木材細胞壁の微細構造を考慮した圧電気出力特性†

中井 毅 尚* 山本 浩之**

Properties of Piezoelectric Voltage Considering Microscopic Structure of Wood Cell Walls

by

Takahisa NAKAI* and Hiroyuki YAMAMOTO**

Elastic calculations were performed for analyzing the elastic strain field in a cell wall and the cellulose microfibril (CMF) when the wood specimen having an inclined grain is subjected to a uniaxial load. Shear strain and shear stress generated in a cell wall and the CMF were finally predicted. In the present case, it is hypothesized that elastic constants E_1 , E_2 , G_{12} , and ν_{21} in Eqs. (6) can be calculated from the simple mixture rule. If we consider that shear strain γ_{12} in Eq. (10) and γ'_{12} in Eq. (15) cause the generation of piezoelectric voltage in the CMF, measured piezoelectric voltage must be proportional to the superposition of those shear strains over all tracheid in the wood specimen. Assuming that a wood specimen could be represented by the multi-tracheid model as shown in Fig. 7, we derived the formulas (23) to (26) which should be proportional to piezoelectric voltage generated in the wood specimen having an inclined grain. Based on those ideas, we could explain the experimental result that a plot of the piezoelectric voltage versus the grain angle of the wood specimen gave a convex curve with a peak at 45 degrees.

Key words : Cellulose microfibril angle, Uniaxial load, Shear strain, Shear stress, Piezoelectric voltage

1 緒 言

圧電効果 (Piezoelectric effect) とは、圧電体に応力を加えた場合に、プラスイオンとマイナスイオンの中心が平衡位置から移動し、それに伴って電界が発生すること (正効果)、あるいは、電界を印加した場合に、伸び縮みの変形やすべり (せん断) 変形が発生すること (逆効果) をいう。

木材の圧電効果は、1946 年に Shubnikov¹⁾によって最初に発見され、木材の主要構成成分の一つである天然セルロース結晶に起因して発生することが知られている。また、木材の圧電効果には、せん断応力が大きく寄与していることが、Bazhenov ら²⁾Fukada³⁾平井ら⁴⁾により報告されている。

一方、周知の通り木材は、同一方向に配向する多数の繊維細胞からなっており、それゆえ繊維軸、半径軸、接線軸の 3 軸を有する直交異方性体とみなせる。さらに細胞壁のレベルでは、セルロースマイクロフィブリル (以後、CMF) は、繊維軸に対してある角度 ψ (マイクロフィブリル傾角、以後 MFA) を有して配置されている。

本研究では、繊維傾斜試験体に一軸負荷を与えたときに、細胞壁あるいは CMF に生じるであろう弾性ひずみを計算するための弾性基礎式の誘導を行い、これよりせん断ひずみ、およびせん断応力を求め、これと圧電気出力との関係を調べた。

2 理 論

2・1 LR 座標系における応力・ひずみ関係

木材の力学挙動は、以下の構成式

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_{LR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{LR}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_{LR} \end{bmatrix} \quad (1)$$

で表される。また、Betti の定理 (相反定理) より、

Fig. 1 Typical elements of the cell wall layer showing the reference frames parallel and perpendicular to the microfibril direction (axes 1 and 2) and parallel and perpendicular to the fiber direction (axes L and R).

Legend: θ is the angle between the axial and fiber directions of the wood specimen, and ψ is the microfibril angle.

† 原稿受理 平成 17 年 7 月 11 日 Received July 11, 2005

* 正 会 員 島根大学総合理工学部材料プロセス工学科 〒690-8504 松江市西川津町, Dept. of Natural Res. Proc. Eng., Shimane Univ., Nishikawatsu-cho, Matsue, 690-8504

** 正 会 員 名古屋大学大学院生命農学研究科 〒464-8601 名古屋市中千種区不老町, School of Bio-Agriculture, Nagoya Univ., Chikusa-ku, Nagoya, 464-8601

$$\frac{\nu_{LR}}{E_L} = \frac{\nu_{RL}}{E_R} \quad (2)$$

とおける．ここで，座標系の変換 O-LR 系 $\Leftrightarrow$ O-XY 系 (Fig. 1, Fig. 2) に伴う応力成分の変換公式を次式

$$\begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_{XY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 2lm \\ m^2 & l^2 & -2lm \\ -lm & lm & l^2 - m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_{LR} \end{bmatrix} \quad (3)$$

