トンネル切羽前方地盤の力学特性の推定[†]

久 武 勝 保^{*} 稗 田 洋 平^{**}

Estimation of Mechanical Characteristics of the Ground Ahead of a Tunnel Face

by

Masayasu HISATAKE^{*} and Youhei HIEDA^{**}

In order to identify the mechanical parameters of the ground ahead of a tunnel face, a three-dimensional back-analysis method is newly proposed. The method consists of a three-dimensional finite element analysis and the secant method, and is based on an iteration procedure. The Poisson's ratio, the modulus of elasticity and the six components of the initial stress levels of the ground around a tunnel face are back analyzed from displacements obtained by field measurement, which are produced by one-step excavation of the tunnel face. Influence of measurement errors of field displacements on accuracy of the results identified is made clear through numerical calculation.

Key words : Three dimensions, Identification, Initial stresses, Mechanical parameters, FEM, Secant method, Iteration procedure

1 緒 論

トンネルが力学特性の大きく異なる新しい軟質地盤に入る際には種々の問題が発生しやすい。すなわち、トンネルそのものの施工が問題になったり、地表沈下や既設構造物への影響に関する問題が発生する場合がある。トンネルが軟質地盤に入る前において、その地盤の力学特性を事前にかつ正確に把握できれば、トンネルの合理的な施工法の決定において、また周辺環境に有害な影響を発生させないための補助工法の採用において非常に有益となる。

現在、トンネル施工時の実測変位などを用いて地盤物性値などを逆解析し、事前調査で得た地盤評価の修正などが行われているが、実務で供されている逆解析法は2次元解析が主流である。しかし、2次元解析の適用はトンネル切羽通過後の平面ひずみ条件が成立する横断面に限定されるため、これから切羽が進入する新たな地盤の力学特性の把握は不可能となる。

従来、3次元逆解析法の開発が求められ、これまでその研究が進められてきた。^{1)~6)}しかし、従来の研究では地盤は一種類の地質から構成されており、現在の地質と異なる切羽前方地盤の力学特性を事前に推定するという視点から、3次元逆解析法の開発は行われていない。また3次元逆解析では地盤を最も単純化した弾性体と仮定した場合でも、ポアソン比、弾性係数、初期応力6成分の合計8個の未知量が存在するが、既往の研究では、未知量の数を減らしてそれに対処してきた。例えば、初期応力の一部やポアソン比の値をあらかじめ与える方法などである。しかし、あらかじめ諸条件を仮定するので、真の問題解決には至っていない。すなわち、切羽前方の新

たな地盤について、上記の8個の未知量すべてを求める3次元逆解析法は開発されていない現状にある。

近年の計算機の開発・進歩は目覚しくパソコンによって3次元解析が容易にできる状況になってきた。また、地盤工学における変位計測技術も進展しており3成分の変位を多点でかつ、高精度に求めることができる現状である。このような背景から、現実的な3次元逆解析法のアルゴリズムが開発されれば、それが容易に現場に適用できる状況にあるといえる。

そこで本研究ではトンネル切羽前方の新たな地盤の力学特性を事前に推定するために、切羽周辺の実測変位と3次元有限要素法の順解析変位の差に割線法を適用し、反復計算により地盤の8個の未知量を逆解析する手法を提案するとともに、本逆解析結果の精度に及ぼす計測変位誤差の影響について明らかにすることを目的とする。

2 解 析 手 法

2・1 解析手法の概要

本解析手法のフローチャートはFig. 1に示すとおりである。すなわち、まず未知の地盤定数(ポアソン比 ν 、弾係数 E)の値を仮定して3次元有限要素法による順解析を行う。次に上記で得られた解析変位と実測変位の誤差が小さくなるように上記の地盤定数を仮定し直し、この誤差が許容値以下になるまで繰り返し計算を行い、ポアソン比、弾性係数、初期応力6成分を推定する。

2・2 初期応力の逆解析手法

まず、3次元有限要素法で実地盤をモデル化し地盤のポアソン比と弾性係数の値を仮定する。その条件のもとで単位初期応力($\sigma_{ij}=1$)をそれぞれ作用させてトンネル切羽の掘削解析を行うと、計測点 P において影響係数と

