海綿骨の骨梁モルフォロジーと生体アパタイト結晶配向性を考慮したマルチスケール応力解析[†]

河 貝 光 寛* 高 野 直 樹**
中 野 貴 由*** 浅 井 光 輝****

Multi-Scale Stress Analysis of Trabecular Bone Considering Trabeculae Morphology and Biological Apatite Crystallite Orientation

by

Mitsuhiro KAWAGAI*, Naoki TAKANO**, Takayoshi NAKANO*** and Mitsuteru ASAI****

This paper presents the multi-scale stress analysis of trabecular bone by the homogenization method bridging nano-micro-macro scales. Three-dimensional microstructure of trabeculae is obtained by the X-ray CT and the image-based modeling technique. Biological apatite (BAP) crystallite orientation is considered in the microstructure model by means of the anisotropic mechanical properties. The c-axis of BAP is set up as the maximum principal stress direction under the long term macroscopic stress condition. These properties are automatically assigned to each voxel element. To determine appropriately the microstructure model, the trabeculae morphology is analyzed and quantified as the trabecular density distribution. The proposed method is applied to pig's femur. It was revealed by the morphology analysis and homogenized macroscopic properties that the trabecular bone has plate-like characteristics. The predicted anisotropic level of the macroscopic properties was quantitatively coincident with the measured value by the X-ray diffraction analysis.

Key words: Multi-scale analysis, Trabecular bone, Morphology analysis, Biological apatite, Anisotropy, Homogenization method

1 緒 言

現在、骨粗鬆症の診断には、DEXA (Dual-Energy X-ray Absorptiometry) 法による巨視的な骨密度の測定値を基準とした方法が標準化されている。¹⁾しかし、骨粗鬆症患者の QOL にとって問題となる微小骨折には、局所的な骨梁における応力が関与すると考えられ、海綿骨の微視的な骨梁モルフォロジーに着目する必要がある。さらに、骨梁における応力は、それを骨細胞が感受し、骨吸収と骨形成 (リモデリング) が行われるため、骨質評価において重要な因子である。

近年ではナノスケールに注目した研究も盛んに行われ、著者の一人は、X 線回折の測定から骨を構成する生体アパタイト (BAP) 結晶の配向性が骨梁あるいは骨梁を通して骨全体に働く応力に強く影響を与えていることを示唆した。²⁾骨あるいは骨梁の剛性は、BAP 結晶配向性に強く依存し、異方性を示す。しかしながら、現在の X 線回折の解像度などの理由で、複雑な三次元ネットワーク構造をとる骨梁中の BAP 結晶配向性の直接的な観測は困難であり、³⁾骨梁モルフォロジーと BAP 結晶配向性を同時に詳細に考慮した研究は実験的にも数値解析的にも行われていない。

数値解析に関連する分野では、繊維強化材料や多孔体などの複雑なミクロ構造を持つ不均質材料を対象とし、その平均化材料物性を与える方法として均質化法 (homogenization method)^{4), 5)}によるマルチスケール解析が盛んに研究されている。^{6)~8)}このようなマルチスケール解析手法はバイオエンジニアリングの分野へと拡大されている^{9), 10)}が、海綿骨の解析に対しては、骨梁モルフォロジーを考慮するにとどまっている。また別の観点からは、ランダムなモルフォロジーを有する対象から後述するミクロモデル (ユニットセル) を適切に抽出するモデリング手法やツール (ソフトウェア) がなく、研究段階を抜けられず医療などの計算力学の非専門家が実用的に数値解析を実施する段階にないのが現状である。

これらの背景をふまえ、本研究では、海綿骨全体の平均化特性を実用的かつ高精度に予測するための手法とツール開発を行う。そのため、海綿骨の骨梁モルフォロジー (ミクロレベル) の分析を行った上で、BAP 結晶配向性 (ナノレベル) を解析モデル中に自動的に設定し、最終的には巨視的な平均化物性 (マクロレベル) の評価を行う。マクロ-ミクロのブリッジング技術には均質化法を用い、骨梁は X 線 CT 撮像とイメージベースモデリング手法^{9), 11)}

