Fourier 解析を用いた有限長試験片 SHPB 法[†]

庄山直芳^{*} 塩谷義^{**}

Split Hopkinson Pressure Bar Method with Finite-Length Specimen Utilizing Fourier Analysis

by

Tadayoshi SHOYAMA^{*} and Tadashi SHIOYA^{**}

Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) is known as a simple method to investigate the deformation of materials at high strain rate. To heat the specimen upto the melting point of the material of elastic bars, the specimen must have a finite length. In such case, the result is inaccurate because of the assumption of existing evaluation method that the specimen has infinitely short length. This paper introduces a new evaluation method utilizing Fourier analysis which enables accurate investigation of viscoelasticity of materials considering the stress and the temperature distribution in a long specimen. By the use of this method, The attenuation of silicon nitride, at high temperature from 900°C to 1320°C and at high strain rate in frequency around 4kHz, was obtained.

Key words : SHPB, Hopkinson bar, Viscoelasticity, Fourier analysis, FFT, Silicon nitride

1 緒 言

窒化珪素 (Si_3N_4) は難焼結性物質のため、焼結時に助剤が添加されている。助剤は焼結後も粒界に残留し、1000°C以上の高温における軟化やクリープ強度低下など、機械的特性を低下させる。粒界にはアモルファス相と結晶相が存在し、より耐熱性の高い結晶相が成長しやすい助剤の開発により、1500°C以上まで強度を維持する窒化珪素も得られている¹⁾ように、焼結窒化珪素の実用温度上限は粒界の粘弾性挙動に支配されている。

倒立振り振り子試験機を用いた過去の研究²⁾では、線形粘弾性モデルを用いて、実験結果とほぼ一致する内部摩擦を予測できる線形の構成方程式を定式化した。しかし、倒立振り振り子試験機により達成できる変形速度域が周波数にして数 Hz 前後と狭いため、内部摩擦の極大値を取る温度差が10°C前後と小さくなり、減衰要素の活性化エネルギーの精度に問題があった。そこで本研究では、数 kHz までの幅広い速度変形域に渡る線形粘弾性を確認し、そのモデルを構築するため、Fourier 解析を用いた新たな SHPB 実験データ評価手法を開発し、窒化珪素の高温高速変形時の粘弾性挙動を調べた。

2 試 験 片

試験片は日本ガイシ(株)製の焼結窒化珪素で、焼結助剤には MgO と CeO_2 が用いられている。組成と機械的特性を Table I に示す。機械的特性値は、室温における SHPB 実験で得られた音速の結果、およびカタログ値から求めた。形状は Fig. 1 に示すとおり断面が正方形の角柱で、全ての辺に面取り加工が施されている。正方形断

Table I. Chemical composition [wt%] and mechanical propaties of the specimen at R. T.

Al	Fe	Ca	Mg	Sr	Ce	O
0.024	0.006	0.010	2.16	0.60	3.78	5.69

Density	ρ	3.27	[10^3kg/m^3]
Young's modulus	E_{RT}	257	[GPa]
Shear modulus	G_{RT}	101	[GPa]
Poisson's ratio (*)	ν	0.27	

(*) Catalog spec

Fig. 1. Dimensions of the specimen [mm].

面の辺と平行に x , y 軸, 長さ方向に z 軸を取る。振り振り子と SHPB を通して同一の組成, 形状, ロットの試験片を用いた。

3 実 験 装 置

実験装置の概念図を Fig. 3 に示す。打撃棒, 入力棒, 出力棒はいずれも直径 10mm の中実丸棒で, 入出力棒の間に試験片が挟まれている。材料は 200 [MPa] 以上の高応力でも降伏しないよう, マルエージング鋼 (大同特殊鋼 MAS1C, ヤング率 $E_m = 182$ [GPa], 密度 $\rho_m = 8020$ [kg/m^3]) を用いた。試験片と入出力棒の断面形状

[†] 原稿受理 平成 17 年 3 月 25 日 Received Mar. 25, 2005

^{*} 東京大学大学院 (現在 楠アイ・エイチ・アイ・エアロスペース) 〒113-8656 東京都文京区本郷, Graduate Student, The Univ. of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656