[†] 原稿受理 平成18年9月20日 Received Sep. 20, 2006 ©2007 The Society of Materials Science, Japan

^{*} 正 会 員 近畿大学理工学部社会環境工学科 〒577-8502 東大阪市小若江, Dept. of Civil and Environmental Eng., Kinki Univ., Kowakae, Higashi-osaka, 577-8502

^{**} エイム(株) 〒460-0002 名古屋市中区丸の内, Eimu Corp., Naka-ku, Nagoya, 460-0002

Fig. 1 Procedure of back analysis method.

しての6成分の変位 v_{kp}^{ij} を得ることができる。一方、実地盤のトンネル掘削で生じた計測点 P の実測変位 u_{kp}^* が求められているとする。このとき掘削による解析変位と実測変位が一致するという条件より次式が導かれる。

$$u_{kp}^* = v_{kp}^{11}\sigma_{11} + v_{kp}^{22}\sigma_{22} + v_{kp}^{33}\sigma_{33} + v_{kp}^{12}\sigma_{12} + v_{kp}^{23}\sigma_{23} + v_{kp}^{31}\sigma_{31} \quad (1)$$

ただし、初期応力の定義は Fig. 2 のとおりである。計測点 P の6個の実測変位成分を用いて式 (1) をマトリックス表示すれば式 (2) が得られる。

$$\begin{pmatrix} u_{1P}^* \\ u_{2P}^* \\ u_{3P}^* \\ u_{4P}^* \\ u_{5P}^* \\ u_{6P}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{1P}^{11} & v_{1P}^{22} & v_{1P}^{33} & v_{1P}^{12} & v_{1P}^{23} & v_{1P}^{31} \\ v_{2P}^{11} & v_{2P}^{22} & v_{2P}^{33} & v_{2P}^{12} & v_{2P}^{23} & v_{2P}^{31} \\ v_{3P}^{11} & v_{3P}^{22} & v_{3P}^{33} & v_{3P}^{12} & v_{3P}^{23} & v_{3P}^{31} \\ v_{4P}^{11} & v_{4P}^{22} & v_{4P}^{33} & v_{4P}^{12} & v_{4P}^{23} & v_{4P}^{31} \\ v_{5P}^{11} & v_{5P}^{22} & v_{5P}^{33} & v_{5P}^{12} & v_{5P}^{23} & v_{5P}^{31} \\ v_{6P}^{11} & v_{6P}^{22} & v_{6P}^{33} & v_{6P}^{12} & v_{6P}^{23} & v_{6P}^{31} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix} \quad (2)$$

式 (2) を解いて応力 σ_{ij} が求められる。すなわち未知の初期応力6成分は6個の実測変位 u_{kp}^* と単位応力解析から

Coordinate 1: Horizontal direction in tunnel cross section
Coordinate 2: Vertical direction
Coordinate 3: Tunnel axial direction

Fig. 2 Definition of coordinates and stresses.

求められる36成分の変位 v_{kp}^{ij} から式 (2) を解いて求められる。ただし、ここで用いたポアソン比と弾性係数の値は仮定値であることより、これらを以下に示す繰り返し解析により求める必要がある。なお、式 (2) において、実測変位の数が未知の初期応力の数よりも多い場合は最小2乗法²⁾を、少ない場合はエネルギー最小化法⁷⁾またはノルム最小化法⁷⁾を採用することができる。

2・3 弾性係数の逆解析手法

初期応力6成分を式 (2) から求めた後、この逆解析した初期応力と仮定した E , ν を用いて地盤中の計測点 P 以外の計測点 Q の変位 v_Q を解析により求めることが可能である。この場合仮定した E と ν の値が真値と異なれば、計測点 Q の実測変位 u_Q^* と解析変位 v_Q の間に誤差が生じることになる。そこで、その誤差が小さくなるように弾性係数の値を割線法により繰り返し修正して行くことを考える。