[†] 原稿受理 平成 18 年 2 月 3 日 Received Feb. 3, 2006

* 学生会員 立命館大学大学院 〒525-8577 草津市野路東, Graduate Student, Ritsumeikan Univ., Noji-higashi, Kusatsu, 525-8577

** 正 会 員 立命館大学理工学部マイクロ機械システム工学科/独立行政法人科学技術振興機構 CREST 〒525-8577 草津市野路東, Dept. of Micro System Tech., Ritsumeikan Univ., Noji-higashi, Kusatsu, 525-8577

*** 正 会 員 大阪大学大学院工学研究科マテリアル生産科学専攻/独立行政法人科学技術振興機構 CREST 〒565-0871 吹田市山田丘, Division of Materials and Manufacturing Sci., Osaka Univ., Yamadaoka, Suita, 565-0871

**** 正 会 員 立命館大学理工学部マイクロ機械システム工学科 〒525-8577 草津市野路東, Dept. of Micro System Tech., Ritsumeikan Univ., Noji-higashi, Kusatsu, 525-8577

による自動モデリングを行う。適用例としてブタの大腿骨のモルフォロジー分析、ユニットセルモデリングと平均化物性の解析、さらに骨梁に生じるひずみ・応力の解析を行う。

2 均質化法によるマイクロマクロブリッジングとモルフォロジー分析手法

2.1 スケールの定義

本研究では、Fig. 1 に示すように、日常的に想定される任意のマクロな荷重に対する骨梁（マイクロ領域）内の応力解析を実用的かつ高精度に行うことを目指す。BAp 結晶配向性（ナノスケール）と骨梁モルフォロジー（ミクロスケール）を考慮したスケールの定義を Fig. 2 に示す。スケール間のブリッジングのため、ナノ・ミクロスケールの状況を反映したマクロな平均化物性の均質化法による予測を本論文の主眼とする。スケール間の双方向の相関を考えるため、マクロ荷重下のミクロ応力の解析を行うには、汎用的には均質化法だけでなく重畳メッシュ法^{12)~14)}が必要となるが、本報では均質化法で解析できる範囲の記述にとどめる。

2.2 均質化法とイメージベースモデリング手法

均質化法とは、複合材料・多孔質材料など微視的に不均質な構造を持つ材料の巨視的物性を与える平均化解析技術である。この理論を一言で要約すると「材料（ミクロ）と構造（マクロ）に対応し異なる2つのスケールを導入し、漸近展開形の未知変数を保存則に代入することにより、各スケールに対応した支配方程式を算出する」ものである。またその副産物としてマクロ構造体の解析に必要な平均化物性が均質化定数として定義できる。得られた方程式は有限要素法により解く。こうした数学理論をバックグラウンドに持つ均質化法は、厳密にはその適用範囲を限定する幾つかの条件があり、特にミクロ構造の幾何学的な周期性を満足する必要がある。理論の詳細は文献を参照されたい。^{4)~9)}海綿骨のミクロ構造はラ

Fig. 1 Multi-scale modeling for stress analysis.

Fig. 2 Multi-scales in bone.

ンダムで複雑であり、周期性を満たさない。しかし、最近の多孔質セラミックスなどを対象とした研究事例^{15), 16)}から、ランダムなミクロ構造に対する適用可能性が示され、実験計測との比較検証も十分に行われてきた。すなわち、対象領域全体に見られる不均質性の特徴をすべて含むような十分な大きさのユニットセルをとり、ユニットセル境界に周期境界条件を与えることで、実際のユニットセルの周期繰返しの有無とは関係なく、該当領域のマクロ特性の予測が可能であることを示した。ただし、全体に均質性を求めようとする人工材料と異なり、海綿骨のランダム性には注意が必要であることから、次に述べるモルフォロジー分析を行う。なお、複雑な骨梁の自動モデリング手法として、本研究ではX線CTとボクセル要素（立方体要素）を用いたイメージベースモデリング手法を採用した。^{9), 11), 14), 16)}デジタル化された情報は、いかにボクセル数が多くとも（数千万ボクセル程度）、容易にかつきわめて高速に各種の統計処理が可能である。¹⁷⁾モルフォロジー分析の結果をふまえ、均質化法の適用のため、周期性を仮定できる最小単位のミクロ領域（ユニットセル）を抽出する。ボクセル要素生成は完全自動化できる反面、要素数が膨大になる欠点があるが、方程式の解法に反復法（EBE-SCG法：element-by-element scaled conjugate gradient）を採用することにより通常のPC（メモリ2GB）で約200万要素の解析が可能である。

