衝撃荷重下における動的き裂分岐現象の超高速撮影実験 および移動有限要素解析[†]

西岡 俊久* 根岸 佑多**
角 居 聖** 藤本 岳洋*

Ultra High-Speed Photography and Moving Finite Element Analysis for Dynamic Crack Branching under Impact Loading

by

Toshihisa NISHIOKA*, Yuta NEGISHI**, Hijiri SUMII** and Takehiro FUJIMOTO*

In previous study, the authors reported the experiment for dynamic crack branch which arises under quasi static load. From the experimental results, the dynamic crack branch condition (Φ_{total} criticality theory) was derived. The Φ_{total} criticality theory means that crack branch arises when the energy flux to crack tip per unit time reaches a steady value of material. Furthermore, the numerical simulation using the moving finite element method was performed, and it has succeeded in mechanical prediction of the crack propagation path after crack branching. This crack branching is observed under quasi static load, and the validity of the Φ_{total} criticality theory under impact load is not discussed until now. In this study, the crack branching phenomenon under impact load was photographed using ultra high speed camera, and the moving finite element analysis is based on the experimental result. The Delaunay automatic triangulation is used for updated mesh subdivision with crack propagation. In numerical simulation, dynamic J integral is evaluated from path integration around crack tip. Then, Φ_{total} history with crack propagation is discussed by comparison of experimental results and numerical results. The result has confirmed that Φ_{total} criticality theory is also recognized in dynamic crack branch under impact load, and that Φ_{total} critical value of PMMA is about 11 MN/s.

Key words: Propagation, J-integral, Fracture Criterion, Finite Element Method, Crack Branching, Φ_{total}

1 緒 言

き裂分岐現象については、これまでに実験的観察法を用いた幾例かの研究報告^{1), 2)}がある。そのなかで、本研究者らは、超高速カメラを用いて準静的荷重下で生じる動的き裂分岐の実験を行っている。そして、その実験結果から「動的伝ばき裂先端への単位時間あたりに流入する全エネルギー束が材料固有の一定値に達したとき、き裂分岐が生じる」という動的き裂分岐条件 (Φ_{total} 臨界説)を明らかにしている。さらに移動有限要素法を用いた数値シミュレーションを行い、き裂分岐後のき裂進展経路の力学的予測に成功している。³⁾

このき裂分岐は準静的荷重下で観察されたものであり、衝撃荷重下における Φ_{total} 臨界説の妥当性について論じられた報告はまだ無い。

そこで、本研究では衝撃荷重下のき裂分岐現象の超高速撮影を行い、さらにその実験結果に基づく数値シミュレーションによりき裂が分岐する瞬間の Φ_{total} 臨界値を算出することを目的とした。この数値シミュレーションは、デローニ自動要素分割⁴⁾に基礎を置く移動有限要素法^{5) 6)}を用いて、観察で得られたき裂進展挙動を忠実に再現する生成形シミュレーションとして行なった。

2 動的き裂分岐破壊基準

2・1 動的 J 積分評価法

Nishioka・Atluri⁷⁾による経路独立動的 J 積分の経路積分式を次に示す。

$$J_k' = \int_{\Gamma+\Gamma_c} [(W+K)n_k - t_i u_{i,k}] dS + \int_{V_\Gamma} [\rho \ddot{u}_{i,k} - \rho \dot{u}_{i,k}] dV \quad (1)$$

ここで W はひずみエネルギー密度、 K は運動エネルギー密度、 u_i , t_i は変位成分と表面力成分、 ρ は (質量) 密度、 n_k は積分経路上の外向単位法線ベクトルの X_k 成分を示す。(・) は () の時間偏微分を意味する。 Γ はき裂先端を取り囲む遠方場経路、 Γ_c はき裂面上の経路を表す。 $\Gamma + \Gamma_c$ で囲まれた領域を V_Γ とする。このようにして求められた動的 J 積分 J_k' は全体座標系に基づく成分である。動的 J 積分のき裂先端直交座標系成分 $J_l'^0$ への変換は、次式により表される。

$$J_l'^0 = \alpha_{lk}(\theta) J_k' \quad (2)$$

ここで α_{lk} は座標変換テンソル、 θ はき裂先端座標系と全体座標系のなす角度である。この動的 J 積分値を基に動的伝ばき裂分岐の発生を定めるパラメータ Φ_{total} が求められる。