まず、割線法の繰り返し回数を m 、そのときの計測点 Q の解析変位を v_{Qm} とすれば、誤差は、

$$f(E_m) = u_Q^* - v_{Qm} \quad (3)$$

式 (3) を Fig. 3 に適用すれば2個の仮定弾性係数 E_{m-1} , E_m とその時の誤差 $f(E_{m-1})$, $f(E_m)$ の関係から、新たな推定弾性係数 E_{m+1} が次式のように求められる。

$$E_{m+1} = E_m - \frac{f(E_m)(E_m - E_{m-1})}{f(E_m) - f(E_{m-1})} \quad (4)$$

次に、推定された新たな弾性係数 E_{m+1} を用い、 P 点の変位について式 (2) を解いて初期応力を求めた後、 Q 点の変位について式 (3) を算出し、これより式 (4) で新たな弾性係数を推定するという手順を繰り返す。

本解析では収束条件として次式を採用した。

$$\frac{|E_{m+1} - E_m|}{E_m} < \frac{1}{100} \quad (5)$$

以上により、仮定したポアソン比の値のもとで収束条件を満足する弾性係数と初期応力が求められる。

2・4 ポアソン比の逆解析手法

仮定したポアソン比の値のもとで初期応力6成分と収束弾性係数を以上で求めることができるので、次にこれらの値を用いて計測点 P , Q 以外の計測点 R の解析変位 v_R を求めることが可能である。その際、本手法ではあらかじめポアソン比の値を仮定しているため、この値が真

Fig. 3 Secant method.

Fig. 4 Estimation of the value of Poisson's ratio.

値と異なれば計測点 R の実測変位 u_R^* と解析変位 v_R の間に誤差が生じることになる。よって、それぞれの仮定したポアソン比の値と計測点 R の変位誤差の関係を Fig. 4 のように表わすことにより、その誤差が 0 となるポアソン比の値を求めることができる。あるいは、仮定ポアソン比と複数の計測点 R の変位誤差の 2 乗和の関係から誤差の 2 乗和の最小値を与えるポアソン比の値を求めることも可能である。⁴⁾

この推定されたポアソン比を用いて、2・2 節、2・3 節を行うか、あるいは後述する Fig. 11, Fig. 12 の手法から他の全ての未知量が推定される。

3 均一地盤の解析と考察

3・1 解析概要

以上で説明した手法を用いて有限要素モデル地盤に対して逆解析を行い、その精度について考察する。

Fig. 5 に示す縦断面図で地盤①と地盤②が同一の物性値を持つ地盤とする。トンネルの幾何条件は Fig. 6, Fig. 7 に示す通りであり、物性値を Table 1 に示す。

この地盤に対して Table 2 に示す初期応力を作用させて、Fig. 8 に示すトンネル施工手順を考慮した順解析を行い、これにより切羽領域 I の一問掘削に起因する変位を実測変位と称し、あらかじめ求めておく。逆解析で使用する計測変位は Fig. 8 に示すボーリング孔の $d \sim i$ に示すような点の水平、鉛直、およびトンネル軸方向変位である。このボーリング孔のトンネル中心からの距離は

Fig. 5 Vertical section of the ground. (Unit : m)

Fig. 6 Tunnel cross section. (Unit : m)

Fig. 7 Tunnel cross section.

Table 1 Values of input parameters.

	ν	E (MPa)
Ground ①	0.22	150
Ground ②	0.22	150
Shotcrete	0.20	8000

Table 2 Values of initial stresses. (MPa)

σ_{11}	-1.80
σ_{22}	-3.60
σ_{33}	-2.10
σ_{12}	-0.30
σ_{23}	-0.50
σ_{31}	-0.20

600cm であり、中心縦断面から 20 度傾斜したところに位置する。トンネル中心を通る鉛直面内の位置に変位計測点を設けると、例えばせん断応力成分 σ_{13} がトンネル軸方向の計測変位に反映されないの幾何学的対称面以外の位置に計測点を設ける必要がある。

3・2 結果と考察

仮定ポアソン比 ν と仮定初期弾性係数 E の値を Table 3 に示す。弾性係数の収束過程について仮定ポアソン比別に Fig. 9 に示す。この図より真のポアソン比 (0.22) に近い仮定値 $\nu = 0.2$ を用いた解析において、真の弾性係数 (150MPa) に近い値で収束していることがわかる。

Fig. 8 Excavation area I and displacement measuring points d~i (The left side ground from the point "g" is the ground ①, the right is the ground ②).