2.3 モルフォロジー分析手法

過去の種々のモルフォロジーの指標¹⁸⁾は骨密度や異方性などのマクロな平均値であったが、本研究ではユニットセル抽出の指標とすべく、X線CTで得られたミクロ情報から骨梁の分布をミクロに示す骨梁密度の分布を定義することにする。なお、以下ではX線CTの断面内を x - y または r - θ とし、断面の積層方向を z とする。

(1) 直交座標モルフォロジー分析

直交座標系での分析は、 x , y , z の各3方向に対する骨梁密度の分布性状を調査するため、各面内で骨梁密度の積分値を計測する。ここで $P^x(x)$ をFig. 3(a)に示す x 軸に垂直な面 A_x 内での密度積分値に対する x 方向の関数として次式で定義する。

$$P^x(x) = \frac{1}{A_x} \iint \rho(x, y, z) dy dz \quad (1)$$

$$\rho = \begin{cases} 1 & \text{for trabecula} \\ 0 & \text{for pore} \end{cases} \quad (2)$$

ρ は二値化されたボクセル値を示す。同様に $P^y(y)$, $P^z(z)$ を定義し y , z 方向の骨梁密度分布を調査する。

(2) 円筒座標モルフォロジー分析

長管骨のような円筒形状の骨に対しては次式に示す円筒座標系でのモルフォロジー分析が有効となる。

Fig. 3 Morphology analysis.

$$P^{r\theta}(r, \theta) = \frac{1}{h_z} \int \rho(r, \theta, z) dz \quad (3)$$

ここで r , θ はそれぞれ半径と円周角度を示し, h_z はモルフロジー分析する領域の z 方向の高さを示す. 式 (3) の積分は, 数値的には Fig. 3 (b) に示すように微小幅 ΔT を設定し, 微小断面 ΔT - h_z で積分処理を行う. ΔT は, いくつかの動物やヒトの骨への適用例から, 入力画像全体の領域を漏れなく分析できるように, 次式で示す通り経験的に CT 画像のサイズに対し $1/20$ として定めた.

$$P^{r\theta}(r, \theta) = \frac{1}{h_z \times \Delta T} \iint \rho(r, \theta, z) dT dz \quad (4)$$

$$\Delta T = \text{int} \{ \max(h_x, h_y) / 20 \} \quad (5)$$

なお, 上記の骨梁密度分布は解析システムで Microsoft EXCEL が自動起動され, グラフ化, データ保存される.

2・4 モルフロジー分析の活用

- (1) 骨梁密度 (骨梁の存在) の分布だけでなく, 平均値や均質性 (逆に不均質性) の度合いがわかる.
- (2) マクロモデル作成のための領域分割とユニットセル抽出の指針となる.
- (3) X 線 CT で撮像された全体モデル, さらに, その一部領域に対し行うことにより, 二値化の精度向上 (すなわち二値化を再実行する) にも寄与できる.

なお, モルフロジー分析により得られるグラフは, pQCT (peripheral Quantitative Computed Tomography) による計測結果と類似の結果となることも確かめられており, X 線 CT とデジタル化された情報の処理により多くの知見が得られる.

3 BAp 結晶配向性を考慮した

ナノ-ミクロ-マクロ連成解析手法

3・1 直交異方性モデルによる BAp 結晶力学モデル

BAp は Fig. 2 のように六方晶の結晶構造を持ち, 結晶学から c 軸方向に強い剛性を示すことがわかる. 主として計測が容易な皮質骨での X 線回折による結晶配向性の測定より, BAp 結晶の c 軸配向と応力の方向が一致すること^{2), 3)} さらにヤング率の計測より骨長手方向 (強軸方向) には, 骨半径方向に対し, 約 2 倍の剛性を持つこと¹⁹⁾ が知られている. 海綿骨の骨梁でも SEM 観察からラメラ構造が観察され, BAp 配向性による異方性が考えられるものの, 現在の X 線回折では照射解像度の限界, 骨梁が複雑な三次元ネットワーク構造であること, 骨梁の有限要素 (ボクセル) モデルは百万~数千万要素のオーダーの大規模データであるなどの困難さからこれまで考慮されていない.