あるいは，次式

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_{LR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & -2lm \\ m^2 & l^2 & 2lm \\ lm & -lm & l^2 - m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_{XY} \end{bmatrix} \quad (4)$$

で与えておく．ここで， $l = \cos\theta$ ， $m = \sin\theta$ ， θ ：繊維傾斜角，である．この場合，境界条件は以下の2条件，すなわち，

1. 外力負荷の条件（あるいは表面力の条件）は一軸負荷， σ_x のみでない， $\therefore \sigma_y = 0$ ， $\sigma_{xy} = 0$ ，
2. 試験体のねじりは生じないものとする， $\therefore \varepsilon_{xy} = 0$ とする．式 (1)へ式 (3)を代入し， $\{\varepsilon_L, \varepsilon_R, \varepsilon_{LR}\}^T$ を $\{\sigma_X, 0, 0\}^T$ で表わすと，次式

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_{LR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{LR}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & -2lm \\ m^2 & l^2 & 2lm \\ lm & -lm & l^2 - m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_X \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(\frac{l^2}{E_L} - \frac{\nu_{RL}}{E_R} m^2 \right) \sigma_X \\ -\left(\frac{\nu_{RL}}{E_R} l^2 + \frac{m^2}{E_R} \right) \sigma_X \\ \frac{lm}{2G_{LR}} \sigma_X \end{bmatrix} \quad (5)$$

を得る．

2・2 細胞壁レベルでの解析

解析を簡単にするために，二次壁の約8割を占めている S2 層のみに着目して，以下の解析を進める．すなわち，木材は単一細胞壁 (Single cell wall, Fig. 3) の集合体であるものと仮定する．

木材試験片の被るひずみ場が，式 (5)で表現されうる

Fig. 2 Conversion of the coordinate system.

Note: In the wood specimen, strain ε_L is generated in direction L, and strain ε_R is generated in direction R, and the shear strain, γ , equals $2 \times \varepsilon_{LR}$.

Fig. 3 Model of a single cell wall of a tracheid.

Note: This model was assumed to show the same strain behavior as the macroscopic wood specimen.

として，その様なひずみ場に置かれたとき，Single cell wall の CMF は，どのような変形状態に置かれるかを，以下に求める．座標系 O-1, 2 による Front single cell wall の応力・ひずみ関係は，次式，

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (6)$$

とかける．ここで，Single cell wall では，CMF は軸方向を第1軸の方向に揃えて均一に分散しているとする（マトリックスは等方的である）．

一方， $\{\varepsilon_L, \varepsilon_R, \varepsilon_{LR}\}^T$ と $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_{12}\}^T$ との関係は，次式，

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_{LR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^2 & \beta^2 & 2\alpha\beta \\ \beta^2 & \alpha^2 & -2\alpha\beta \\ -\alpha\beta & \alpha\beta & \alpha^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (7)$$

で与えられる．ただし， $\alpha = \cos\psi$ ， $\beta = \sin\psi$ ， ψ ：Front single cell wall のマイクロフィブリル傾角である．さらに，式 (7)は次式，

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^2 & \beta^2 & -2\alpha\beta \\ \beta^2 & \alpha^2 & 2\alpha\beta \\ \alpha\beta & -\alpha\beta & \alpha^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_{LR} \end{bmatrix} \quad (8)$$

と書き直せる．式 (8)と式 (5)から，次式，

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \sigma_X \begin{bmatrix} \alpha^2 & \beta^2 & -2\alpha\beta \\ \beta^2 & \alpha^2 & 2\alpha\beta \\ \alpha\beta & -\alpha\beta & \alpha^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{l^2}{E_L} - \frac{\nu_{RL}}{E_R} m^2 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_L} l^2 + \frac{m^2}{E_R} \\ \frac{lm}{2G_{LR}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