Table 3 Assumed values of the mechanical parameters of the ground.

E (MPa)	100, 110
ν	0.1, 0.2, 0.3, 0.4

Fig. 9 Convergence characteristics of modulus of elasticity at respective Poisson's ratio (ν).

Fig. 10 はそれぞれの仮定ポアソン比の値と計測点 R の変位誤差 $\varepsilon(\nu)$ の比の関係を示したものである。これより、誤差が 0 になる場合のポアソン比として $\nu = 0.23$ が求められる。

次に、Fig. 9 で求めた収束弾性係数と仮定ポアソン比の関係を Fig. 11 のようにまとめておけば、Fig. 10 で求めたポアソン比の値 0.23 をこの図に適用することにより弾性係数が 148MPa と推定される。

以上で求めたポアソン比 0.23 と弾性係数 148MPa を用いて式 (2) の ν_{kp}^{ij} を算出し、これと計測点 P の 6 成分の実測変位量から式 (2) により初期応力 6 成分を求めることが可能である。

あるいは、各仮定ポアソン比と収束弾性係数のもとで求められた初期応力を Fig. 12 のように示しておけば、Fig. 10 の逆解析で得られたポアソン比 $\nu = 0.23$ を Fig. 12

Fig. 10 Relationship between Poisson's ratio (ν) assumed and ratio of displacement error $\varepsilon(\nu)$.

Fig. 11 Relationship between Poisson's ratio assumed and modulus of elasticity converged.

Fig. 12 Estimation of initial stresses.

に適用することにより初期応力 6 成分を図から求めることも可能である。ここでは、ポアソン比 $\nu = 0.23$ を Fig. 12 に適用して初期応力を求めた。この結果を真値と対比して Table 4 に示す。Table 4 によれば 3 方向の測定変位成分を用いて逆解析する本手法は妥当な手法であると考えられる。

4 地質の異なる切羽前方地盤に対する逆解析と考察

4・1 解析概要

第 3 章では均一地盤を対象に解析を試みた。しかし、実際の施工時に問題となるのは軟質地盤にトンネルが入る際のトンネルの挙動と周辺環境への影響である。そこで、切羽前方の軟質地盤にトンネルが入る前の地盤変位から、軟質地盤の力学特性を推定することを考える。

モデルは Fig. 5 の地盤①をこれまでの地盤と同一の弾

Table 4 Comparison of real values and estimated ones.
(Unit of E and initial stresses : MPa)

Parameters	Real values	Estimated
ν	0.22	0.23
E	150	148
σ_{11}	-1.80	-1.80
σ_{22}	-3.60	-3.59
σ_{33}	-2.10	-2.10
σ_{12}	-0.30	-0.30
σ_{23}	-0.50	-0.49
σ_{31}	-0.20	-0.19

性係数, ポアソン比とする. 地盤②は軟質地盤とする. また地盤の初期応力は Table 2 の値とする. 物性値を Table 5 に示す. 以上の条件のもとで Fig. 8 の I 領域の掘削に起因する地盤変位を実測変位と称して Table 6 に示す. なお Fig. 8 において計測点 g を通る鉛直面より左は地盤①, 右は地盤②である. 次に逆解析においては地盤①の弾性係数とポアソン比はすでに逆解析によりあらかじめ求められているとし, 地盤の初期応力と地盤②の物性値を逆解析することを考える. 逆解析における地盤②の仮定ポアソン比と仮定初期弾性係数の値を Table 7 に示す.