BAp 単結晶の弾性力学挙動は直交異方弾性体として次式でモデル化される. ここで C' は弾性コンプライアンスマトリックス, D' は弾性マトリックスを示す.

$$C' = D'^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_\xi} & -\frac{\nu_{\eta\xi}}{E} & -\frac{\nu_{\zeta\xi}}{E_\zeta} & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -\frac{\nu_{\xi\eta}}{E_\xi} & \frac{1}{E_\eta} & -\frac{\nu_{\zeta\eta}}{E_\zeta} & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -\frac{\nu_{\xi\zeta}}{E_\xi} & -\frac{\nu_{\eta\zeta}}{E_\eta} & \frac{1}{E_\zeta} & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & \frac{1}{G_{\eta\xi}} & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & \frac{1}{G_{\zeta\xi}} & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & \frac{1}{G_{\xi\eta}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

過去の骨に関する解析では, 等方弾性体を仮定しヤング率 $E = 10 \text{ GPa}$, ポアソン比 $\nu = 0.4$ 程度の値を用いている. また, 皮質骨の計測から強軸方向には 2 倍程度剛性が高いという知見と併せ, 本論文では以下の値により異方性 (正確には横等方性) 弾性体の解析を実施する.

$$\left. \begin{aligned} E_\xi &= 2E = 20 \text{ GPa} \\ E_\eta &= E_\zeta = E = 10 \text{ GPa} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

また, 式 (6) は対称性を保つ必要があるため, ポアソン比を以下のように決定する.

$$\left. \begin{aligned} \nu_{\xi\eta} &= \nu_{\xi\zeta} = \nu_{\eta\xi} = \nu_{\zeta\eta} = \nu = 0.4 \\ \nu_{\eta\xi} &= \nu_{\zeta\xi} = \frac{\nu}{2} = 0.2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

横弾性係数 G については, 上記のような異方性に関する知見がないため, 繊維強化複合材料などに多用される横等方性弾性体の仮定を用いることはせず, 既知の縦弾性係数のみを変化させて式 (9) のように等方弾性体での値を用い, 式 (6) の直交異方性弾性体とした.

$$G_{\eta\xi} = G_{\zeta\xi} = G_{\xi\eta} = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (9)$$

3・2 結晶配向性の自動設定法

BAp 配向性は, 長期荷重として, 基本姿勢における荷重により発生する主応力方向に配向すると仮説を設ける. 本来は, 荷重・荷履歴とリモデリングの影響により, 上記仮説のとおりでない部位が当然あるが, 計測も困難であることなどから上記仮説を設けた. Fig. 4 および以下に配向性自動設定手順を示す. 基本姿勢による荷重は, 体の部位により異なるが, Fig. 4 では本論文の適用例である大腿骨骨幹遠位部を想定し, 基本的な長期荷重として長軸方向の自重を想定する. ミクロ-マクロモデルではミクロ構造に対し長手方向の様なマクロ応力状態とする.

- (1) 均質化解析のために抽出されたユニットセルに対し, すべての骨梁を等方弾性体として仮定し, マクロな応力場 (ユニットセル内のミクロ応力の平均値) を与える.
- (2) このとき, ユニットセルには周期境界条件を課す.
- (3) ミクロ場の応力解析結果から各ボクセル要素のミクロな主応力を算出する.
- (4) ボクセル要素ごとに結晶の c 軸方向を最大主応力方向に自動設定する.

Fig. 4 BAp crystallite orientation setting algorithm.