[†] 原稿受理 平成 24 年 3 月 12 日 Received Mar. 12, 2012 ©2012 The Society of Materials Science, Japan

* 正 会 員 神戸大学海事科学研究科 〒658-0022 神戸市東灘区深江南町, Graduate School of Maritime Sci., Kobe Univ., Higashinada-ku, Kobe, 658-0022

** 神戸大学海事科学研究科 〒658-0022 神戸市東灘区深江南町, Graduate School of Maritime Sci., Kobe Univ., Higashinada-ku, Kobe, 658-0022

2・2 Φ_{total} 臨界説⁸⁾

本研究者は、動的伝ばき裂分岐の発生を定めるクライテリアンとして『き裂先端全エネルギー流入束 Φ_{total} 臨界説』を提唱している。この、 Φ_{total} は、き裂先端への単位時間あたりに流入する全エネルギー束を表し、単位は $N/s (= J/m \cdot s)$ である。この値は次式のようにき裂先端直交座標系におけるき裂進展方向成分の動的 J 積分値 J_I^0 とき裂進展速度 C の積で現される。

$$\Phi_{total} = J_I^0 \cdot C \quad (3)$$

Φ_{total} 臨界説は、Homalite 材を用いた実験により得られたき裂が分岐する際のき裂進展速度とき裂先端直交座標系における動的 J 積分値の関係がちょうど双曲線上にあったことから明らかになった (Fig. 1 参照)。⁸⁾つまり、 Φ_{total} 臨界説では、この Φ_{total} 値が材料固有のある一定値 (Φ_{total} 臨界値) に達した時、き裂分岐が生じると定めている。Fig. 1 と Fig. 2 に実験によるき裂分岐時のき裂進展速度と動的 J 積分値の関係、き裂進展速度と Φ_{total} の関係をそれぞれ示す。⁸⁾

3 撃荷重下における動的き裂分岐現象観察実験

3・1 実験概要

まず、試験片形状を Fig. 3 に示す。試験片材料は PMMA である。初期き裂先端は挿入刃を打撃して切れ目 (初期き裂先端) を延長するポップイン法を用いて作成し

Fig. 1 Dynamic J integral at crack branching.⁸⁾

Fig. 2 Φ_{total} at crack branching.⁸⁾

Fig. 3 Conceptual scheme of the experiment.

ている。試験片が高い衝撃荷重 (ストライカー速度 V_s は最大 50m/s) の下で変形しており、材料応答の動的依存性を考慮して、材料定数として動的縦弾性係数 5.97GPa、ポアソン比 0.320、密度 1190.00kg/m³、応力光定数 $4.90 \times 10^{-11} \text{m}^2/\text{N}$ を用いた。⁹⁾試験片をストライカーで直接打撃すると、衝突部で試験片が粉碎してしまう。そのため、試験片上部に鋼製のバッファを置き、その上にストライカーを衝突させ衝撃荷重を与えた。ストライカーの射出速度 V_s は、20m/s から 50m/s まで 10m/s 刻みで実験を行なった。この実験では、ストライカーの射出速度が 30m/s 以上の場合で動的き裂分岐が確認できた。

ここでは、コースティック法¹⁰⁾を用いて観察を行なった。破壊の様子は超高速カメラを用い、光源にはアルゴンパルスレーザーを用いた。撮影間隔は $2\mu\text{s}$ (撮影速度 $5 \times 10^5 \text{fps}$) とした。

3・2 実験結果

ストライカーの射出速度 V_s が 50m/s の場合におけるき裂進展挙動、コースティック像の推移を Fig. 4 に示す。Fig. 4 のように、2つのき裂はそれぞれ左右斜め方向に進展する。コースティック像の径とき裂進展速度から応力拡大係数を求めることが出来る。¹⁰⁾応力拡大係数からはエネルギー解放率 (J_I^0 に相当) を求めることが出来るので、実験結果からも Φ_{total} 値を算定することが出来る。但し、分岐直後の個々のき裂について正確な Φ_{total} 値を求めることは出来ない。本実験の破壊後の試験片から照合すると $100\mu\text{s}$ の時点ではすでにき裂は分岐している