がえられる．これより，Front single cell wall の CMF が被むるであろうせん断ひずみ $\gamma_{12} (= 2\varepsilon_{12})$ は，次式，

$$\gamma_{12} = 2 \times \left\{ \alpha\beta \left(\frac{l^2}{E_L} - \frac{\nu_{RL}}{E_R} m^2 \right) + \alpha\beta \left(\frac{\nu_{LR}}{E_L} l^2 - \frac{m^2}{E_R} \right) + (\alpha^2 - \beta^2) \frac{lm}{2G_{LR}} \right\} \sigma_X \quad (10)$$

となる．ただし， $\alpha = \cos\psi$ ， $\beta = \sin\psi$ ， $l = \cos\theta$ ， $m =$

$\sin\theta$, ψ : Front single cell wall の MFA, θ : 荷重方向に対する木材試験片の繊維傾斜角, σ_x : 試験片に加えられた軸方向応力である. この場合, 式 (10) より, せん断応力 τ_{12} は, 次式,

$$\tau_{12} = G_{12}\gamma_{12} \quad (11)$$

で計算できる.

次いで, Back single cell wall の解析を以下に進める. 座標系 O-1'2' による Back single cell wall (Fig. 4) の応力・ひずみ関係は, 式 (6) と同様, 以下のように表される.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \\ \sigma'_{12} \end{bmatrix} \quad (12)$$

また, 式 (7) および式 (8) 同様に, $\{\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \varepsilon'_{12}\}^T$ と $\{\varepsilon_L, \varepsilon_R, \varepsilon_{LR}\}^T$ との関係は, 以下で表される.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^2 & \beta^2 & 2\alpha\beta \\ \beta^2 & \alpha^2 & -2\alpha\beta \\ -\alpha\beta & \alpha\beta & \alpha^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_{LR} \end{bmatrix} \quad (13)$$

上式と式 (5) より, 次式,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_{12} \end{bmatrix} = \sigma_x \begin{bmatrix} \alpha^2 & \beta^2 & 2\alpha\beta \\ \beta^2 & \alpha^2 & -2\alpha\beta \\ -\alpha\beta & \alpha\beta & \alpha^2 - \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{l^2}{E_L} - \frac{\nu_{RL}}{E_R} m^2 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_R} l^2 + \frac{m^2}{E_R} \\ \frac{lm}{2G_{LR}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

がえられる. これより, Back single cell wall の CMF が被むるであろうせん断ひずみ $\gamma'_{12} (= 2\varepsilon'_{12})$ は, 次式,

$$\gamma'_{12} = 2 \times \left\{ -\alpha\beta \left(\frac{l^2}{E_L} - \frac{\nu_{RL}}{E_R} m^2 \right) - \alpha\beta \left(\frac{\nu_{LR}}{E_L} l^2 - \frac{m^2}{E_R} \right) + (\alpha^2 - \beta^2) \frac{lm}{2G_{LR}} \right\} \sigma_x \quad (15)$$

となる. また, せん断応力 τ'_{12} は, 次式,

$$\tau'_{12} = G_{12}\gamma'_{12} \quad (16)$$

で与えられる.

2・3 材料定数の設定

弾性係数 E_1 , E_2 , G_{12} , ν_{21} については, 単純複合則が適用できるものとして, 次式,

$$E_1 = aE_{\text{cry}} + (1-a)E_{\text{matr}} \quad (17)$$

$$E_2 = \frac{1}{\frac{a}{E_{\text{ort}}} + \frac{1-a}{E_{\text{matr}}}} \quad (18)$$

$$G_{12} = \frac{1}{\frac{a}{G_{\text{long}}} + \frac{1-a}{G_{\text{matr}}}} \quad (19)$$

$$\nu_{21} = a\nu_{\text{long}} + (1-a)\nu_{\text{matr}} \quad (20)$$

が成り立つとする. ここで, a は single cell wall の結晶化度 (≈ 0.4), 残り $1-a$ はマトリックス (非晶多糖とリグニン) とし, また, 両者 (セルロース結晶とマトリックス) の質量密度は同じとする. E_{cry} はセルロース結晶の縦ヤング率 (134GPa^5), E_{matr} はマトリックスのヤング率 (4GPa^6), E_{ort} はセルロース結晶の横方向ヤング率 (25GPa^5), G_{long} はセルロース結晶の縦断面のせん断弾

Fig. 4 Schematic representation of the back of a single cell wall of a tracheid.