- (5) (3)で評価した結晶方位分布のデータを基に、局所座標系で定義した異方性弾性モデル D' を次式により全体座標系へと変換することでマイクロ構造内の材料モデルを構築する。

$$D = T^T D' T \quad (10)$$

ここで変換行列 T は各要素の主応力ベクトルの方向余弦から求められる回転マトリックス²⁰⁾を示す。手順 (3) で算出された主応力と最終的に異方性材料モデルを設定した後に算出される主応力は一般に異なるが、リモデリングにより変化を続ける BAp 配向の推定として、両者の一致は必ずしも必要ではなく、収束計算などは行わないこととする。ただし、長管骨の長軸方向の骨梁では両者は良好に一致することは確認しており、本論文で扱う大腿骨では収束計算の有無による差はほとんど無いと考えられる。以上の手順によりナノ結晶配向性を加味したマイクロ材料データ算定後は、通常の均質化法の手順に従い、均質化弾性テンソルとしてマクロ材料特性を算出する。

4 ブタ大腿骨の海綿骨への適用

4・1 海綿骨のモルフォロジー分析

適用例として用いたブタ大腿骨骨幹遠位部の断片の断面画像の一例を Fig. 5 に示す。断片である理由は、もともと X 線回折による BAp 結晶配向性の計測²⁾を行った対象だからである。X 線 CT の分解能は $35\mu\text{m}$ 、スライス間隔は $35\mu\text{m}$ であり、120 枚の断面画像から三次元構造を再構築した。断片形状であることから、この場合には円筒座標モルフォロジー分析が適切である。Fig. 6 に示すように、サンプルの断片形状から、 θ が 255° から 300° の範囲内で有効なデータを取得した。Fig. 7 には一例として $\theta = 270^\circ$ における半径方向への骨梁密度分布 $P^{r\theta}(r, \theta = 270^\circ)$ をグラフ化した。Fig. 7 から、海綿骨の領域内（半径がおおよそ 2mm から 9mm まで）において、山と谷を繰り返すオシレーションが顕著に表れていることが確認できる。これは、骨梁密度の z 方向積分値が高い領域と低い領域が、半径方向にある一定間隔で繰り返し存在していることを表している。グラフの山の間隔 ($0.47 \pm 0.13\text{mm}$) は、Fig. 8（直交座標モルフォロジー分析画面）に示す海綿骨の断面画像における骨梁間隔の計測結果（平均 $0.48 \pm 0.09\text{mm}$ ）とほぼ一致している。他の角度 θ でも同様であった。 z 方向積分したにもかかわらず、両者が一致するという事は、Fig. 9 に示すように、半径方向に一定の間隔で円周方向 (θ) と長手方向 (z) に伸びる板状の骨梁が、ある程度周期的に配置されていると推察される。

Fig. 5 Reconstructed three dimensional image.

Fig. 6 Cylindrical coordinate analysis.

Fig. 7 Trabecular density analysis ($\theta = 270^\circ$).

Fig. 8 Measurement of the trabecular spacing.

4・2 BAp 配向性を考慮したユニットセル作成

モルフォロジー分析により特徴的な骨梁が推察されたことから、均質化解析に用いるユニットセルにはある程度大きな領域を取る必要があることがわかる。Fig. 8 から、骨梁幅の平均値 0.25mm を得ていたため、板状の骨梁 5 つを含む領域の寸法を $(0.47 + 0.25) \times 5 = 3.6 \div 4\text{mm}$ と算出し、Fig. 10 のようにユニットセルを抽出した。要素数は 600 358、節点数は 797 771 であり、骨密度は 35.9% である。5 周期分という目安は、過去の文献^{21), 22)}や自身の経験による知見に基づく。すなわち、ランダムな骨梁構造のユニットセル境界に周期性を仮定することから、ユニットセル境界近傍では不適切な変形拘束と応力集中

Fig. 9 Schematic morphology of pig's femur.

Fig. 10 Unit cell model.

が生じるが、5周期分をとればマイクロ応力分布の平均として定義されるマクロ特性には境界の誤差の影響がないことを確認済みである。^{16), 22)}一方、4・4節に後述のマイクロ応力を詳細に評価する場合には、文献¹⁶⁾の知見から、ユニットセル寸法の10%の境界近傍領域を除いて評価している。今回の事例は特徴的なモルフォロジーを有していたため、特殊な事例とも言えるが、実際の海綿骨に対してユニットセルの抽出指針を定量的に示すことができたという点は意義ある成果と考える。

このユニットセルに対し第3章で示したアルゴリズムによりBAp配向性の自動設定を行い異方性モデルの材料データを構築後、通常のPC (CPU: Intel Xeon2GHz, メモリ: 2GB) で均質化法によりマクロ材料物性を評価する。

Fig. 11には、等方弾性モデルを仮定し z 軸方向へ一様なマクロ応力を載荷した際のマイクロな主応力方向、すなわち異方性モデルを採用した際の強軸方向 (BApの優先 c 軸配向) をベクトル表示した一例である。最大主応力方向に c 軸方向を設定したため、複雑な骨梁構造に沿

Fig. 11 BAp grain orientation setting.

