P3 擬連続体はりモデルを用いたグリッド構造体の 内部アクチュエーションによる有限変形解析

Finite Deformation Analyses of Grid Structures
by Quasi-continuum Beam Model under Internal Actuation

○ 学 田 中 展 (大阪大・院) 正 渋谷 陽二 (大阪大・工)

Hiro TANAKA, Osaka University, Suita, Osaka

Yoji SHIBUTANI, Osaka University, Suita, Osaka

Key Words : Grid Structure, Quasi-continuum, Beam element, Single Member Actuation

1 緒 言

昨今、自己組織化等を利用した新たな材料創製により、有機ナノグリッドに代表されるような微視的内部構造を有する機能材料が提案されている。このような材料の変形挙動は通常のバルク構造体とは異なり、その変形の大部分は微視的内部構造の非線形挙動に大きく依存すると考えられる。著者らは、そのような材料を分子構造等を反映した微視的部材をもつ骨組構造モデルに近似し、1) 変位は有限であるが部材に生じるひずみは微小、2) 原子や分子構造を反映した非線形構成関係、3) 構造不安定と分岐後の大変形挙動、といった観点を考慮に入れた簡易な擬連続体3次元はり要素モデルを提案した⁽¹⁾。

本研究では、このモデルを用いて、グリッド構造体内部の単一部材に自己平衡引張り力を与えるアクチュエーション (Single Member Actuation⁽²⁾:SMA) による構造解析を行う。SMA解析は、ピエゾ素子アクチュエータや内部熱膨張メカニズム等に関連する変形解析の一つであり、構造寸法の座屈不安定点に及ぼすサイズ依存性について検討する。

2 擬連続体はり要素モデル

本モデルでは、初期状態からの全変位量を変数として定式化する Total-Lagrangian 手法の一つであるオイラー角を用いたはり要素近似の有限変位解析法を用いる⁽³⁾。この手法では、有限回転角を幾何学的考察の容易なオイラー角で記述することで、幾何学的非線形性を考慮することが可能となる。構成関係には、内部変数 $\mathbf{x} = \{x_r, x_\theta, x_\psi\}$ を有する粒子間多体力ポテンシャル場 (2 体間, 3 体間, 4 体間ポテンシャル) を仮定する。そして、線形弾性力学に基づいたはり要素の引張り、曲げ、ねじりの各ひずみエネルギーが微小ひずみの変形下で各ポテンシャルエネルギーと等価であると仮定し、材料構成則を導く⁽¹⁾。これより、最終的に求める接線剛性方程式は以下のようなになる。

$$\Delta \mathbf{F} = \left\{ \frac{\partial \mathbf{T}_0}{\partial \mathbf{d}} \mathbf{K} \mathbf{T}_0^T \mathbf{r} + \mathbf{T}_0 \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{T}_0^T}{\partial \mathbf{d}} \mathbf{r} + \mathbf{T}_0 \mathbf{K} \mathbf{T}_0^T \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{d}} \right\} \Delta \mathbf{d} + \mathbf{T}_0 \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{d}} \mathbf{T}_0^T \mathbf{r} \Delta \mathbf{d} \quad (1)$$

$$= (\bar{\mathbf{K}}_{gn} + \bar{\mathbf{K}}_{mn}) \Delta \mathbf{d} \quad (2)$$

ここで、 $\Delta \mathbf{d}$ はオイラー角表記の変位増分ベクトルを、 $\Delta \mathbf{d}$ は空間固定三軸回り表記の変位増分ベクトルを表す。このとき、 $\bar{\mathbf{K}}_{gn}$ は一般的な幾何学的非線形性に対応した勾配テンソルであり、 $\bar{\mathbf{K}}_{mn}$ は内部変数 $\mathbf{x}$ をもつポテンシャル関数によって決定される材料非線形性項の勾配テンソルである。この得られた接線剛性方程式を弧長増分法を用いて解くことにより、任意の境界条件におけるグリッド構造の有限変形が解析できる。

3 内部アクチュエーションによる数値解析解

グリッド構造の形状は、正方格子、六角格子をはじめ、籠目

格子、菱形格子等の様々な格子パターンが挙げられる (図 1)。ここでは、正方格子、六角格子の二つの基本グリッド構造を対象にする。

Fig.1 Example of grid structure.