性係数 ($=4\text{GPa}^5$), そして G_{matr} はマトリックスのせん断弾性係数であり, 次式で与えられる.

$$G_{\text{matr}} = \frac{E_{\text{matr}}}{2 \cdot (1+\nu)} = 1.54\text{GPa} \quad (\nu = 0.3) \quad (21)$$

ν_{long} はセルロース結晶の縦断面ポアソン比 (0.1^5) (第1軸へ力を作用したときの伸びに対する横方向のやせの割合 ($\times -1$)) とする. 従って, これらの材料定数を, 式 (17) ~ 式 (20) へ代入して, E_1 , E_2 , G_{12} および ν_{21} を計算すると, $E_1: 56\text{GPa}$, $E_2: 6.02\text{GPa}$, $G_{12}: 2.04\text{GPa}$, $\nu_{21}: 0.22$ がえられる.

3 実 験

供試樹種にはヒノキ (*Chamaecyparis obtusa* Endl.) を用いた. 平均気乾比重: 0.48 ± 0.02 , 平均年輪幅: 1.5mm , 平均晩材率: 23.8% , 試験時平均含水率: $11.0 \pm 0.1\%$, ミクロフィブリル傾角: $9^\circ \sim 21^\circ$, 相対結晶化度: 54% (平均値), であった. なお, ミクロフィブリル傾角は X 線回折法 (Cave 法) で, 結晶化度は, 粉末 (木片) を用いて X 線回折プロファイルから重量法によって求めた. また, 材料定数は各々平均で, $E_L: 9.15\text{GPa}$, $E_R: 0.71\text{GPa}$, $G_{LR}: 0.59\text{GPa}$, $\nu_{LR}: 0.29$, $\nu_{RL}: 0.031$ であった.

ヒノキ材から採取したブロックから, 丸鋸により横断面 $3.0\text{cm} \times 3.0\text{cm}$, 高さ 9.0cm の圧電出力検出用の試験体を作製し, 室温 20°C , 湿度 60% の恒温・恒湿室にて 6 ヶ月間調湿した. なおこの場合, 試験体の一軸荷重の負荷方向と繊維方向とのなす角 (繊維傾斜角) は, $0, 15, 30, 45, 60^\circ$ とし (但し, 接線方向とのなす角は常に 90°), 各条件につき 10 個ずつ試験体を用意した.

電極には, 長さ: 3cm , 幅: 3cm , 厚さ: $100\mu\text{m}$ のアルミホイールを使用し, これを試験体の相対する柁目面の中央に, 導電性タイプの両面テープにて貼付した. その後, 圧電出力検出用のリード線を, 導電性樹脂材料により電極表面に接着した. 検出した圧電出力は, 高周波フィルター (NF3622, NF 回路株) にて電気的なノイズを除去した後, AC-DC コンバーター内蔵の微小交流電圧計 (COR5520, 株キクスイ) によって測定した.

試験体への負荷には, 電気油圧制御式の材料試験機 (サーボパルサー, EHF-UG100kN-20L, 最大容量: $\pm 100\text{kN}$, 株島津製作所) を用いた. 試験体を治具に設

置した後、次式、

$$F = F_n + a \sin((2\pi f)t) \quad (22)$$

で表される圧縮-振動複合応力 (F) を負荷した。ここで、 F_n : 0.50kN (0.75kN), f : 30Hz, a : 0.2kN, t : 時間 (10 秒) である。なお、材料試験機のクロスヘッドの移動量を電気抵抗式変位計で測定し、これを試験体の変形量とした。また、圧電気出力および材料試験機のロードセル出力を、オシロスコープにて同時にモニタリングした。

4 結 果

4・1 MFA を変化させた場合の CMF が被むるせん断ひずみの挙動 (シミュレーション)

MFA を 5° 刻みで $5^\circ \sim 20^\circ$ まで変化させた場合の、Front single cell wall および Back single cell wall 各々の CMF が被むるせん断ひずみ (γ) の値の変動を、式 (10) および式 (15) より算出し、試験体の繊維傾斜角 (θ) に対して描いた (Fig. 5)。その結果、どちらの細胞壁においても、MFA を変化させた場合のせん断ひずみの値は、繊維傾斜角 45° にピークをもつとは限らない上に凸な曲線形状を示した。

Fig. 5 Change in the shear strain (γ) and piezoelectric voltage (P) with the change in the angle between the axial and fiber directions of the wood specimen (θ).