Fig. 4 Caustic images. ($V_s = 50\text{m/s}$)

が、分岐直後は両き裂のコースティック像が重なるため画像から個々のき裂を観察することは困難である。そのため、単一のコースティック像から応力拡大係数 K_I を求め、 K_I 値とき裂進展速度を基に Φ_{total} 値を求めている。また、き裂分岐後の各き裂進展を観察するために撮影間隔 $4\mu\text{s}$ (撮影速度 $2.5 \times 10^5 \text{fps}$)、ストライカーの射出速度 $V_s = 50 \text{m/s}$ でコースティック法を用いずに撮影を行った。Fig. 5 にその撮影画像の一部を示す。この撮影では応力拡大係数を得ることはできないが、き裂分岐の様相は明確に確認できる。

Fig. 6 は動的き裂分岐が認められた5つのケースについて実験結果における Φ_{total} 値を示したものである。各ケース1から5の詳細はFig. 6 に示している。各ケースの Φ_{total} 値の下のはき裂分岐直前の撮影画像から得た Φ_{total} 値を、上のはき裂分岐直後の Φ_{total} 値をそれぞれ示している。そのため、PMMA における Φ_{total} 臨界値は、約 11MN/s 付近に存在すると考えられる。このように Φ_{total} 臨界説成立を前提とすると、ストライカーの射出速度 $V_s = 20 \text{m/s}$ では動的き裂分岐が認められなかった原因は、き裂進展開始時までの試験片中の変形量が小さく、このようなひずみエネルギーの蓄積が小さい下での進展き裂先端における Φ_{total} 値が Φ_{total} 臨界値に達しなかったためと推定できる。

Fig. 5 Dynamic crack branching image.

Fig. 6 Comparison of Φ_{total} .

4 デローニ自動要素分割²⁾に基礎をおく

移動有限要素法^{3), 4)}

き裂進展に適用したデローニ自動要素分割の概念図をFig. 7 に示す。デローニ自動要素分割では、Fig. 7 (a) に示す外部境界点と Fig. 7 (b) に示す内部指定点の入力情報を用いて Fig. 7 (c) に示すメッシュが自動で生成される。き裂先端の応力特異性を考慮し、Fig. 7 (b) のように、き裂先端を中心にき裂先端に近づくほど小さくなる多層の同心円を設定し、それらの円上に一定間隔で内部指定点を設置した。これらの節点を用いたメッシュ生成によりき裂先端近傍の特異応力分布を高精度で評価できる。移動有限要素法では、Fig. 8 に示すように、き裂進展と共に、き裂先端近傍の細分割要素群を移動させる。このように、任意方向に進展・移動するき裂の先端に対して、高密度の要素分割を保って数値解析が行えるため、移動有限要素法は非直進き裂問題に優れた結果をもたらす。

Fig. 9 に示すように動的き裂分岐発生直後において兩分岐き裂先端の位置は極めて近い状態にある。このような状況下では、各々のき裂先端のみを囲む独立した積分経路を設定することは極めて困難である。本研究者はこのような問題を解決するため、経路独立動的 J 積分スイッチング法を開発した。¹¹⁾

単一のき裂先端については積分領域 V_I 内とき裂先端で 1、それ以外で 0 となるような連続補助関数 s を定義する。経路独立動的 J 積分はこの s と他の計算項の積により評価でき、以下の式のように表すことができる。

$$J'_k = \int_{\Gamma+\Gamma_g} [(W+K)n_k - t_i u_{i,k}] dS \quad (4)$$

$$+ \int_{V_I} [(\rho \ddot{u}_{i,k} - \rho \dot{u}_{i,k}) s + \sigma_{ij} u_{i,k} s_{,j} - (W+K)s_{,j}] dV$$

Fig. 7 An example of Delaunay automatic mesh.

Fig. 8 Moving elements around a propagation crack tip.

Fig. 9 Integral path for branched crack tips.