4・2 実測変位に誤差が含まれない場合

逆解析のための計測点 P, Q, R の変位として, g, h, i 点の変位 (3 点 $\times$ 3 成分 = 9 成分) を採用する. 採用変位の組み合わせ 6 ケースについて逆解析し, その結果の

Table 5 Values of parameters.

	ν	E (MPa)
Ground ①	0.22	150
Ground ②	0.38	30
Shotcrete	0.20	8000

Table 6 Values of real displacements.

Position	Direction	Displacement (cm)
f	Horizontal	-0.358
	Vertical	-1.400
	Axial	0.070
g	Horizontal	-0.432
	Vertical	-1.560
	Axial	-0.027
h	Horizontal	-0.427
	Vertical	-1.590
	Axial	-0.324

Table 7 Assumed values of E and ν of the ground ②.

E (MPa)	10, 15
ν	0.2, 0.3, 0.4, 0.48

平均値を Table 8 に示す. この表より, 得られた結果は十分な精度を有すると考えられる.

4・3 実測変位に誤差が含まれる場合

Table 6 の真の変位に対して $\pm 2.5\%$ の範囲内でランダムな変位を算出して真の変位に加え (最大誤差 0.1mm), これを計測変位とし, ケース A, B の 2 ケースの逆解析を行った. ただし, ケース A では弾性係数とポアソン比の逆解析に用いる計測点 Q と R の変位として h 点の軸方向変位と f 点の鉛直方向変位をそれぞれ用い, Case B では同様に h 点の軸方向変位と g 点の水平方向変位を用いた. 各計測点の変位誤差の程度がランダムに変化する本問題の場合には, 逆解析結果は当然, 選択する計測点やその点での変位誤差の影響を受けることになる. このような場合, ケース A, B のどちらの逆解析値がより真値に近いかを判断する必要がある. そこで計測点 P, Q, R 以外の第 4 の計測点 S (複数点) の変位誤差を評価する事を考える. すなわち, ケース A, B それぞれの逆解析値を用いて計測点 S の 3 成分の解析変位 v_s を求め, これと計測変位 u_s^* との誤差 ε の 2 乗和 $\Sigma \varepsilon^2$ を算出し, この値の小さい方を与えるケースの逆解析値が真の値に近いと判断するわけである. ただし, S の選定は当然掘削の影響を受ける位置に設ける必要がある. 計測点 S として Fig. 8 の d と i を選びそれぞれの点での $\Sigma \varepsilon^2$ を求めたところ, ケース B のこの値は d と i いずれにおいてもケース A の約 1/3 となり, ケース B の逆解析値が真値に近いと判断することができる. 実際, ケース B の 8 個の逆解析値の誤差の平均値は, ケース A の場合の約 1/2 であり, 本手法の妥当性が確認できた. 本手法で求められた逆解析結果を真値と比較して Table 9 に示す. 以上より, 複数の逆解析結果を求めた後, これらの結果を用いて他の複数計測点での変位誤差の 2 乗和を算出・評価し, この中から最良の結果を選択することが可能であるといえる. また, この場合の推定値は, 複数の逆解析を行って得られる推定値を平均化した値よりも高い精度を有することが確認できた.

4・4 逆解析結果に及ぼす計測変位誤差の影響

4・3 節の手法によって求められた逆解析値と計測変位誤差の関係について以下の関係が得られた.

Fig. 13 は逆解析で求められたポアソン比と弾性係数

Table 8 Comparison of real values and average ones estimated.
(Unit of E and initial stresses : MPa)

Parameters	Real	Estimated
ν	0.38	0.40
E	30.0	28.7
σ_{11}	-1.80	-1.70
σ_{22}	-3.60	-3.49
σ_{33}	-2.10	-2.24
σ_{12}	-0.30	-0.31
σ_{23}	-0.50	-0.48
σ_{31}	-0.20	-0.18

Table 9 Comparison of real values and estimated ones :
Measured displacements have error of $\pm 2.5\%$. (Unit of E
and initial stresses : MPa)