Legend: MFA: Microfibril angle, solid lines: γ - θ curves for various MFA, black circles: piezoelectric voltage at $F_n = 0.75$ kN (Hinoki), F_n : Static compression load applied to the wood specimen (See in Eq. (22)).

4・2 繊維傾斜角と圧電気出力との関係

圧電気出力 (P) の値を、試験体の繊維傾斜角 (θ) に対してプロットした (Fig. 5)。その結果、従来の研究報告^{2)~4)}同様、繊維傾斜角 45° にピークをもつ上に凸な傾向を示した。

5 考 察

木材細胞壁は、その形成の違いから一次壁 (P 層) と二次壁 (S1 層, S2 層, S3 層) とに区別でき、隣接する 2 細胞同士を接着している部分を細胞間層 (あるいは中層) と言い、細胞間層を挟んで隣接した 2 細胞の一次壁を併せて、複合細胞間層 (CML) と呼ばれている (Fig. 6)。また Fig. 6 に示した通り、隣接した細胞壁同士は、S2 層および S3 層各々の MFA の大きさが等しく、反対称積層層により重複細胞壁 (double cell wall) を形成している。従来、この点を考慮して、円筒状繊維細胞モデル (Barber,⁷⁾ Yamamoto ら^{8)~12)}、あるいは多層平板状細胞要素モデル (Barrett と Schniewind,¹³⁾ Cousins,⁶⁾ Cave,¹⁴⁾ 祖父江ら¹⁵⁾ Koponen ら¹⁶⁾ が提案されてきた。また、これらのモデルを用いて弾性基礎式の設定を行い、細胞壁の微細構造と、細胞壁あるいは木材小試片の力学挙動との関係も論じられてきた。本研究で採用した single cell wall モデルとは異なる、double cell wall モデルを取り扱う場合、軸応力や面内せん断応力に対して層間応力が発生し、single cell wall 間の変形の拘束が起こるため、力学挙動を論じる場合、細胞壁間の結合の剛さを考慮する必要がある、と祖父江ら¹⁵⁾は提唱している。参考までにその結果をみると、変形の拘束の度合いを表すパラメータ p を導入することにより、導入しない場合と比較すると、MFA が 20° を下回るような木材小試片の繊維方向弾性係数の傾向 (MFA 依存性) が良く表現できている。また同様に、せん断弾性係数に対しても p の効果について計算しているが、先の繊維方向弾性係数とは異なり、MFA が 20° を下回るような範囲において、明確な p の有効性は認められなかった。なお、スギを用いた祖父江らの実験によると、 p の値は 0.82 ($p = 0$: 変形の拘束が完全な場合, $p = 1$: single cell wall の場合) が提示されている。

Fig. 6 Schematic representation of the cell wall structure and layout of the cell wall.

Legend: S1, S2, and S3: Secondary wall, CML: compound middle lamella.

Fig. 7 Multi-tracheid model.

ここで, Fig. 3 (あるいは Fig. 4) に提示した仮道管要素を, 複数 (n) 個重ねたモデル (Fig. 7) を考える. この場合, 仮道管要素の重ね合わせは, 大まかには以下の 4 通り, すなわち,

- (1) Front single cell wall ~ Back single cell wall
- (2) Front single cell wall ~ Front single cell wall
- (3) Back single cell wall ~ Front single cell wall
- (4) Back single cell wall ~ Back single cell wall