^{**} 正 会 員 東京大学大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻 〒113-8656 東京都文京区本郷, Dept. of Aeronautics and Astronautics, The Univ. of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656

が異なるが、それぞれの中心を合わせるように接触させた。試験片の周囲に設置した反射式赤外線電気炉で試験片中央部の幅約 40mm の領域を高温にする。通常の SHPB で用いられる試験片は数 mm 程度と短い、それでは金属製の入出力棒まで炉の中に入ってしまう、1000℃以上の高温実験に適さない。加熱領域の狭い炉の使用も考えられるが、金属と接している試験片だけをピンポイントに 1000℃以上まで加熱する事は非常に難しい。その為、130mm という長い試験片を用いてその一部を加熱する方法を採っている。入出力棒に貼られた歪ゲージにより、通過する歪波を計測し、 10^7 [Hz] のサンプリング周期で高速メモリに記録する。圧縮空気では $V = 10$ [m/s] に加速した打撃棒を入力棒に衝突させ、入力棒の手前にある 2 対の赤外線 LED モジュールを打撃棒が遮るタイミングで V を計測すると同時に高速メモリの記録開始トリガーとする。各歪ゲージの試験片からの距離は、入力棒については入射波 ε_i と反射波 ε_r が重ならないように打撃棒長さ以上とし、出力棒については透過波 ε_t が他端で反射して ε_t 自身と重ならない限りにおいて、境界面の 3 次元変形の影響³⁾をなるべく少なくするように試験片から 80[mm]の距離を設定した。

Fig. 2 に、長さ $l_{\text{str}} = 197$ [mm] の打撃棒を用い、室温で実施した実験結果の一例を示す。入力波と透過波の部分を実験データから抽出したものである。マルエージング鋼の音速を $c_m = \sqrt{E_m/\rho_m}$ とすると、入射波は時間幅が $2l_{\text{str}}/c_m = 83$ [μs] のほぼ矩形波であるが、試験片の中を応力波が何度か往復するため、出力棒では階段状に変化する歪が観測される。

Fig. 2. Typical strain obtained by the experiment.

Fig. 3. Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB).

4 解析・評価手法

通常の SHPB 法では、試験片の長さ l が十分短いとする仮定の元、

$$\bar{\varepsilon} = \frac{c_m}{l} \int_0^l (\varepsilon_i - \varepsilon_r - \varepsilon_o) dt \quad (1)$$

を試験片の平均歪と見なしているため、今回の実験のように試験片が長い場合には、試験片内部で起こる波の反射や温度分布を考慮できない。そこで Fourier 変換を用いた別の評価法を開発した。Fourier 変換を SHPB の粘弾性入出力棒に応用した例⁴⁾はあるが、ここでは入出力棒は弾性とし、試験片を伝わる歪波の減衰を評価する手段として Fourier 変換を用いた。試験片の一様圧縮という従来の評価法の考え方と違い、この評価法は、試験片内における応力波の減衰伝播という視点に立っている。また、線形粘弾性体における構成方程式と運動方程式の線形性、つまり解の重ね合わせの原理を利用している。よって、セラミックスなど線形粘弾性を仮定できる材料において適用できる。

4・1 歪波の周波数成分

入力波 ε_i 、反射波 ε_r 、出力波 ε_o を抽出し、前後に延長して周期 $2T$ の波と考えると、正弦波の線型和に分解できる。

$$\varepsilon(t) = \int_{-\Omega}^{+\Omega} \varepsilon^*(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (2)$$

$$\text{with } \varepsilon^*(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^{+T} \varepsilon(t) e^{i\omega t} dt \quad (3)$$

Fourier 変換した量を右上に * を付して表す。 Ω はサンプリング周期 Δt の時に得られる最大の周波数であり、 $\Omega \Delta t = \pi$ の不確定性関係がある。実験データは離散データであるから、データ数が 2 の累乗になるように前後に 0 データで延長し、FFT を行った。

Fig. 2 の実験結果を Fourier 変換した ε_i^* 、 ε_o^* の絶対値を Fig. 4 に示す。矩形波は理論的に $c_m/2l_{\text{str}} = 12.1$ [kHz] の整数倍の周波数成分を持たず、それ以外の高周波成分についても、その振幅が周波数に逆比例した形で小さくなる。Fig. 4 を見ると、 $c_m/2l_{\text{str}}$ の 8 割以上の周波数成分の振幅は、それ以下の周波数成分の振幅と比べて小さく、歪の S/N 比が低下する。逆に低周波側では、計測する減衰量そのものが小さくなってしまふ。本実験では入射波の周波数成分の影響を見るため、2, 4, 6,

Fig. 4. Fourier transformed strain.