3.1 面内変形解析 SMA モデル、および SMA 解析における正方格子、六角格子構造の面内変形過程を図 2 に示す。

Fig.2 Single member actuation model and In-plane deformation process of each grid structure in SMA.

六角格子の場合は作用部材近傍に変形が局所化する (図 2 (a), (b)). 一方、正方格子の場合はアクチュエーションを受ける部材軸延長上に隣接する格子構造体が一様にせん断変形して、構造全体に影響を及ぼしている。さらに変形が進行すると、作用部材軸延長上のはり部材が圧縮座屈を生成する (図 2 (c), (d)).

つぎに連続体モデル (弾性解) と擬連続体モデル (非局所解) における、3 種類の構造サイズによる各グリッド構造体の

Fig.3 Load-displacement curves of each grid size in 2-dimensional SMA analyses. (a) Hexagonal grid, (b) Square grid.

無次元化荷重-変位曲線を図 3 に示す。縦軸の $(f_{total} - f_{SMA})/EA$ はアクチュエーションをしている部材が周囲の格子構造に与える荷重を無次元化したものである。ここで、 f_{SMA} は SMA を受けている部材に実質負荷している引張り荷重を表している。この荷重-変位曲線から、内部アクチュエーションに対する周囲構造の変形抵抗が求まる。図 3(a) より、六角格子の場合は変形が作用部材近傍に局在化するため、各サイズによる初期応答は弾性解、非局所解とも一致する。正方格子の場合は、局所変形場が全体の構造形状に影響を及ぼすため、図 3(b) のように初期剛性が構造サイズによって異なる。

より大きなサイズを持つモデルの解析結果を追加して、弾性解と非局所解の関係を整理したものが図 4 である。図中の下向きの矢印は座屈点を表す。

Fig4. Size dependence observed in load-displacement curves of square grid structure.

11×10 ユニット以上の各構造体の弾性解における座屈後の荷重-変位曲線は一致する。この荷重-変位曲線を座屈後曲線と呼ぶ。23×21 ユニットの正方格子構造の座屈後変形形状 (図 5) を詳細に見れば、座屈後の変形が 9×8 ユニット範囲に局在化していることがわかる。このことから、各構造サイズの座屈後曲線が一致するものと思われる。この座屈後曲線を基準にして、これに達すると座屈が起こるとみなせば、構造体の初期

Fig.5 Localized deformation shape of square grid structure (23×21 Units 6 elements) and magnified figure.

剛性が大きくなるほど座屈点が小さくなることがわかる。非局所解の場合、サイズの大きい構造体は座屈点に達するまでの変形量が小さく、非局所効果は微小である。一方、サイズの小さい構造体は変形量が大きくなっても座屈点に達することなく、非局所効果の影響を大きく受ける。これらの理由から、系のサイズを大きくすれば非局所解の座屈点が弾性解の座屈点に漸近することが説明できる。

3.1 面外変形解析 本節では、SMA による面外座屈挙動を調べる。2 次元モデルと同様に自由境界における SMA 解析による各格子構造の面外座屈後の変形形状を図 6 に示す。

Fig.6 Out-plane deformation of grid structure in 3-dimensional SMA analyses. (a) Hexagonal grid, (b) Square grid.

図 6 より、二つの格子構造体は巨視的な全体座屈を及ぼしていることがわかる。六角格子の場合は錐体状の立体構造を形成し、正方格子構造の場合はその形状を一様に形成する。

次に、この面外座屈における各格子構造体の無次元化変位-荷重曲線を図 7 に示す。ここでの u_x は図 6 で示した板端の中心節点の x 方向変位 (面外変位) を表す。図 7 から分かるように、構造全体に及ぼす巨視的な変形モードでは微視的な要素の変形量に大きく依存する非局所効果は顕著に表れず、弾性解と非局所解における座屈点の大きな違いはみられない。また、正方格子構造では、SMA による面外座屈は面内圧縮座屈よりも優先的に生成されることがわかる。

Fig.7 Load-displacement curves of grid structure in 3-dimensional SMA analyses. (a) Hexagon, (b) Square.

参考文献

- (1) 田中展, 渋谷陽二, 第 18 回計算力学講演論文集 (2005), 361-362.
- (2) N.Wicks, S.D.Guest, Int. J. Sol. Struct., Vol.41 (2004), 965-978.
- (3) 後藤文彦, 小林裕, 構造工学論文集, Vol.43A (1997), 333-338.