が考えられる. CMF に生じたせん断ひずみ (γ_{12} , γ'_{12}) に対して, これらが圧電気出力の大きさをコントロールしていると考えられるので, 単純な重ね合わせ計算 (算術平均) が, 巨視レベルにおける圧電気出力の大きさを決めると仮定できる. (1)~(4) の各条件下におけるせん断ひずみの算術平均は, 式 (10) および式 (15) を用いて, 次式,

$$(1) \quad \gamma = \frac{1}{n} \{ \gamma_{12} + (n-1) \cdot (\gamma'_{12} + \gamma_{12}) + \gamma'_{12} \} = \gamma_{12} + \gamma'_{12} \\ = 4 \cdot \left\{ (\alpha^2 - \beta^2) \cdot \frac{lm}{2G_{LR}} \right\} \cdot \sigma_x \quad (23)$$

$$(2) \quad \gamma = \frac{1}{n} \{ \gamma_{12} + (n-1) \cdot (\gamma'_{12} + \gamma_{12}) \} = (\gamma_{12} + \gamma'_{12}) - \frac{1}{n} \cdot \gamma'_{12} \\ = 4 \cdot \left\{ (\alpha^2 - \beta^2) \cdot \frac{lm}{2G_{LR}} \right\} \cdot \sigma_x + 2 \cdot \frac{1}{n} \cdot \\ \left\{ \alpha\beta \left(\frac{l^2}{E_L} - \frac{m^2}{E_R} + \frac{V_{LR}}{E_L} \cdot l^2 - \frac{V_{RL}}{E_R} \cdot m^2 \right) \right. \\ \left. - (\alpha^2 - \beta^2) \cdot \frac{lm}{2G_{LR}} \right\} \cdot \sigma_x \quad (24)$$

$$(3) \quad \gamma = \frac{n-1}{n} \cdot (\gamma_{12} + \gamma'_{12}) = 4 \cdot \frac{n-1}{n} \left\{ (\alpha^2 - \beta^2) \cdot \frac{lm}{2G_{LR}} \right\} \cdot \sigma_x \quad (25)$$

$$(4) \quad \gamma = \frac{n-1}{n} \cdot (\gamma'_{12} + \gamma_{12}) + \frac{1}{n} \cdot \gamma'_{12} = (\gamma_{12} + \gamma'_{12}) - \frac{1}{n} \cdot \gamma_{12} \\ = 4 \cdot \left\{ (\alpha^2 - \beta^2) \cdot \frac{lm}{2G_{LR}} \right\} \cdot \sigma_x - 2 \cdot \frac{1}{n} \cdot \\ \left\{ \alpha\beta \left(\frac{l^2}{E_L} - \frac{m^2}{E_R} + \frac{V_{LR}}{E_L} \cdot l^2 - \frac{V_{RL}}{E_R} \cdot m^2 \right) \right. \\ \left. + (\alpha^2 - \beta^2) \cdot \frac{lm}{2G_{LR}} \right\} \cdot \sigma_x \quad (26)$$

Fig. 8 Change in the shear strain (γ) calculated using Eq. (23) to (26) and the piezoelectric voltage (P) with the angle between the axial and fiber directions of the wood specimen (θ).

Legend: MFA, solid lines, and black circles are the same as in Fig. 5.

Note: Eqs. (23) to (26) were used to obtain the results for $n = 1000$.

と計算できる。 $n = 1000$ (仮道管の直径を $30\mu\text{m}$ とおくと $30\mu\text{m} \times 1000 = 3\text{cm}$) として計算した各々のせん断ひずみの値を、Fig. 5 同様、圧電気出力 (P) の値と共に、試験体の繊維傾斜角 (θ) に対して、さらに MFA を変化させてプロットしたところ Fig. 8 がえられた。その結果、仮道管要素を 1000 個重ねたいずれのモデルにおいても、せん断ひずみの値の大きさは MFA が (5° のとき) $>$ (10° のとき) $>$ (15° のとき) $>$ (20° のとき) の順であった。また、いずれの MFA においても、せん断ひずみの値は、繊維傾斜角 45° でピークをもつ上に凸な曲線状に変化し、圧電気出力の変動挙動とほぼ同様な傾向を示した。また、 $n \rightarrow \infty$ の場合、上述の仮道管要素重ね合わせに関する 4 つのパターン (式 (23)~式 (26)) はすべて同一となる。すなわち、木材が Fig. 7 で示したようなモデルで簡単に表現しえると仮定した場合、一般に $\theta = 45^\circ$ にピークをもつ圧電気出力特性に対して MFA の及ぼす影響が非常に少ない、という結果が得られたのは興味深いといえる。