8 [kHz]を解析対象とした。なお、4 [kHz]の場合、入力矩形波の幅の約3倍の周期を持った正弦波に相当する。

4・2 粘弾性体を伝わる歪波

線型粘弾性体の構成方程式と、1次元運動方程式を Fourier 変換すると、周波数領域の各式が得られる。

$$\sigma^* = E^* \varepsilon^* \quad (4)$$

$$\frac{d\sigma^*}{dz} = -\rho\omega^2 u^* \quad (5)$$

E^* は複素弾性定数、 ρ は密度、 u は変位、 z は位置を表す。 E^* は材料やその粘弾性モデルによって決定される。応力と歪との位相差を δ とすると、内部摩擦 $\tan\delta$ は、式 (4) から明らかに、

$$\tan\delta = \frac{\text{Im } E^*}{\text{Re } E^*} \quad (6)$$

と表される。 E^* が一定と見做せる程の短い領域に試験片や弾性棒を分けて考え、式 (5) を連立すると、

$$\frac{d^2\varepsilon^*}{dz^2} = -\frac{\rho\omega^2}{E^*} \varepsilon^* \quad (7)$$

この解のうち、 z の正方向へ伝わる波を採る。

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0^* e^{-i\xi z}$$

$$\text{where } \xi \equiv \omega \sqrt{\frac{\rho}{E^*}} \quad (\text{Re}[\xi] > 0) \quad (8)$$

ε_0^* は $z=0$ の点で観測された ε^* である。入力棒歪ゲージの位置を $z=0$ とすれば、 $\varepsilon_0^* = \varepsilon_i^*$ となる。式 (8) は、ある地点で ε_0^* と観測された歪波が、 ξ で表される線型粘弾性体を微小距離 z だけ伝播した先で観測される ε^* を表している。微小区間の伝播を掛け合わせていけば試験片の温度分布を考慮した解析が可能になる (Fig. 5)。

また、材質や断面積 A の異なる境界面では、応力波の反射と透過が起きる。つまり材料1から材料2へ応力波

Fig. 5. Integration considering the temperature distribution.

σ_i が入射し、反射波 σ_r と透過波 σ_t が生じる。それぞれの入力波に対する割合は、

$$R_{12} \equiv \frac{\sigma_r}{\sigma_i} = \frac{\rho_2 c_2 A_2 - \rho_1 c_1 A_1}{\rho_2 c_2 A_2 + \rho_1 c_1 A_1} \quad (9)$$

$$T_{12} \equiv \frac{\sigma_t}{\sigma_i} = \frac{2\rho_2 c_2 A_2}{\rho_2 c_2 A_2 + \rho_1 c_1 A_1} \quad (10)$$

となる。⁵⁾ 入力棒/試験片、試験片/出力棒の界面において、これらの率を ε^* にかけ、試験片内の往復した波を足し合わせる。なお、加熱による音速の変化により、試験片内でも段階的な波の反射や透過が起こっていると考えられるが、本研究では考慮していない。しかし、加熱によって試験片内に生じる反射率は、倒立振り振り子試験機の実験結果から 1300 度においても高々 4% と見積もられるため、十分妥当と考えられる。

粘弾性モデルより E^* を仮定すれば、以上の方法で ε_i^* から ε_o^* が求まる。

$$\varepsilon_o^* = \varepsilon_i^* \cdot T_{sm} T_{ms} e^{-i\xi_m l_m} \sum_{k=0}^N R_{sm}^{2k} \exp\left(-2i \int_0^{kl_s} \xi_s dz\right) \quad (11)$$