て応力を伝達するスムーズな流れとして c 軸配向が設定されている様子を確認することができる。

4・3 均質化解析によるマクロ特性予測の考察

得られたマクロな弾性マトリックス D^H を次式に示す。

$$D^H = \begin{bmatrix} 1445.0 & 263.9 & 634.9 & -32.9 & 109.2 & -6.7 \\ & 454.3 & 400.8 & -106.0 & -19.6 & 3.3 \\ & & 3681.0 & -387.7 & 132.0 & -3.5 \\ & & & 396.2 & 5.8 & -4.0 \\ & sym. & & & 691.3 & -65.1 \\ & & & & & 255.8 \end{bmatrix} (MPa) \quad (11)$$

式(11)中の成分中には、引張とせん断の相関項が大きいものもあり、設定した x - y - z 座標系では厳密には材料直交性が見出せない。これは、Fig. 5, Fig. 10からもわかるように骨の外形状が円筒ではないことの影響もあると推察される。ここでは、Fig. 9のような単純化したモデルの検証と、後述のX線回折による測定との比較を行うため、直交異方性モデルを仮定して定義される各方向の等価ヤング率、ポアソン比、横弾性係数をTable 1~3にまとめる。Fig. 9に示した骨梁モルフォロジーの特徴に加え、BAp結晶配向性から、 z 方向のヤング率が高い数値を示すことは容易に推察される。定量的に、 z 方向のヤング率は x 方向に対し2.6倍、 y 方向に対しては約8.4倍と極端に高い数値を示している。またFig. 9のモルフォロジーを反映した結果は等価ポアソン比、横弾性係数に現れている。その特徴を以下に列挙する。

- (1) 半径方向に応力を載荷した際には z 方向ひずみの影響が少ない。(v_{yz} が小さい)
- (2) 円周方向に応力を載荷すると半径方向に比較的大きなひずみが発生する。(v_{xy} が極めて高い)
- (3) z 軸に垂直な面の円周方向の剛性が高い。(G_{zx} が他の横弾性係数より高い)
- (4) 断面内のねじり剛性が低い。(G_{xy} が低い)

このことから、Fig. 9に示すように板状の骨梁は半径方向には板間を結合する細い骨梁が分布しているとの予測が裏付けられる。骨梁モルフォロジーを理解するためには、立体視やVR (virtual reality) 技術を駆使した可視化も行ったが、Fig. 9のような理解は可視化技術では不可能であった。提案するモルフォロジー分析、均質化法による全剛性成分の計算が有効であると結論できる。

次に、均質化法による数値解析結果とX線回折による

Table 1 Young's moduli calculated by homogenization method.

	E_x	E_y	E_z
Young's moduli (MPa)	1243	382	3202

Table 2 Poisson's ratio calculated by homogenization method.

	ν_{yz}	ν_{zx}	ν_{xy}
Poisson's ratio	0.08	0.31	0.47

Table 3 Shear moduli calculated by homogenization method.