次に、Fig. 9 のように積分経路 Γ がすべての分岐き裂先端を含まざるを得ない状況を考える。ここで、Fig. 9 におけるき裂先端 a の連続補助関数 s を 1 とし、き裂先端 b の連続補助関数 s を 0 とすれば、き裂先端 a のみの経路独立動的 J 積分値を求めることができる。逆に、き裂先端 b についてのみの経路独立動的 J 積分値は、各き裂先端の s の値をスイッチし、き裂先端 a の s を 0、き裂先端 b の s 値を 1 とすることで求められる。

5 動的き裂分岐現象の生成形シミュレーション

対称性を仮定して試験片の右側 1/2 領域のみをモデル化した。また、板厚が試験片の横幅に対して非常に薄いので平面応力状態を仮定した。解析条件図を Fig. 10 に初期メッシュ図を Fig. 11 に示す。

外部境界点とは別に、き裂先端近傍では周方向に 36 分割、半径方向に 28 層の同心円上に内部指定点群を配置した。初期メッシュでは、総節点数 3019、総要素数 5671 となった。1 ステップ当たりの時間増分は $1\mu\text{s}$ とし、時間積分法にはニューマーク β 法を用いた。なお、き裂が進展を開始するまでは、メッシュパターンは変化しないが、き裂進展後は、メッシュパターンは時間とともに変化する。衝突バッファ下部の節点に時々刻々変化する強制変位 δ を与えている (Fig. 12 参照)。変位量 δ は各

Fig. 10 Numerical model.

Fig. 11 Initial mesh pattern.

撮影時間において超高速度ビデオカメラの撮影画像から読み取り、関数近似したものを与えた。Fig. 12 にシミュレーションに使用した変位 δ の履歴を示す。各図の経過時間は、ストライカーがバッファに衝突した時刻を 0s としている。

この実験結果について、両側き裂のき裂進展挙動を時間的、空間的に平均化した挙動に準じたシミュレーションを行なった。このようにしてき裂進展方向、き裂進展速度は定まる。しかし、コースティックス法を用いた実験では、分岐後の各き裂先端の推移を観察することは困難である。そのため、き裂が分岐した時刻まで解析を行

$$\delta = 5.034 \times 10^{-7} t^3 - 1.313 \times 10^{-17} t^2 + 33.60 \times 10^{-3} t - 1.670 \times 10^{-13}$$

Fig. 12 History of constrained displacement.

なった。さらに、コースティック法を用いずに撮影された撮影画像 (Fig. 5) を基にき裂分岐前後のき裂進展経路を測定し、動的き裂分岐の生成形シミュレーションを行なった。つまり、本研究では、1. コースティック法を用いて撮影されたストライカー速度 $V_s = 50\text{m/s}$ の実験に基づく数値シミュレーション 2. コースティック法を用いずに撮影されたストライカー速度 $V_s = 50\text{m/s}$ の実験に基づく数値シミュレーション の計 2 ケースの数値シミュレーションによって得られた分岐後のメッシュ図を示す。

6 解析結果

動的 J 積分は、き裂先端を中心とした同心円上の積分経路 6 つ (半径 $0.12\text{mm} - 0.44\text{mm}$) について求めた。これらの動的 J 積分値を Fig. 14 に示す。本手法によって求めた動的 J 積分値は良好な経路独立性を有している。また、き裂分岐後の動的 J 積分値についても良好な経路独立性が得られている。このことから、経路独立動的 J 積分スイッチング法が正しく機能していることがわかる。 Φ_{total} 値を求めるため各ステップでの動的 J 積分値として、各動的 J 積分値の平均値を用いた。き裂進展速度は実験に基づいている。このようにして求めた Φ_{total} 値の時間履歴をそれぞれ Fig. 15 に示す。