Parameters	Real	Estimated
ν	0.38	0.43
E	30.0	25.9
σ_{11}	-1.80	-1.76
σ_{22}	-3.60	-3.29
σ_{33}	-2.10	-2.52
σ_{12}	-0.30	-0.31
σ_{23}	-0.50	-0.25
σ_{31}	-0.20	-0.28

の誤差に及ぼす計測変位誤差の影響を示したものである。ポアソン比の逆解析値は計測変位誤差の影響をあまり強く受けにくいことが分る。一方弾性係数の逆解析値は、ポアソン比の逆解析値に比べて計測変位誤差の影響を強く受けている。

Fig. 14 は計測変位誤差と逆解析応力の平均誤差の関係である。ただし、Fig. 14 の平均誤差は初期応力 6 成分の平均値より大きい応力に対して示している。その理由は、トンネル挙動や周辺環境に及ぼす影響は大きな初期応力ほど大きいにもかかわらず、小さい初期応力の逆解析値ほど計測変位誤差の影響を強く受けるからである。すなわち、本地盤での真の初期応力の最大値は最小値の 18 倍と大きく異なっており、全ての逆解析応力の誤差から平均誤差を算出すると工学的にはそれほど影響を及ぼ

さない小さい応力が、平均誤差の算出に強く影響するからである。Fig. 14 からすれば、逆解析応力の平均誤差は計測変位誤差が $\pm 10\%$ の場合でも 20% 未満であり、かなり精度よく応力が推定できることが分る。このことより弾性係数の逆解析値に比べて応力の逆解析値の方が計測変位誤差の影響を強く受けにくいといえる。この結果は初期応力の逆解析結果に地盤の弾性係数の値は強く影響しない、という既往の研究成果⁵⁾に符合しているといえる。

5 結 論

本研究で得られた成果は以下の通りである。

地盤を弾性体と仮定して、切羽周辺の地盤変位から地盤のポアソン比、弾性係数、初期応力 6 成分の合計 8 個の未知量を推定する逆解析手法を提案した。本手法は複雑な逆解析手法は用いず、3 次元順解析の繰り返し計算により地盤パラメータが推定される。したがって、先受け工等の補助工法を採用する場合でも同様の順解析アルゴリズムで逆解析を行うことが可能である。また、現在の地質と異なる地盤に切羽が進入する前において、その地盤の力学特性を本手法で推定できることを示した。その際に、本逆解析結果の精度に及ぼす計測変位誤差の影響を明らかにした。

参 考 文 献

- 1) M. Hisatake and T. Ito, "Back analysis for tunnels by optimization method", proceedings of the 5th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, pp.1301-1307 (1985) A. A. Balkema.
- 2) M. Hisatake, "Three dimensional back analysis for tunneling", Proceedings of Japan Society of Civil Engineers, No.376/III-6, pp.259-265 (1986).
- 3) S. Sakurai, N. Shimizu and T. Tubouchi, "Three-dimensional back analysis method of measured displacements of underground openings by means of the boundary element method", Proceedings of Japan Society of Civil Engineers, No.382/III-7, pp.55-61 (1987).
- 4) M. Hisatake and Y. Maeda, "Back-analysis for ground parameters in tunneling, IABSE Proceedings P-128/88, pp.77-88 (1988) International Association for Bridge and Structural Engineering.
- 5) M. Hisatake, T. Inaba and A. Hirata, "Determination of optimum tunnel shape based on three dimensional back analysis", Journal of the Society of Material Science, Japan, Vol.38, No.426, pp.235-240 (1989).
- 6) M. Sugimoto, M. Sakurazawa and S. Kageyama, "Three dimensional reverse analysis on ground properties with time-dependence", Proceedings of the 9th International Congress on Rock Mechanics, Vol.2, pp.1405-1408 (1999) International Society for Rock Mechanics.
- 7) Hisatake and T. Murakami, "Estimation methods of lining stresses from tunnel convergence data", Proceedings of Japan Society of Civil Engineers, No.457, pp.79-86 (1992).

Fig. 13 Relationship between error of displacements measured and error of ν and E estimated.

Fig. 14 Relationship between error of displacements measured and average error of initial stresses estimated.