	G_{yz}	G_{zx}	G_{xy}
Shear moduli (MPa)	396	691	256

測定結果²⁾を比較する。解析により得られた Table 1 のヤング率を Fig. 12 にグラフ表示する。一方, Fig. 13 には BAp の (002) 回折強度を (310) 回折強度で規格化した X 線回折強度比の観測結果をユニットセルの各軸方向に対応させて整理したグラフを示す。この計測法によれば無配向時には回折強度比は 2 となるため, y 方向の配向性は測定結果からは検出されていない。しかし, Fig. 9 を参照しつつ, X 線のビーム直径を勘案すれば, 計測において y 方向の骨梁を的確にとらえることは非常に困難であること, さらに, 測定値のばらつきの検定結果から z 方向と x 方向の回折強度比の差は有意差が認められたが, z 方向と y 方向の差の有意性はそれより低かった²⁾ことから, 以下では z 方向と x 方向の差について議論する。なお, ヤング率と X 線回折強度比は異なる物理量であることから直接比較することは現状ではできないものの, $E_z/E_x = 2.6$ と測定結果 $IR_z/IR_x = 2.8$ といった異方性度合いの定量的一致は, c 軸配向までを考慮した本解析手法によりはじめて得られるものであり, 今後の研究指針として重要な知見と考える。

4・4 BAp 配向性を考慮したマイクロひずみ解析の考察

均質化法は, マクロ特性を予測するばかりでなくマクロな一様場でのマイクロひずみ・応力も解析することができる。^{4), 5)}ここでは, Fig. 10 のユニットセルに対し, z 軸方向に単位応力をマクロ応力として与えた場合のマイクロひずみを解析した。なお, マクロな一様場以外の任意の荷重に対しては, 重合メッシュ法^{12)~14)}が必要となることは既述のとおりである。

BAp 配向性を考慮したモデルと, 考慮しないモデルの局所的な骨梁に注目した z 軸方向ひずみ ε_z の分布を Fig. 14 に示す。Fig. 14 では特徴的なユニットセル内の一部を拡大して示している。配向性を考慮することによりひずみの緩和が観測できる。ユニットセル全体のひずみ分布の

Fig. 12 Predicted macroscopic properties.

Fig. 13 Experimental result of BAp orientation by X-ray diffraction analysis.

ヒストグラムを Fig. 15 に示す。ヒストグラムによる定量的な検討から, 配向性の考慮によりユニットセル内でひずみの最大値が低下し全体のひずみ分布が緩和され, 均一化されている様子が確認できる。

5 結 言

BAp 結晶配向性と力学特性の相関性を基に, 海綿骨の骨梁に働くマイクロ応力の最大主応力方向に BAp の c 軸方向が配向しているという仮説を立て, ナノ-マイクロマクロをつなぐ自動モデリング手法およびマルチスケール応力解析手法を提示した。骨梁密度分布を調べるモルフォロジー分析手法を提示し, 均質化解析に必要なユニットセル抽出に有用であることを示した。高度な可視化技術を用いても理解不可能な骨梁モルフォロジーが, 定量的な分析により理解できることを示した。提案手法をブタ大腿骨の海綿骨に適用し, 海綿骨全体の平均化物性を評価し, X 線回折による計測結果との比較を行った。

本報で扱わなかった, (1) 非一様な任意荷重に対する重合メッシュ法によるマイクロ応力解析, (2) 海綿骨領域を複数の領域に分けてマクロモデリングを行う場合, (3) X 線回折による計測とヤング率との相関を実証するためのナノインデンテーションを用いた研究結果, (4) 骨粗鬆症診断に使われるヒト腰椎骨への適用例, については別報で示す。また, BAp 配向を考慮する場合の横弾性係数の設定については今後の検討が必要である。

本研究を進めるにあたり有益なご助言をいただいた京

Fig. 14 Micro-scale strain distribution of local region.

Fig. 15 Micro-scale strain histogram.