6 おわりに

精密な解析を進めるためには、マクロな試験体の変形とミクロな変形との整合性 (本論文では一致しているものと仮定した) の考慮、面外力を受ける接線壁のミクロフィブリルの影響、細胞壁の厚さ方向の影響、細胞壁間の拘束条件、などを更に考慮する必要があるが、現状では、木材細胞壁中の微細構造にかなりの仮定を導入する必要があるため、今後のさらなる木材細胞壁中の微細構造の解明が待たれるところである。

参 考 文 献

- 1) A. V. Shubnikov, "Piezoelectric textures" (in Russian), Izd-vo AN SSSR, p.96 (1946).
- 2) V. A. Bazhenov and V. P. Konstantinova, "Piezoelectric effect of wood" (in Russian), Doklady Academy Nauk SSSR, Vol.71, No.2, pp.283-286 (1950).
- 3) E. Fukada, "Piezoelectricity of wood", Journal of the Physical Society of Japan, Vol.10, No.2, pp.97-103 (1955).
- 4) N. Hirai, I. Asano and N. Sobue, "Piezoelectric Anisotropy of Wood", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol.22, No.241, pp.948-955 (1973).
- 5) R. E. Mark, "Cell wall mechanics of tracheids", Yale university press, New Heaven and London, p.119 (1967).
- 6) W. J. Cousins, "Elastic modulus of lignin as related to moisture content", Wood Science and Technology, Vol.10, No.1, pp.7-19 (1976).
- 7) N. F. Barber, "A theoretical model of shrinking wood", Holzforschung, Vol.22, No.4, pp.97-103 (1968).
- 8) H. Yamamoto, "Generation mechanism of growth stresses in wood cell walls: Roles of lignin deposition and cellulose microfibril during cell wall maturation", Wood Science and Technology, Vol.32, No.3, pp.171-182 (1998).
- 9) H. Yamamoto, "A model of anisotropic swelling and shrinking process of wood. Part 1. Generalization of Barber's wood fiber model", Wood Science and Technology, Vol.33, No.4, pp.311-325 (1999).
- 10) H. Yamamoto and Y. Kojima, "Properties of cell wall constituents in relation to longitudinal elasticity of wood. Part 1. Formulation of the longitudinal elasticity of an isolated wood fiber", Wood Science and Technology, Vol.36, No.1, pp.55-74 (2002).
- 11) H. Yamamoto, "Role of the gelatinous layer on the origin of the physical properties of the tension wood", Journal of Wood Science, Vol.50, No.2, pp.197-208 (2004).
- 12) H. Yamamoto, Y. Kojima, T. Okuyama, W. P. Abasolo and J. Gril, "Origin of the Biomechanical properties of wood related to the fine structure of the multi-layered cell wall", Journal of Biomechanical Engineering, Transaction ASME, Vol.124, No.4, pp.432-440 (2002).
- 13) J. D. Barrett, A. P. Schniewind and R. L. Taylor, "Theoretical shrinkage model for wood cell walls", Wood Science, Vol.4, No.3, pp.178-192 (1972).
- 14) I. D. Cave, "Modelling moisture-related mechanical properties of wood. Part II. Computation of properties of a model of wood and comparison with experimental data", Wood Science and Technology, Vol.12, No.2, pp.127-139 (1978).
- 15) N. Sobue and I. Asano, "Studies on the Fine Structure and Mechanical Properties of Wood. On the Longitudinal Yung's Modulus and Shear Modulus of Rigidity of Cell Wall", Mokuzai Gakkaishi, Vol.22, No.4, pp.211-216 (1976).
- 16) S. Koponen, T. Toratti and P. Kanerva, "Modelling longitudinal elastic and shrinkage properties of wood", Wood Science and Technology, Vol.23, No.1, pp.55-63 (1989).