Fig. 15 よりシミュレーションによる Φ_{total} 値が最大となる時間がいずれも実験におけるき裂分岐時刻よりも早い時間に訪れてしまっている。これは、コースティック法によるき裂分岐時刻の測定誤差や左右のき裂進展経路の平均的挙動をシミュレーションの基データとして使用していること、動的縦弾性係数の値を試験片全域で一定値として使用したことによる誤差ではないかと考えられる。動的縦弾性係数は、本来であればストライカー速度や局所でのひずみ速度等を考慮し、構造内各点ごとに変化し得る値であると予想される。しかし、分岐の発生時刻に若干の誤差は含まれているものの、各条件における解析結果全てにおいて Φ_{total} 値の最大値は、約 11MN/s となっている。また、Fig. 6 に示す実験結果でも動的き

裂分岐時の Φ_{total} 値は約 11MN/s という結果が得られている。以上の結果から PMMA における Φ_{total} 臨界値が約 11MN/s であると結論付けられる。

Fig. 14 Path independence of J integral. (Not using Caustics method, $V_s = 50\text{m/s}$)

(a) Using caustics method ($V_s = 50\text{m/s}$)

(b) Not using caustics method ($V_s = 50\text{m/s}$)

Fig. 13 Mesh subdivision after dynamic branching.

Fig. 15 History of Φ_{total} .

7 結 言

本研究では、衝撃荷重下で生じた動的き裂分岐現象の Φ_{total} 値を算出するため、コースティックス法によるき裂分岐挙動の超高速撮影実験とデローニ自動要素分割に基礎を置く移動有限要素法を用いて数値シミュレーションを行なった。そして、実験と数値シミュレーションから得られた Φ_{total} 値を比較し考察を行なった。

その結果、実験により得られた Φ_{total} 臨界値と数値解析により得られた Φ_{total} 臨界値は差が無く、衝撃荷重下の動的き裂分岐においても Φ_{total} 臨界説が成立すること、PMMA における Φ_{total} 臨界値は約 11MN/s であることが確認できた。

参 考 文 献

- 1) K. Arakawa and K. Takahashi, "Branching of a fast crack in polymers", International Journal of Fracture, Vol.48, pp.245-254 (1991).
- 2) S. Suzuki and K. Sakaue, "Simultaneous photographing of fast propagating cracks at bifurcation on both surfaces of plate specimens", Japan Society of Mechanical Engineers International Journal, A, Vol.68, No.675, pp.1674-1680 (2002).
- 3) S. Tchouikov, T. Nishioka and T. Fujimoto, "Numerical prediction of dynamically propagating and branching cracks using finite element method", Computers, Materials and Continua, Tech Science Press, Vol.1, No.2, pp.191-204 (2004).
- 4) T. Taniguchi, "Automatic mesh generation for FEM", Use of Delaunay Triangulation, Morikita Publishing (1992).
- 5) T. Nishioka, "The state of the art in computational dynamic fracture mechanics", Japan Society of Mechanical Engineers International Journal, A, Vol.37, No.4, pp.313-333 (1994).
- 6) T. Nishioka, "Computational dynamic fracture mechanics", International Journal of Fracture, A special Issue on Computational Mechanics, Vol.86, No.1/2, pp.127-159 (1997).
- 7) T. Nishioka and S. N. Atluri, "Path independent integrals, energy release rates, and general solutions of near-tip fields in mixed-mode dynamic fracture mechanics", Engineering Fracture Mechanics, Vol.18, No.1, pp.1-22 (1983).
- 8) T. Nishioka, T. Kishimoto, Y. Ono and K. Sakakura, "Basic studies on the governing criterion for dynamic crack branching phenomena", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, A, Vol.65, No.633, pp.1123-1131 (1999).
- 9) K. Arakawa, D. Nagoh and K. Takahashi, "Unloading behavior of polymers due to dynamic crack propagation (2nd Report, Case of PMMA and Homalite-100)", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, A, Vol.64, No.625, pp.2294-2299 (1998).
- 10) T. Nishioka and H. Kittaka, "A theory of caustics for mixed-mode fastrunning cracks", Engineering Fracture Mechanics, Vol.36, No.6, pp.987-998 (1990).
- 11) T. Nishioka, J. Furutsuka, S. Tchouikov and T. Fujimoto, "Generation-phase simulation of dynamic crack bifurcation phenomenon using moving finite element method based on delaunay automatic triangulation", Computer Modeling in Engineering & Sciences, Vol.3, pp.129-145 (2002).