都大学大学院工学研究科機械理工学専攻 安達泰治助教
 授に深謝いたします。

参 考 文 献

- 1) H. Orimo, Y. Sugika, M. Fukunaga, Y. Mutoh, T. Hotokebuchi, I. Gorai, T. Nakamura, K. Kushida, H. Tanaka and T. Igai, "Diagnostic criteria for primary osteoporosis", *Osteoporosis Japan*, Vol.4, pp.643-653 (1996).
- 2) T. Nakano, T. Ishimoto, J. Lee, Y. Umakoshi, M. Yamamoto, Y. Tabata, A. Kobayashi, H. Iwaki, K. Takaoka and T. Yamamoto, "Apatite orientation relating to the mechanical function in bone", *Journal of Japanese Society of Biorheology*, Vol.18, No.3, pp.21-31 (2004).
- 3) T. Nakano, K. Kaibara, Y. Tabata, N. Nagata, S. Enomoto, E. Marukawa and Y. Umakoshi, "Unique alignment and texture of biological apatite crystallites in typical calcified tissues analyzed by microbeam X-ray diffractometer system", *Bone*, Vol.31, No.4, pp.479-87 (2002).
- 4) J. L. Lions, "Some methods in the mathematical analysis of systems and their Control", (1981) Science Press, Beijing.
- 5) J. M. Guedes and N. Kikuchi, "Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.83, pp.143-198 (1990).
- 6) N. Takano and M. Zako, "Nonlinear analysis of woven fabric composite materials by homogenization method considering microscopic fracture", *Journal of Materials Science Japan*, Vol.44, No.505, pp.1231-1237 (1995).
- 7) K. Terada and N. Kikuchi, "A class of general algorithms for multi-scale analyses of heterogeneous media", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.190, Issues40-41, pp.5427-5464 (2001).
- 8) N. Takano, Y. Ohnishi, M. Zako and K. Nishiyabu, "Microstructure-based deep-drawing simulation of knitted fabric reinforced thermoplastics by homogenization theory", *International Journal of Solids and Structures*, Vol.38, No.36 & 37, pp.6333-6356 (2001).
- 9) J. S. Hollister and N. Kikuchi, "Homogenization theory and digital imaging : a basis for studying the mechanics and design principles of bone tissue", *Biotechnology and Bioengineering*, Vol.43, pp.586-596 (1994).
- 10) J. Okada, N. Mizumoto, S. Sugiura and T. Hisada, "Finite element homogenization analysis of myocardial mechanical characteristics based on cell inner structures", *Proceedings of the Conference on Computational Engineering and Science*, Vol.10, No.1, pp.455-456 (2005).
- 11) T. Adachi, K. Tsubota and Y. Tomita, "Mechanical remodeling simulation for cancellous bone using digital image-based model", *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.66, No.648, pp.1640-1647 (2000).
- 12) J. Fish, S. Markolefas, R. Guttal and P. Nayak, "On adaptive multilevel superposition of finite element meshes for linear elastostatics", *Applied Numerical Mathematics*, Vol.14, pp.135-164 (1994).
- 13) N. Takano, M. Zako and M. Ishizono, "Multi-scale computational method for elastic bodies with global and local heterogeneity", *Journal of Computer-Aided Materials Design*, Vol.7, No.2, pp.111-132 (2000).
- 14) M. Kawagai, A. Sando and N. Takano, "Image-based multi-scale modeling strategy for complex and heterogeneous porous microstructures by mesh superposition method", *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol.14, No.1, pp.53-69 (2006).
- 15) K. Terada and N. Kikuchi, "Microstructural modeling technique for homogenization analysis using digital images", *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.64, No.617, pp.170-177 (1996).
- 16) N. Takano, M. Zako, F. Kubo and K. Kimura, "Microstructure-based stress analysis and evaluation for porous ceramics by homogenization method with digital image-based modeling", *International Journal of Solids and Structures*, Vol.40, No.5, pp.1225-1242 (2003).
- 17) N. Takano and K. Tsujimura, "Digital image-based analysis of morphology for porous materials", *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.70, No.694, pp.787-793 (2004).
- 18) D. Inglis and S. Pietruszczak, "Characterization of anisotropy in porous media by means of linear intercept measurements", *International Journal of Solids and Structures*, Vol.40, pp.1243-1264 (2003).
- 19) W. Bonfield and M. D. Grynpas, "Anisotropy of young's modulus of bone", *Nature* 270, pp.453-454 (1977).
- 20) R. M. Jones, "Mechanics of composite materials", (1975) Hemisphere Publishing, New York.
- 21) J. S. Hollister and N. Kikuchi, "A comparison of homogenization and standard mechanics analyses for periodic porous composites", *Computational Mechanics*, Vol.10, pp.73-95 (1992).
- 22) N. Takano, M. Zako and Y. Ohnishi, "Macro-micro uncoupled analysis procedure for nonlinear structural mechanics of composites -RVE approach to microstructural geometrically nonlinear problem-", *Journal of Materials Science, Japan*, Vol.45, No.2, pp.163-168 (1996).