku University

Ning HU, Tohoku University

Key Words : Identification, Dynamic Residual Force, Free Vibration, Finite Element Method

1. 緒 言

近年, 航空宇宙構造物や橋梁等の大規模構造物の非破壊損傷評価法として, 振動特性に基づく損傷位置・損傷程度同定の研究が活発に行われている⁽¹⁾. 損傷同定手法としては, 振動計測データのみを用いる方法⁽²⁾と解析モデルと計測データとを比較する方法⁽³⁾がある. 後者において, たとえば固有振動数・固有振動モードを用いる方法では, 実用上の観点から, (1)できるだけ少ないモード次数, (2)できるだけ少ない計測点数で, (3)計測誤差・モデル誤差に強い同定手法を確立することが重要となる.

本研究では, 動的残差力に基づく同定手法について, 積層板およびトラス構造を対象とした数値シミュレーションにより, 計測モード次数・計測点数・計測誤差の影響を調べる.

2. 動的残差力に基づく損傷同定手法

2.1 損傷位置同定 損傷前後の構造物の自由振動の基礎式は, 次式で表される.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12}^T & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \lambda_i \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} + \Delta K_{11} & K_{12} + \Delta K_{12} \\ K_{12}^T + \Delta K_{12}^T & K_{22} + \Delta K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{Bmatrix} = \lambda'_i \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで, $[K]$ は剛性マトリックス, $[M]$ は質量マトリックス, $\{\phi\}_i$ は i 次の固有振動モード, λ_i は i 次の固有値 (固有角振動数 ω_i の2乗) であり, 損傷後の特性を $(\prime)$ で表す. 損傷により剛性マトリックスは変化するが質量マトリックスは変わらないものとする. できるだけ少ない計測点数で損傷同定を行うことを考え, 式(1)(2)の $\{\phi\}_i$ を計測成分 $\{\phi_1\}_i$ と未計測成分 $\{\phi_2\}_i$ に分割する.

残差力ベクトルを次式で定義する.

$$\begin{Bmatrix} \Delta R_1 \\ \Delta R_2 \end{Bmatrix}_i \equiv \begin{bmatrix} \Delta K_{11} & \Delta K_{12} \\ \Delta K_{12}^T & \Delta K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

式(2)より $\{\phi'_2\}_i$ を消去すると, 縮小した残差力ベクトル $\{\Delta Q\}_i$ が得られる.

$$\begin{aligned} \{\Delta Q\}_i &\equiv \{\Delta R_1\}_i - [\lambda'_i M_{12} - K_{12}][\lambda'_i M_{22} - K_{22}]^{-1} \{\Delta R_2\}_i \\ &= \begin{bmatrix} [\lambda'_i M_{11} - K_{11}] - [\lambda'_i M_{12} - K_{12}] \\ [\lambda'_i M_{22} - K_{22}]^{-1} [\lambda'_i M_{12}^T - K_{12}^T] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{Bmatrix}_i \end{aligned} \quad (4)$$

$\{\Delta Q\}_i$ は損傷前の剛性マトリックスと質量マトリックスおよび損傷後の計測可能な λ'_i と $\{\phi'_1\}_i$ で構成され, これらはすべて既知である. $\{\Delta Q\}_i$ は計測自由度と同じ自由度を有するベ

クトルであり, 損傷を示す $\{\Delta R_1\}_i$, $\{\Delta R_2\}_i$ から構成されるベクトルであるため, 損傷位置を示す主要な情報を含むベクトルである. 各モードごとの $\{\Delta Q\}_i$ を次式で基準化する.

$$\{\varepsilon\}_i = \frac{\{\Delta Q\}_i}{\sqrt{\{\Delta Q\}_i^T \{\Delta Q\}_i}} \quad (0 \leq \varepsilon_i \leq 1) \quad (5)$$

ここで, $\{\Delta Q\}_i$ は $\{\Delta Q\}_i$ のすべての成分を絶対値で示したベクトルであり, ε_i はベクトル $\{\varepsilon\}_i$ のそれぞれの成分を表す. $\{\varepsilon\}_i$ のそれぞれの成分についての1次モードから n 次モードまでの平均値をとったベクトルを $\{\varepsilon\}_0$ とする.

$$\{\varepsilon\}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{\varepsilon\}_i \quad (6)$$

この成分が基準値以上である計測点に囲まれた領域に損傷があると判定する.

2.2 損傷位置の絞り込みおよび損傷程度同定 前述の方法により損傷位置が同定できたとき, 続いて損傷程度の同定を行う. i 次モードの誤差ベクトルを次式のように定義する.

$$\{E\}_i = \begin{bmatrix} [\lambda'_i M_{11} - K'_{11}] - [\lambda'_i M_{12} - K'_{12}] \\ [\lambda'_i M_{22} - K'_{22}]^{-1} [\lambda'_i M_{12}^T - K'_{12}^T] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{Bmatrix}_i \quad (7)$$

ここで, $[K'_{rs}]$ は未知であるが, 正解の損傷を表すときに $\{E\}_i$ の大きさが0となる.