ただし s, m はそれぞれ窒化珪素、マルエージング銅を指し、歪ゲージ間のマルエージング銅が占める長さ $l_m = 350 + 80$ [mm]、試験片長さ $l_s = 130$ [mm]、 k は波の往復回数で、 N は反射が十分小さくなるまでの回数である。 $R_{sm} = 0.73$ である本実験装置の場合、 $N = 10$ 往復までの波を足し合わせると $R_{sm}^{2N} = 0.0020$ となり十分である。試験片を弾性と仮定したときの ε_o を ε_{ela} とすると、式 (11) より

$$\varepsilon_{cla}^* = \varepsilon_i^* \cdot T_{sm} T_{ms} e^{-i\xi_m l_m} \cdot \sum_{k=0}^N R_{sm}^{2k} e^{-2i\xi_s k l_s} \quad (12)$$

と簡単になる。必要な場合、 ε_o^* を逆 Fourier 変換すれば、出力棒の歪時間履歴も求まる。

窒化珪素の粘性はほとんど無いと考えられる室温で行った予備実験の結果 ε_i^* 、 ε_o^* と、計算した ε_{cla}^* をそれぞれ逆 Fourier 変換して比較したのが Fig. 6 である。試験片内の反射により階段状に応力が変化する様子など、細部まで一致している。 ε_o に高周波の成分が乗っているのは、境界面の影響と思われるが、本研究が対象とする周波数帯に対する影響は無視できる。

4・3 減衰の評価

実験の一例として、1200℃に試験片を加熱した時の、

Fig. 6. Inverse Fourier transformed strain histories. (RT)

Fig. 7. Fourier transformed strain histories. (1200°C)

周波数ごとに見た $|\epsilon^*|$ の変化を Fig. 7 に示す. 弾性を仮定した計算値 ϵ_{ela}^* が ϵ_i^* と比べて減衰しているように見えるが, これは試験片内を反射して重なる波どうしの位相が一致せずに打ち消し合うためで, 減衰ではない. ϵ_{ela}^* と ϵ_o^* との違いが減衰である. そこで減衰の指標として, 擬似的な内部摩擦 $\tan \tilde{\delta}$ を定義する.

$$\tan \tilde{\delta} = \frac{2c_s}{\omega_{\text{hot}}} \ln \left| \frac{\epsilon_{\text{ela}}^*}{\epsilon_o^*} \right| \quad (13)$$

c_s は試験片材料の音速, l_{hot} は試験片の高温にした部分の長さ, ϵ_{ela}^* は試験片を弾性と仮定して計算した出力棒の歪で, 界面での透過率や, 往復した波同士の干渉の影響を除いた減衰の評価が可能である. 対数を取っているため, 二つの歪ゲージの感度のズレなど, 実験を通して定数倍で影響する要因があると, $\tan \tilde{\delta}$ は一様に増減する. そのため弾性体だったとしても実験値は 0 にならない. よって, 弾性と思わせる温度での値を全体から引き, 基準化する. 試験片が長い場合, 歪波が試験片内部を往復し複数回減衰の影響を受けるため, $\tan \tilde{\delta}$ は実際の $\tan \delta$ より大きめの値になる. そのため「擬似的」としているが, 増減は一致するので, 今回のように減衰がピークを持つ温度 T_p や増減の傾向を調べる事が主目的である場合, この評価基準でも十分と思われる.

5 実験結果

900°C から 1320°C まで温度を変化させ, kHz オーダーの高速変形における試験片の減衰特性を調べた. 同一条件で 4 回実験を行い, その平均と標準偏差を求めた. Fig. 8 に 4 [kHz] 成分, Fig. 9 に 8 [kHz] 成分の $\tan \tilde{\delta}$ の温度変化を示す. この周波数帯では 900°C 以下では室温

Fig. 8. Attenuation of the 4kHz component.

Fig. 9. Attenuation of the 8kHz component.

と変わらない弾性的な挙動を示したため, 900°C の $\tan \tilde{\delta}$ を基準とした. 誤差棒は実験データのばらつき $\pm \sigma/3$ を表す. $T_p = 1020^\circ\text{C}$ 付近にピークが見られ, 1200°C から再び増加している様子が分かる. 他の周波数成分の結果についても減衰の増減は同様で, 8 [kHz] の場合では $T_p = 1040^\circ\text{C}$ 付近にピークが見られたが, 入力波に含まれる 8 [kHz] 成分が少ないため, ばらつきが大きくなっている.