決定したい剛性を設計変数として以下の最小化問題を解くことにより, 損傷程度を同定する.

$$\min \sum_{i=1}^n \{E\}_i^T \{E\}_i \quad (8)$$

トラス構造のように設計変数の少ない問題では, 損傷があると判定された各部材のヤング率を設計変数に用いて, 式(8)の最小化問題の解を求める. 一方, 積層板のように設計変数の多い問題では, 直接に式(8)の解を求めることが困難となる. そこで, 最初に, 各要素の6個の曲げ剛性が一様に同じ割合 α で低下するものと仮定して, 式(8)の最小化問題の解を求め, 損傷要素を絞り込む. 次に, この絞り込んだ要素の6個の曲げ剛性を設計変数に用いて最小化問題を解くことにより, 損傷程度を同定する.

最小化計算において, 設計変数の初期値はすべて損傷のない状態の値とし, 非線形計画法には DFP 法 (1 次元探索には黄金分割法)⁽⁴⁾を用いる.

3. 数値計算例

3.1 対称積層板 図1に示す板厚一定の CFRP 片持対称積層板において, 31 番要素の6個の曲げ剛性が一様に 50%

低下したときの例を以下に示す．使用モード次数として1次～3次を用い，損傷要素を判定するための $\{\varepsilon\}_0$ の成分の基準値を0.1とする．また，図2に示すように，80点と24点のたわみ計測に基づいて損傷同定を行う．ここで，計測情報は振動モードのたわみ成分のみとし，たわみ角成分は未計測とする．

図3に，計測誤差が無い場合について，80点・24点計測の損傷位置同定結果を示す．斜線部は損傷要素（31番要素）を表し， $\{\varepsilon\}_0$ の値が基準値0.1以上となる計測点を大きさの異なる■印で表す．4点の■印に囲まれた領域内の要素に損傷があると判定し薄墨領域で示す．計測点数が減少すると，損傷位置同定において損傷があると判定される要素が増加し，80点計測での3要素に対し，24点計測では8要素となっている．

次に，24点計測の場合について，損傷程度の同定を行う．損傷の可能性のある8要素の6個の曲げ剛性が同じ割合 $\alpha_i (i=1,2,\dots,8)$ で低下するものと仮定して式(8)の最小化計算を行った．この結果，損傷要素である31番要素においてのみ50%となり，他の要素においてはすべて0%となった．この結果は正解の損傷と一致しており，損傷位置の絞り込みは正確に行われていることがわかる．次に，損傷要素である31番要素の6個の曲げ剛性を設計変数に用いて，式(8)の最小化計算による同定結果を図4に示す．この図より， D'_{22} および D'_{66} は精度良く同定されているのに対し，他の曲げ剛性の同定精度は良くないことがわかる．これは，1次～3次モード（1,2次は曲げ，3次は捩り）に対して D'_{22} および D'_{66} の感度は良いのに対し，他の曲げ剛性の感度が非常に低いことに起因している．計測モード次数を増やして1次～6次モードを用いれば，図4に示すように6個の曲げ剛性を正確に同定できる．

24点計測の場合について，損傷位置同定に及ぼす計測誤差の影響を図5に示す．計測誤差が小さいときには損傷位置を同定できるが，標準偏差0.5%の誤差がある場合には損傷位置同定が困難となっており，計測誤差の影響を小さくする同定手法を確立することが必要となる．

3.2 トラス構造の数値計算例 省略

4. 結 言

本研究では，積層板およびトラス構造を対象に，動的残差力に基づく損傷同定手法を提案し，計測モード次数・計測点数・計測誤差の影響を検討した．計測誤差の無い理想の場合には，1次～3次程度の少数の計測モード次数と24点程度の計測点数を用いて，積層板の損傷位置・損傷程度の同定が可能であることを示した．さらに，損傷位置同定では計測点数を増やすことにより，また，損傷程度同定では計測モード次数を増やすことによって，より正確な同定が行えることを示した．一方，計測誤差が同定結果に及ぼす影響は非常に大きく，計測誤差やモデル誤差が大きな場合に同定精度を向上させることが今後の検討課題として重要である．

文 献

1. Doebling, S.W. et al., Los Alamos National Lab., LA-13070-MS(1996).
2. Fukunaga, H. and Sekine, H., 22nd ISTS,c-08 (2000).
3. Fukunaga, H., Kameyama, M. and Ogi, Y., Proc. 9th U.S.-Japan Conf. Comp. Mater. (2000), 621-628.
4. Vanderplaats, G.N. and Sugimoto, H., *Comput. Struct.*, 24-1(1986), 13-21.

Fig.1 Finite element model of CFRP plate

Fig.2 Measurement points

Fig.3 Identification result of damage region (50% reduction of D_{ij})

Fig.4 Estimation of damage extent

Fig.5 Identification result of damage region with 0.5% measurement error