6 粘弾性モデルとの比較

窒化珪素の高温力学特性をモデル化する. ここでは粒界のアモルファス相 (a) と, その一部が結晶化した結晶相 (c) の二つの相が, それぞれ独立に減衰要素とバネ要素を持ち, 並列に繋がっている 4 要素線形粘弾性モデル (Fig. 10) を考える. 結晶粒は剛体と見なす. バネ定数 K は温度に依らないが, 粘性係数 η は Arrhenius 型

$$\eta = \eta_0 \exp \left(\frac{Q}{RT} \right) \quad (14)$$

に従って温度依存性を持つと仮定する. η_0 : 定数, Q : 活性化エネルギー, R : 気体定数, T : 絶対温度. このモデルの定数は, 倒立振り振り子試験機を用いた測定方法²⁾により決定した値 (Table II) を用いた. 一般的にバネ要素の定数も温度に依存するが, 過去の研究²⁾でも温度依

Fig. 10. 4-element model.

Table II. Determined constants of the model.

K_a	10.6	[GPa]
K_c	90.6	[GPa]
η_{0a}	5.2×10^{-18}	[Pa·s]
η_{0c}	1.7×10^8	[Pa·s]
Q_a	567	[kJ/mol]
Q_c	102	[kJ/mol]

存性を考慮しない粘弾性モデルとよく一致する実験結果が得られていることから、バネ要素の温度依存性は考慮しない。ただし、モデル全体のバネ定数は減衰要素の温度依存性に伴って変化する。

炉内にある試験片の中央部 50 [mm] の領域が設定温度になっているという矩形温度分布を線形粘弾性モデルに適用した計算結果と、SHPB 実験結果を比較したものを Fig. 11 ~ 14 に示す。6, 8 [kHz] では入射波に含まれる

Fig. 11. Comparison of 4-element model with the experimental result at 2 [kHz].

Fig. 12. Comparison of 4-element model with the experimental result at 4 [kHz].

Fig. 13. Comparison of 4-element model with the experimental result at 6 [kHz].

Fig. 14. Comparison of 4-element model with the experimental result at 8 [kHz].

成分の少なさによって値のばらつきが見られるが、いずれの周波数においても 1000°C 前後から増加する挙動はほぼ一致している。1200°C 以上の減衰挙動がモデルと異なっているが、これは 1200°C 以上での窒化珪素の粘性機構が、線形粘弾性モデルおよび Arrhenius 型では表されない挙動を取るためと考えられる。

7 結 言

試験片を高温にするために 130 [mm] という長い窒化珪素試験片と SHPB を用いて、900°C から 1320°C までの高温高速変形実験を行った。従来の SHPB 評価法では試験片の長さや温度分布を考慮することができないが、それらが可能な Fourier 変換を用いた新たな評価手法を提案した。

その評価手法を用いて解析を行った結果、高温環境における kHz オーダーの高速変形時の減衰挙動が明らかになった。ただし入力波の波形に含まれる周波数成分が少ない場合、データの測定精度が悪くなることが分かった。打撃棒の長さや、試験片と入出力棒の断面積比を調整すれば、測定精度の高い周波数帯を調整することも可能と思われる。

本実験にて窒化珪素の高温高速変形挙動が明らかになったので、倒立振り振り子試験機を用いた低速変形時の粘弾性実験データと合わせ、線形粘弾性モデルの精度向上と物理的意味について、今後発表していく予定である。

参 考 文 献

- 1) 廣崎尚登, 日本ガスタービン学会誌, **29**, 203 (2001).
- 2) 塩谷 義, 遠藤元志郎, 袁建明, 日本航空宇宙学会誌, **46**, 363 (1998).
- 3) L. D. Bertholf, Trans. ASME, J. Appl. Mech., **41**, 137 (1974).
- 4) 曾我部雄次, 横山哲也, 中野元博, 岸田敬三, 日本機械学会論文集, A-62, 206 (1996).
- 5) 岸田敬三, “固体の動力学”, 第 4 章 (1993) 培風館.